

Norges miljø- og
biovitenskapelige
universitet

Masteroppgave 2025 30 stp

Fakultet for miljøvitenskap og naturforvaltning

Statistisk modellering av vannkrafttilsig basert på historiske værdata i Norge

Statistical Modeling of Hydropower Inflow
Based on Historical Weather Data in Norway

Grigori Kisselev

Sammendrag

Hydrologiske modeller er sentrale verktøy for å kunne estimere fremtidig tilsig under ulike klimaforhold og brukes aktivt i vannressursforvaltning, kraftplanlegging og risikohåndtering. Denne studien undersøker om det er mulig å utvikle en enkel, anvendelig, forklarbar, men generaliserbar statistisk modell for estimering av vannkrafttilsig basert på værdata, med prediksjonskvalitet som kan sammenlignes med den etablerte hydrologiske HBV-modellen. Modell skal kunne brukes både til historisk analyse og klimascenarioer på tvers av ulike vassdrag med begrenset tilpasningsbehov. Valget av statistisk metode er bevisst avgrenset til generaliserte additive modeller (GAM), på grunn av modellens kombinasjon av fleksibilitet og tolkbarhet. I det teoretiske rammeverket gjennomgås hvordan meteorologiske variabler som temperatur, nedbør, avrenning, evaporasjon, snødybde, solstråling og vind påvirker tilsiget samt det teoretiske grunnlaget for GAM modeller.

Datagrunnlag består av 40 år med tidsserier av observerte værdata og tilhørende målte tilsig fra 5 utvalgte norske nedbørfelt med ulike hydrologiske regimer. Metoden omfatter bruk av beskrivende statistikk, som i kombinasjon med det teoretiske rammeverket for GAM danner grunnlaget for utviklingen av den endelige modellen. Modellen diagnostieres med residualplott og ACF-plott, og valideres gjennom rolling-origin-metoden. Ytelsen vurderes med Deviance Explained, RMSE og MAE. Effektene av de meteorologiske variablene analyseres med smooth plots (grafiske fremstillinger av estimerte ikke-lineære sammenhenger), som tolkes i lys av hydrologisk teori.

Studien inkluderer en sammenligning av prediksjonsytelsen til den statistiske modellen og HBV-modellen i perioder uten observerte tilsig, men med tilgjengelige HBV-prediksjoner, for å undersøke modellens evne til å reprodusere tilsvarende resultater under sammenlignbare forhold. Klimascenarioanalysen er gjennomført ved hjelp av delta-metoden, hvor modellen anvendes på justerte værserier for å estimere endringer i sesongmessig tilsig. Analysen tar utgangspunkt i scenarioet RCP8.5 frem mot år 2100.

Resultatene viser at smooth plots for alle stasjoner gir godt samsvar med den hydrologiske teorien, unntatt nedbør. Øvrige resultater viser at den statistiske modellen har god evne til å reprodusere historiske tilsig basert på værdata, med sammenhenger som samsvarer med hydrologisk teori. Prediksjonsevnen er derimot klart svakere enn for HBV-modellen, særlig i testperioder uten tilgang på observerte værdata. Klimascenarioanalysen viser endringer i sesongmessig tilsig som er i tråd med Miljødirektoratets prognoser, tatt metodens forenklinger i betraktning. Modellen viser i sin nåværende form god tolkningsevne av værprediktorenes effekt på tilsiget, men begrenset prediksjonsevne. Selv om modellen har klare begrensninger, kan den representere et tilgjengelig alternativ til mer komplekse tilnærminger, og fungere som et mulig rammeverk for videre utvikling.

Forord

Jeg ønsker å rette en stor takk til alle som har bidratt til arbeidet med denne masteroppgaven. Den største takken går til min veileder, Eirik Ogner Jåstad, for alltid å være tilgjengelig og for verdifulle tilbakemeldinger og grundige kommentarer gjennom hele arbeidet. Jeg vil også takke Jon Olav Vik for et uventet, men svært inspirerende møte om GAM-modeller. En spesiell takk går til Elena og Sven for støtte, tålmodighet og forståelse underveis – uten dere hadde denne oppgaven ikke vært mulig.

Innholdsfortegnelse

Sammendrag.....	i
Forord	ii
Innholdsfortegnelse	iii
Liste over Figurer	vi
Liste over Tabeller	vii
1. Innledning.....	1
1.1 Bakgrunn	1
1.2 Problemstilling og mål	2
1.3 Litteraturstudie	2
1.4 Avgrensninger	6
2. Teoretisk rammeverk	7
2.1 Modeller i hydrologi.....	7
2.2 Statistisk metode.....	9
2.2.1 Generaliserte additive modeller (GAM).....	9
2.3 Værparametere og vannkrafttilsig	13
2.3.1 Temperatur	13
2.3.2 Nedbør	13
2.3.3 Overflateavrenning	14
2.3.4 Evaporasjon	14
2.3.5 Snødybde	15
2.3.6 Vindstyrke.....	15
2.3.7 Solstråling	16
3. Metode	18
3.1 Datagrunnlag	18
3.2 Sammenstilling av data.....	19
3.3 Beskrivende statistikk	21
3.3.1 Sentrale mål	22
3.3.2 Korrelasjonsmatrise.....	23
3.3.3 Tidsseriegrafer.....	23
3.4 Strategi for modellutvikling	24
3.5 Modelldiagnostikk	25
3.6 Validering	26

3.7 Ytelsesmåling	27
3.8 Prediksjonsytelse mot HBV	28
3.8.1 Datasett og avgrensning.....	28
3.8.2 Metode for sammenligning	28
3.8.3 Evalueringsmetoder.....	28
3.9 Klimascenario og prognose.....	29
4. Resultater.....	31
4.1 Valgte studieområder	31
4.2 Beskrivende statistikk	32
4.3 Statistisk modell	35
4.3.1 Inferens	36
4.3.2 Tolkning	36
4.3.2.1 Akslen.....	37
4.3.2.2 Nautsundvatn	38
4.3.2.3 Fiskum.....	40
4.3.2.4 Øyungen.....	41
4.3.2.5 Søgne.....	42
4.3.2 Diagnostikk.....	45
4.3.3 Ytelsesmåling	49
4.3.4 Validering.....	50
4.4 Prediksjonsytelse mot HBV	51
4.4 Klimascenario	53
5. Diskusjon.....	54
5.1 Statistisk vurdering av modellen.....	54
5.1.1 Modelldiagnostikk og ytelse.....	54
5.1.2 Modellens spesifikasjon, kompleksitet og tolkbarhet.....	55
5.1.3 Modellens svakheter.....	56
5.2 Hydrologisk og klimafaglig vurdering.....	57
5.3 Sammenligning med HBV-modellen.....	59
5.4 Klimascenario	60
5.5 Feilkilder og usikkerhet	61
5.6 Refleksjon rundt måloppnåelse	61
5.7 Forslag til videre arbeid.....	62
6. Konklusjon.....	63
Vedlegg A. Beskrivende Statistikk.	64
Vedlegg B. Korrelasjonsmatriser.....	66
Vedlegg C. Smooth plots og statistisk vurdering.....	67

Vedlegg C1. Aklsen.....	67
Vedlegg C2. Nautsundvatn	69
Vedlegg C3. Fiskum.....	71
Vedlegg C4. Øyungen.....	73
Vedlegg C5. Søgne.....	75
Vedlegg D. Residual plott.	77
Vedlegg E. Tidsserieplott.	79
Referanser	84

Liste over Figurer

Figur 1: Klassifisering av hydrologiske modeller	7
Figur 2: Illustrasjon av HBV-modellen	8
Figur 3: Flytdiagram av datasammenstilling.....	20
Figur 4: Spearman korrelasjonsmatrise for Akslen.....	34
Figur 5: Smooth plott for Akslen.....	37
Figur 6: Smooth plott for Nautsundatn	39
Figur 7: Smooth plott for Fiskum.....	40
Figur 8: Smooth plott for Øyungen.....	41
Figur 9: Smooth plott for Søgne.....	43
Figur 10: Residualplott for Fiskum	47
Figur 11: ACF plott for GAM modellen før ARIMA	47
Figur 12: ACF plott for hybrid modellen	48
Figur 13: Tidsserieplott av tilsig estimert av GAM mot HBV ved Søgne	52

Liste over Tabeller

Tabell 1: Anvendelse av lineær regresjon og GAM i utvalgte studier.....	5
Tabell 2: Værparametere og deres antatte effekt på tilsig	17
Tabell 3: Datastruktur	19
Tabell 4: Hydrologiske regimer i Norge	21
Tabell 5: Justeringsfaktorer for værvARIABLER i klimascenario for 2100 (RCP8.5, RCM)	30
Tabell 6: Valgte vannføringsstasjoner	31
Tabell 7: Beskrivende statistikk av tilsiget og værdata for Akslen nedbørsfeltet	33
Tabell 8: Oppsummering av residualdiagnostikk.....	46
Tabell 9: Modellens ytelsesmål	49
Tabell 10: Valideringsresultater	50
Tabell 11: Prediksjonsytelse mot HBV	51
Tabell 12: Prosentvis endring i sesongvis tilsig (2100 vs. historisk)	53

1. Innledning

1.1 Bakgrunn

På grunn av Norges historie, unike landskap, geografi og klima står vannkraft for 90 % av kraftproduksjonen (NVE, 2025b). Forbruket av elektrisitet utgjør 78 % i husholdninger og tjenesteytende næringer og 67 % i industrien, noe som gjør elektrisiteten til det viktigste energiproduktet i Norge (Energidepartementet, 2024)

Vannkraftproduksjonen i Norge er i stor grad avhengig av hydrologiske forhold. Tilsiget til vannkraftproduksjon, altså den mengden vann som renner inn i et vassdrag, bestemmes av både naturlige og menneskeskapte faktorer. Temperatur, nedbør, overflateavrenning, snøsmelting og evapotranspirasjon er sentrale hydrologiske prosesser som påvirker tilsiget (Chow, 1988; Xu, 2002). I regulerte vassdrag kan vannføringen styres gjennom reservoarstyring og kontrollert vannslipp men selve tilsiget avhenger av de naturlige prosessene (Energidepartementet, 2025).

Hydrologi er vitenskapen som studerer forekomsten, fordelingen, bevegelsen og egenskapene til vann på jorden (Balsubramanian, 2017). Hydrologisk kunnskap er grunnleggende for å forstå vannets kretsløp, overvåke vannressurser og håndtere utfordringer knyttet til flom, tørke og vannforvaltning.

Klimaendringer påvirker, og vil påvirke, hydrologiske prosesser i Norge. Mot slutten av århundret (2071–2100) forventes årsmiddeltemperaturen i Norge å øke med 3,3–6,4 °C og den årlige nedbørsmengden å øke med 7–23 %, avhengig av utslippsscenario. Disse tallene er hentet fra klimascenariene RCP4.5 og RCP8.5, som tilsvarer en global temperaturøkning på henholdsvis omtrent 2,4 °C og 4,3 °C innen 2100 (Hanssen-Bauer, 2017). Langsiktige prognoser tyder på at det årlige vannkrafttilsiget i Norge også vil øke med 8–14 % (Gøtske, 2021). I tillegg vil økt elektrifisering og kraftforbruk som følge av Norges klimamål (Regjeringen, 2023; Statnett, 2023) stille nye krav til vannkraftens fleksibilitet og kapasitet.

En bedre forståelse av hydrologiske prosesser er avgjørende for å kunne forvalte vannressursene effektivt under endrede klimaforhold. Vind og solstråling kan for eksempel akselerere snøsmelting eller øke evapotranspirasjonen (Zhou, 2021; Helfer, 2012; Nevermann, 2024), noe som påvirker det fremtidige tilsiget. Usikkerheten knyttet til fremtidig nedbør gjelder både mengde, sesongmessig fordeling og tidsmessig variasjon, og kan deles i usikkerhet i selve klimaresponsen (Meehl et al., 2007) og i hvordan vi klarer å modellere klimaendringer (Rowell, 2011; CICERO, 2018).

For å kunne estimere tilsiget under ulike klimaforhold benyttes hydrologiske modeller. Slike modeller gjør det mulig å analysere hvordan meteorologiske variabler som temperatur, nedbør, vind og solinnstråling omsettes til tilsig i vassdragene. Hydrologiske modeller brukes også aktivt i planleggingen av vannressursforvaltning, optimalisering av

vannkraftproduksjon, samt i håndtering av flom- og tørkerisiko (Beven, 2012; Dutta, 2020; Wang, 2021; Bakke, 2024; Troccoli, 2007).

1.2 Problemstilling og mål

I et stadig varmere klima stilles det økte krav til nøyaktig estimering av tilsig til både vannkraftmagasiner og elver, en utfordring som kompliseres av de komplekse og ressurskrevende hydrologiske modellene som dominerer markedet i dag. Mange av de etablerte modellene, som HBV, krever omfattende kunnskap og betydelige økonomiske og tidsmessige investeringer for å komme i gang. Dette medfører at ikke-eksperter har vanskeligheter med å anvende disse modellene, noe som begrenser deres potensiale for bredere bruk, særlig i arbeid med fornybar energi. Hovedmålet med denne studien er derfor å utvikle en statistisk modell for estimering av vannkrafttilsig basert på historiske værdata i Norge. Modellen skal være enklere å anvende enn tradisjonelle hydrologiske modeller og kunne brukes både til analyse av historiske forhold og til prediksjon av fremtidige scenarioer under endrede klimabetingelser. Ved å redusere kompleksiteten og detaljnivået i modellen, er målet å senke terskelen for bruk, slik at også masterstudenter innen fornybar energi uten avansert bakgrunn i hydrologi kan anvende den.

Dette leder frem til følgende problemstilling:

Er det mulig å utvikle en statistisk modell for estimering av vannkrafttilsig basert på værdata, med tilnærmet samme prediksjonskvalitet som en etablert hydrologisk modell som HBV?

For å besvare problemstillingen rettes fokuset mot tre sentrale vurderingskriterier:

- i. Replikerbarhet: Kan modellen rekonstruere observerte historiske tilsigsdata basert på værvariabler?
- ii. Nøyaktighet: Er modellens prediksjonsevne sammenlignbar med den hydrologiske HBV-modellen?
- iii. Fremtidig anvendbarhet: Kan modellen brukes til å lage klimascenarioer og prediksjoner for vannkrafttilsig under fremtidige klimaforhold?

1.3 Litteraturstudie

En rekke tidligere studier har undersøkt bruken av statistiske modeller som lineær regresjon og generaliserte additive modeller (GAM) for estimering av vannkrafttilsig og andre hydrologiske størrelser Mohammadi (2005) sammenlignet tre statistiske modeller for å predikere vårtilsig til Karaj-reservoaret i Iran: lineær regresjon, ARIMA¹-modeller og nevrale nettverk. Studien brukte 25 år med historiske data til å trene modellene, og fem

¹ ARIMA (AutoRegressive Integrated Moving Average) er en modell som fanger tidsavhengige mønstre i residualene, som sesongvariasjoner, trender eller tilfeldige svingninger over tid (Crawley, 2013).

år med testdata til evaluering. For å ta høyde for den hydrologiske forsinkelsen mellom vær og tilsig, ble alle forklaringsvariabler forskjøvet med ett måneds lagg². Resultatene viste at nevrale nettverk hadde best ytelse, etterfulgt av lineær regresjon og ARIMA, vurdert ut fra Nash-Sutcliffe-effektivitet³ (NSE) og root mean square error⁴ (RMSE). Studien fremhever potensialet til maskinlæring, men viser også at klassiske metoder som lineær regresjon fortsatt kan gi gode resultater i hydrologisk modellering.

Videre undersøkte Mendoza (2017) ulike tilnærminger for sesongbasert avrenningsprognose i fem amerikanske nedbørfelt, inkludert både statistiske og hybride modeller. Blant metodene som ble brukt var enkel lineær regresjon, multipl lineær regresjon (MLR) og partial least squares (PLS) regresjon. Den lineære regresjonsmodellen brukte snøvannekvivalent, akkumulert nedbør og gjennomsnittstemperatur som prediktorer, mens MLR og også PLS inkluderte klimaindekser, høyde og havoverflatetemperatur. Modellene ble evaluert ved hjelp av RMSE for ulike prognosehorisonter. Resultatene viste at enkel lineær regresjon presterte bedre enn de mer avanserte metodene i flere av de undersøkte nedbørfeltene.

Lee (2020) utviklet en statistisk modell for å forutsi månedlig tilsig til Boryeong-demningen i Sør-Korea, basert på 19 år med historiske data og 13 klimaindekser som forklaringsvariabler. Studien sammenlignet tre metoder: multipl lineær regresjon, støttevektormaskiner⁵ og nevrale nettverk⁶. Modellene ble trent med laggede prediktorer, forskjøvet med 3 til 12 måneder, valgt for hver måned basert på signifikansanalyse og multikollinearitet. Modellene ble validert med kryssvalidering og vurdert ved hjelp av korrelasjonskoeffisienten r og relativ prediksjonsfeil S . Resultatene viste at støttevektormaskiner og nevrale nettverk ofte presterte best, mens multipl lineær regresjon ble trukket frem som den mest tolkningsvennlige modellen.

Brunner (2023) benyttet GAM for å estimere sesongmessig reservoarregulering i alpine nedbørfelt. De brukte historiske tidsserier fra 74 nedbørfelt i Alpene, med minst ti års data fra hvert felt. Forklaringsvariablene i GAM-modellen inkluderte temperatur, nedbør, dag i året og isbremassebalanse. Modellen ble trent på data fra perioder uten reservoarregulering og brukt til å predikere vannstrømning i regulerte perioder. Modellenes ytelse ble evaluert ved hjelp av flere mål, blant annet NSE, gjennomsnittlig

² Lagg refererer til forsinkelsen i tid mellom en variabls påvirkning og dens effekt i en modell. For eksempel kan nedbør i én måned påvirke vannføring flere måneder senere (Mohammadi, 2005).

³ NSE er et mål på modellens prediksjonsevne; 1 er perfekt, 0 er like bra som gjennomsnittet, < 0 er dårligere enn gjennomsnittet (Nash, 1970)

⁴ RMSE måler gjennomsnittlig avvik mellom observerte og predikerte verdier i en modell. Jo lavere RMSE, desto bedre modellpresisjon (Mendenhall, 2011)

⁵ SVM er en maskinlæringsmetode som brukes for klassifisering og regresjon. Den forsøker å finne den optimale hyperplanet som skiller data i et høy-dimensjonalt rom (Nilsen, 2001).

⁶ Nevrale nettverk er en type maskinlæringsmodell inspirert av måten hjernen fungerer på. De består av lag med sammenkoblede "noder" (nevroner) som kan lære komplekse mønstre og relasjoner i data, og brukes ofte til prediksjon og klassifisering (Tidemann, 2025)

absolutt feil⁷ (MAE) og RMSE. Forfattere konkluderte med at GAM-modellen muliggjør en mer presis representasjon av reservoardrift i hydrologiske modeller, noe som er viktig for å skille effekter av klimaendringer fra menneskelig påvirkning.

Til slutt analyserte Ouarda (2018) bruk av GAM og multippel lineær regresjon for regional lavvannsanalyse i uinstrumenterte nedbørfelt, det vil si områder uten egne målestasjoner for hydrologiske data, i Québec. 130 målestasjoner med minst ti år med data ble inkludert. Modellene hadde som mål å estimere lavvannskvantiler, som Q7 og Q30, for sommer- og vinterperioder. Q7 og Q30 refererer til den laveste gjennomsnittlige vannføringen over henholdsvis 7 og 30 sammenhengende dager i løpet av et år. Forklaringsvariablene inkluderte gjennomsnittlige verdier av nedbør, temperatur, areal og jordtype per nedbørfelt. Backward stepwise selection ble brukt for å redusere antall prediktorer i begge modelltypene, og leave-one-out-kryssvalidering ble benyttet for validering. For flere av forklaringsvariablene i GAM ble log-transformasjon anvendt, og glattede kurver (smooth plots) ble analysert for inferens. Studien konkluderte med at GAM-modeller bedre kan fange opp de ikke-lineære sammenhengene mellom hydrologiske og forklarende variabler, mens lineær regresjon krever en lineær relasjon som ofte ikke er oppfylt i hydrologiske prosesser.

Studiene viser at både enkle statistiske modeller som lineær regresjon og mer avanserte teknikker som GAM, støttevektormaskiner og nevrale nettverk har sin plass i hydrologisk modellering. Lineær regresjon presterer ofte godt og er lettest å tolke. Dersom en er villig til å bruke mer innsats på å modellere komplekse sammenhenger, kan GAM gi bedre resultater, samtidig som metoden tilbyr modeller som er lettere å tolke enn mange maskinlæringsmetoder. GAM fremheves spesielt for sin evne til å modellere ikke-lineære relasjoner på en fleksibel måte.

En oversikt over studier der lineær regresjon og GAM modeller brukes å estimere tilsig for er vist i tabell 1.

⁷ Et mål på gjennomsnittlig absolutt avvik mellom observerte og predikerte verdier – lavere MAE indikerer bedre modellpresisjon (Xia, 2023)

Tabell 1: Anvendelse av lineær regresjon og GAM i utvalgte studier

Forfatter	Studienavn	Formål med modellen	Variabler og prediksjon	Statistisk modell
Mohammadi (2005)	Comparison of Regression, ARIMA and ANN Models for Reservoir Inflow Forecasting using Snowmelt Equivalent (a Case study of Karaj)	Predikere vårtilsig basert på snøsmelting og værforhold	Snømengde, nedbør, temperatur → vårtilsig	Lineær regresjon, nevrale nettverk, ARIMA
Lee (2020)	Monthly Reservoir Inflow Forecasting for Dry Period Using Teleconnection Indices: A Statistical Ensemble Approach	Forutsi månedlig tilsig til reservoarer	13 klimaindekser → månedlig tilsig	Lineær regresjon, support vector machines, nevrale nettverk
Mendoza (2017)	An intercomparison of approaches for improving operational seasonal streamflow forecasts	Sammenligne metoder for sesongbaserte avrenningsprognoser	Initiale hydrologiske forhold og klimavariabler → sesongbasert avrenning	Lineær regresjon, hybridmodeller
Brunner (2023)	Spatial variability in Alpine reservoir regulation: deriving reservoir operations from streamflow using generalized additive models	Rekonstruere sesongmessige reservoaroperasjoner i alpine områder	Temperatur, nedbør, dag i året, isbrebalanse → differanse mellom observert og predikert strømning fra reservoar	GAM
Ouarda (2018)	Introduction of the GAM model for regional low-flow frequency analysis at ungauged basins and comparison with commonly used approaches	Estimere lavvannskvantiler i uinstrumenterte nedbørfelt og sammenligne regionaliseringsmetoder	Fysiske og meteorologiske feltparametere (bl.a. areal, nedbør, temperatur, jordtype) → lavvanns-kvantiler (sommer og vinter)	GAM, lineær regresjon, andre.

1.4 Avgrensninger

Denne oppgaven er avgrenset til analyse av vannkrafttilsig i fem utvalgte nedbørfelt i Norge. Alt datagrunnlag er nasjonalt, og det benyttes ikke lokal eller geografisk spesialkunnskap i modelleringen. Formålet er å utvikle en statistisk modell som er så generell og forklarbar som mulig, og som kan anvendes på tvers av ulike vassdrag uten tilpasninger.

Valget av metodikk er bevisst begrenset til generaliserte additive modeller (GAM), som kombinerer fleksibilitet med høy grad av tolkbarhet. I motsetning til mer komplekse og lite gjennomsiktige modeller, gir GAM eksplisitte uttrykk for hvordan hver enkelt prediktor påvirker responsvariabelen (Wood, 2017). Dette gjør det lettere å etterprøve og forstå modellen, også for brukere uten spesialisert kunnskap i statistikk eller hydrologi.

Fokuset ligger på å modellere statistiske sammenhenger mellom værvARIABLER og tilsig, uten å benytte detaljerte hydrologiske prosessmodeller eller lokal ekspertise. Målet er å lage en modell som kan trenes opp på hvilket som helst vassdrag med meteorologiske data, og som kan brukes både til analyse av historiske forhold og til scenario-baserte prediksjoner under fremtidige klimabetingelser.

2. Teoretisk rammeverk

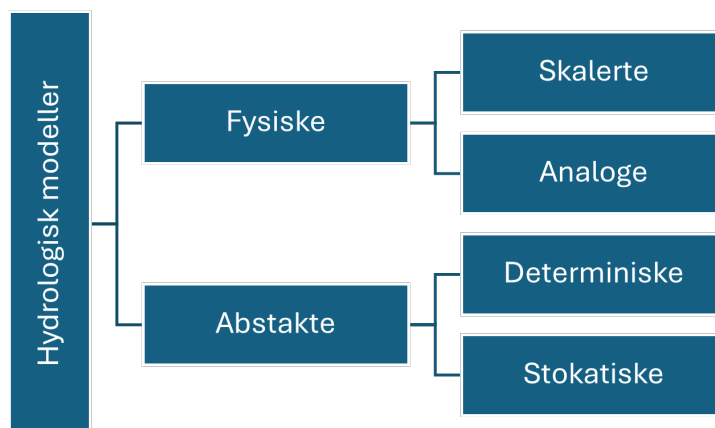
2.1 Modeller i hydrologi

En hydrologisk modell er definert som «en forenklet representasjon av sammenhenger i vannets kretsløp, med den hensikt å forstå, forutsi og forvalte vannressurser på en bedre måte» (Bakken, 2021).

I løpet av det forrige århundret ble flere hydrologiske modeller utviklet basert på laboratorieforsøk (Singh, 2018).

Fysiske laboratoriemodeller, slik som de som utvikles ved NTNU

HydroCens Vassdragslaboratorium, muliggjør systematiske studier av hydrologiske prosesser som avrenning, infiltrasjon og flom under kontrollerte betingelser.



Figur 1: Klassifisering av hydrologiske modeller (Jajarmizadeh, 2012)

På 1950-tallet ble regneteknikker som Z-transformasjon, Fourier- og Laplace-transformasjoner tatt i bruk i modelleringen (Xu, 2002). Fra 1960-tallet førte økt datakraft til utvikling av nye numeriske og statistiske modeller (Singh, 2018). På 1990-tallet ble fokus rettet mot anvendelser innen miljø, naturkatastrofer og klimaendringer (National Institute of Hydrology, 2017).

En fysisk modell beskriver et reelt system gjennom et annet, forenklet system, slik som skalerte fysiske modeller ved NTNU HydroCen (RenewHydro, 2025). Analoge modeller etterligner naturlige prosesser med andre systemer, som elektrisk strøm for å simulere vannstrømmer (Xu, 2002). Abstrakte matematiske modeller bruker inputverdier og ligninger for å simulere output som tilsig (Jajarmizadeh, 2012).

Abstrakte modeller kan videre deles inn i deterministiske og stokastiske modeller, der deterministiske modeller gir prognoser basert på faste relasjoner, mens stokastiske modeller lager prediksjoner med innlagt tilfeldighet (Chow, 1988). Ifølge Traverso (2019) og Ochoa-Tocach (2022) er flere populære hydrologiske modeller deterministiske, som Topography-based Hydrological Model (TOPMODEL), Hydrologic Modeling System (HMS), Water Evaluation and Planning system (WEAP) og Hydrologiska Byråns Vattenbalansavdelning model (HBV). Andre, som Routing System Model – MINERVE (RS MINERVE), er stokastiske, mens enkelte kombinerer begge tilnærminger, slik som Lutz-Scholz-modellen.

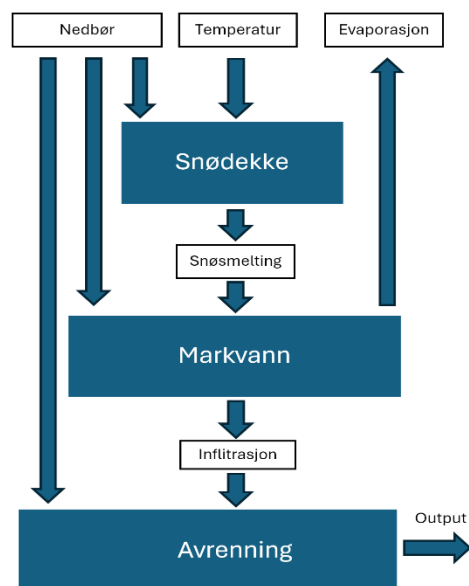
Hydrologiske modeller benyttes til å estimere vannføringer, optimalisere vannressursforvaltning, forbedre flomvarsling, planlegge infrastrukturtiltak, og analysere konsekvensene av klimaendringer på hydrologiske prosesser (Singh, 2018).

Den mest brukte hydrologiske modellen i Norge er en tilpasset variant av HBV-modellen, som anvendes blant annet til simulering og prognoser for vannføring, flomvarsling og magasinforvaltning (NVE, 2025a).

HBV-modellen ble utviklet ved Svenska Meteorologiska och Hydrologiska Institut i 1972 (Seibert, 2022) og er en abstrakt, deterministisk modell som beregner vanntransport og vannbalanse mellom snølag, markvann i bakken og avrenning. Modellen benytter 15–30 parametere, inkludert snøsmeltingsrate, terskelverdier for avrenning, feltets lagringskapasitet for jordvann og flomforløpskarakteristikker (Seibert, 2022). Disse parameterne tilpasses feltspesifikke forhold som

arealstørrelse, andel sjø, topografi og klima. Parametrene kalibreres mot historiske data og verifiseres mot uavhengige datasett (Seibert, 2022). HBV er særlig godt egnet for norske forhold på grunn av modellens evne til å representere snøakkumulering og snøsmelting, dens relativt lave krav til datatilgang, og dens dokumenterte robusthet under norske klimaforhold (NVE, 2025a; Seibert, 2022).

Likevel finnes det flere utfordringer knyttet til bruken av modellen. HBV krever spesifisering av parameterverdier for sentrale mekanismer i modellen. Dersom disse parameterne ikke kalibreres, reduseres modellens forklaringskraft ved prediksjon av tilsig (Le, 2021). Schjølberg (2001) viste at modellen hadde lavest ytelse i perioder med flom, og at det kreves kalibrering av opptil 32 parametere for å oppnå tilstrekkelig forklaringskraft. Bruk av forhåndsdefinerte eller såkalte «default»-verdier gir svekket prediksjon av tilsigsverdier (Le, 2021). Tilsvarende viser Le (2021) at anvendelse av samme initialparametersett på tvers av nedbørsfelt kan føre til suboptimale resultater, og at feltspesifikke parametere er nødvendige for god lokal tilpasning. Modellen presterer dermed best når den kombineres med høy grad av kalibreringsarbeid og hydrologisk kunnskap om de lokale forholdene, men mangelen på åpen kildekode begrenser mulighetene for transparens (Seibert, 2022).



Figur 2: Illustrasjon av HBV-modellen (NVE, 2025a)

2.2 Statistisk metode

I denne oppgaven anvendes en statistisk metode for å modellere tilsig. Metoden som benyttes er generaliserte additive modeller (GAM). Dette kapittelet redegjør for det teoretiske grunnlaget for metoden.

2.2.1 Generaliserte additive modeller (GAM)

GAM er en fleksibel utvidelse av generaliserte lineære modeller, utviklet for situasjoner der forholdet mellom forklaringsvariabler og responsvariabel ikke kan antas å være lineært (Hastie, 1990). I stedet for å spesifisere formen på sammenhengen på forhånd, lar GAM dataene bestemme strukturen ved å bruke glatte funksjoner som tilpasses automatisk (Simpson, 2023). Disse funksjonene formes med såkalte penaliserte spliner, som gir en balansert modell: fleksibel nok til å fange mønstre i dataene, men kontrollert nok til å unngå overtilpasning (Wood, 2017).

GAM anses som en modell med middels kompleksitet (Simpson, 2023). Den krever lite forhåndskunnskap om hvordan variabler henger sammen, men gir samtidig tolkbare resultater. En viktig fordel er at man kan visualisere effekten av hver enkelt forklaringsvariabel direkte, noe som gjør modellen velegnet i fagområder der forståelse og forklaring er like viktig som presisjon. Dette gjør GAM særlig nyttig i anvendelser som klima- og miljøforskning, økologi, hydrologi og medisin (Crawley, 2013; Simpson, 2014; Simpson, 2022b; Simpson, 2023; Wood, 2017). Sammenlignet med mer komplekse maskinlæringsmetoder, som nevrale nettverk eller random forest, har GAM fordelen av å tolkbar, åpen og etterprøvbart (Simpson, 2022a).

En generalisert additiv modell skiller seg fra en lineær modell ved at en additiv prediktor erstatter den lineære prediktoren. Den generelle formen for GAM er:

$$g(E[Y]) = \xi = \beta_0 + \sum_{j=1}^p f_j(X_j) \quad (1)$$

Hvor:

- Y er responsvariabel
- $E[Y]$ er forventningen μ av responsvariabelen
- $g(\cdot)$ er link funksjonen
- ξ er en additiv prediktor
- β_0 er konstantleddet (intercept) som angir forventet verdi av Y når alle X_j er 0.
- $f_j(X_j)$ er en glatt funksjon av forklaringsvariabel X_j
- $\sum_{j=1}^p$ er summen av bidragene fra alle de p forklaringsvariablene.
(Crawley, 2013; Hastie, 1990; Wood, 2017)

En link-funksjon kobler sammen forventningsverdien av responsvariabelen med den additive strukturen i modellen. Link-funksjonen gjør det mulig å modellere data som kan være ikke normalfordelte eller ikke lineært avhengige av forklaringsvariablene, modellere data som har begrensede utfallsrom (som sannsynligheter) og skjevfordelte data (Egeland, 2024).

Den glatte funksjonen f_j kan defineres som en lineær kombinasjon av k basisfunksjoner $b_{ji}(x)$:

$$f_j(x) = \sum_{i=1}^k \beta_{ji} b_{ji}(x) \quad (2)$$

Hvor β_{ji} er smooth-koeffisienten som bestemmer bidraget fra den i -te basisfunksjonen for variabelen X_j (Hastie, 1990; Ouarda, 2018; Wood, 2017). Basisfunksjoner kan f.eks. være enkle polynomfunksjoner (Simpson, 2022b). Standart glatte funksjon i Mgcv-pakken i R studio er thin plate regression splines (Wood, 2025).

Antagelser for GAM

Ifølge Wood (2017) og Wood (2019) gjelder følgende nøkkelantakelser:

- Korrekt spesifisert linkfunksjon som kobler forventningsverdien av responsvariabelen til prediktorene. Valg av linkfunksjon avhenger av typen responsvariabel: log-link brukes ofte for positivt skjevfordelte data (f.eks. nedbør), logit-link for binære utfall, og identitetslink når forholdet forventes å være lineært. Korrekt spesifisering vurderes gjennom residualanalyse, diagnostiske plott og sammenligning av modelltilpasning med alternative linker.
- GAM forutsetter at de estimerte funksjonene er glatte og kontinuerlige. Valg av glattingsparameter og basisdimensjon k i uttrykket (2) må vurderes nøye for å unngå overtilpasning eller for grov modellstruktur. Dersom k er satt for lavt, kan det føre til at viktige mønstre ikke fanges opp.
- Observasjonene må være uavhengige. Ved tidsavhengighet oppstår autokorrelasjon i residualene og dette må behandles. Blant metodene som anvendes er bruken av GMM (Generalized Additive Mixed Models), utvidelse av GAM med en korrelasjonsstruktur som modellerer autokorrelasjon i residualene, for eksempel ved hjelp av en autoregressiv modell (AR), og andre metoder (Clark, 2024; Quebec Centre for Biodiversity Science, 2025; Simpson, 2020). Metoden som er bruk i denne oppgaven, er beskrevet i kapittel 3.4.
- Forventet konstant varians.

- Fravær av concurvity. En utvidelse av multikollinearitet til ikke-lineære modeller kalles concurvity – en situasjon der en prediktor kan forklares som en glatt funksjon av en annen. Høy concurvity kan gjøre modellresultatene ustabile og vanskeligere å tolke. I praksis anses concurvity-verdier over 0,8 som høye og potensielt problematiske (Kloese, 2022).

Samtidig understreker Clark (2022) at concurvity ofte må forventes i praktiske datasett, spesielt når flere prediktorer naturlig samvarierer. Han påpeker at slike sammenhenger ikke nødvendigvis fører til skjevhet i estimatene, men kan øke usikkerheten. Likevel kan man ha tillit til resultatene fra modeller estimert med mgcv pakken i Rstudio, ettersom selve estimeringsprosedyren er utviklet med slike utfordringer i tankene: “However, the mgcv estimation procedures have been developed with such issues in mind, and one can feel fairly confident in the results even in the presence of concurvity.” (Clark, 2022). Dette støttes også av Wood (2008), som viser at glatte funksjoner i mgcv estimeres på en måte som tar høyde for mulige sammenhenger mellom prediktorene.

Modelltilpasning

I en GAM estimeres de glatte funksjonene ved å kombinere fleksibel kurvetilpasning med kontroll for overtilpasning. Dette gjøres ved å maksimere en penalisert log-likelihood L_p (Simpson, 2022b).

$$L_p = \log(\text{Likelihood}) - \lambda W$$

Likelihood-funksjonen beskriver sannsynligheten for å observere de dataene vi faktisk har sett, gitt en spesifikk modell og dens parametere (Egeland, 2024). I statistisk modellering brukes likelihood til å estimere hvilke parameterverdier som gjør de observerte dataene mest sannsynlige (Mendenhall, 2011).

Smoothfunksjonens kompleksitet, eller «wiggleness» W er:

$$W = \int [f''(x)]^2 dx$$

W tolkes direkte og intuitivt, dette er summen av den totale krumning som funksjonen har. Jo høyre W er, jo mer kompleks eller «wiggly» funksjonen er.

For å balansere mellom nøyaktighet mot data (log-likelihood) og jevnhet i funksjonene (wiggleness), introduseres en glattingsparameter λ , der den optimale λ skal gi en riktig balanse mellom modellens tilpasningsevne og glatthet (Ouarda, 2018). I praksis (Rstudio) brukes Restricted Maximum Likelihood Estimation (REML) for å finne den beste verdien av λ (Quebec center for biodiversity science, 2025; Simpson, 2022b).

I tillegg til glattingsparameteren λ som kontrollerer hvor sterkt modellen straffer krumning, spiller også basisdimensjonen k en viktig rolle i modelltilpasningen. Parameteren k angir hvor mange basisfunksjoner som brukes til å representere hver glatt funksjon. Et lavt k begrenser modellens evne til å fange opp kompleks struktur i dataene, mens et høyt k gir modellen mer fleksibilitet. For å unngå både undertilpasning og overtilpasning, anbefales det å kombinere et relativt høyt k med penaliseringsstrategier, slik at modellen selv kan justere hvor kompleks hver funksjon skal være (Wood, 2017).

Hvor kompleks en glatt funksjon faktisk blir i modellen, oppsummeres gjennom den effektive frihetsgraden - EDF (Wood, 2017). Denne verdien gjenspeiler funksjonens fleksibilitet etter at straffeparametrene er anvendt. En EDF nær 1 tilsvarer en nesten lineær sammenheng, mens høyere edf indikerer mer komplekse mønstre. Dersom en glatt funksjon får en EDF nær null, betyr det at modellen i praksis ikke bruker denne variabelen, fordi den ikke bidrar til å forklare variasjonen i dataene (Wood, 2019).

Inferens

I likhet med lineær regresjon kan man i generaliserte additive modeller (GAM) vurdere hvorvidt en forklaringsvariabel har en signifikant effekt på responsvariabelen. Dette gjøres gjennom hypotesetesting, hvor følgende hypoteser benyttes:

$$H_0: \beta = 0 \quad (\text{ingen effekt})$$

$$H_1: \beta \neq 0 \quad (\text{signifikant effekt})$$

Her tester man om den estimerte effekten av en gitt variabel avviker signifikant fra null. I praksis (RStudio) beregnes en p-verdi, som uttrykker sannsynligheten for å observere en så ekstrem estimert koeffisient (eller mer ekstrem), gitt at nullhypotesen H_0 er sann. Dersom p-verdien er lav (f.eks. $< 0,05$), forkastes H_0 , og man konkluderer med at variabelen har en signifikant innvirkning på modellen (Mendenhall, 2011).

I R-pakken `mgcv` returnerer funksjonen `summary.gam()` automatisk en p-verdi som tester nullhypotesen om at en forklaringsvariabel, representert ved en tilhørende glatt funksjon $f_j(X_j)$, ikke har signifikant effekt i modellen. Hvis p-verdien er liten (f.eks. $< 0,05$), forkastes H_0 og sier glatte funksjonen $f_j(X_j)$ representerer en signifikant sammenheng mellom forklaringsvariabelen X_j og responsen (Wood, 2017).

I tillegg til formelle tester, gir visualisering av glatte-funksjonene verdifull informasjon. Ifølge Hastie (1990) kan de estimerte glatte funksjonene fra en additiv modell tolkes som en ikke-lineær analog til regresjonskoeffisientene i en lineær modell. I praksis vil smooth-plott for $f_j(X_j)$ med tilhørende konfidensbånd gjøre det mulig å vurdere om funksjonsformen faktisk utviser et systematisk mønster. Dersom funksjonen er flat og usikkerhetsbåndene inkluderer null over hele området, kan det være grunn til å ekskludere prediktoren eller modellere den lineært (Wood, 2017).

Forklaringsevne

Forklaringskraften til en GAM uttrykkes ofte ved en utvidet versjon av R^2 , kalt "explained deviance", som måler hvor mye av variasjonen i dataene som forklares av modellen i forhold til en nullmodell:

$$\text{Explained deviance} = 1 - \frac{D_{\text{mod}}}{D_{\text{null}}}$$

Hvor D_{mod} er modellens devians, et mål på hvor godt den tilpassede modellen stemmer med opprinnelig data og D_{null} nullmodellens devians, deviansen for en modell som bare inkluderer en konstant og ingen prediktorer (Wood, 2017).

2.3 Værparametere og vannkrafttilsig

Dette avsnittet ser nærmere på sammenhengen mellom tilsig (vannføring inn til magasiner/kraftverk) og værparametere temperatur, nedbør, overflateavrenning, evaporasjon, snødybde, vindstyrke og solstråling.

2.3.1 Temperatur

Lufttemperatur påvirker tilsig ved å bestemme om nedbør faller som regn eller snø, og ved å bestemme hvor fort snøen smelter. Når temperaturen er under 0 °C, vil nedbøren komme som snø, lagres og ikke bidra til umiddelbart tilsig. Når temperaturen stiger over 0 °C, starter snøsmeltingen. Luft med temperatur over 0 °C bringer varme og er den viktigste kilden til snøsmelting, da omtrent 65 % av energien som trengs for å smelte snø kommer fra luften (Doksæter Sivle, 2025b). Rask temperaturøkning om våren fører til vårfloppen i snødekte områder (Roald, 2013). I kystnære, mildere områder kan nedbør falle som regn om vinteren, og høyere vintertemperaturer kan forårsake snøsmelting også om vinteren. Generelt gir høyere temperaturer økt tilsig når det finnes snø tilgjengelig for smelting. Når det derimot ikke er snø, kan høy temperatur i stedet føre til tørke ved å øke fordampingen. Effekten av temperatur på tilsig er vil være sesongavhengig: om høsten kommer det mest regn, om vinteren gir kulde mindre tilsig pga. snølargring, om våren er varme hovedårsaken til snøsmelteflom, mens om sommeren kan høye temperaturer redusere tilsig pga. evaporasjon (Mamen, 2025; Skålevåg, 2021). Basert på dette forventes en positiv sammenheng mellom temperatur og tilsig i perioder med snøsmelting om våren. På sommeren kan høy temperatur derimot bidra til redusert tilsig på grunn av økt evaporasjon.

2.3.2 Nedbør

Nedbør er definert som vann i fast eller flytende form som faller mot jordoverfalten (Doksæter Sivle, 2024). Nedbør tilfører vann til nedbørsfeltet og påvirker tilsiget direkte. Mye nedbør vil generelt gi høyere tilsig, mens lengre perioder uten nedbør påvirker tilsiget negativt. Det er imidlertid fuktigheten og temperaturen i bakken som avgjør om nedbøren påvirker tilsiget direkte. Dersom jordsmonnet er mettet med fuktighet, vil nedbør gå

direkte til overflateavrenning (se neste avsnitt) og deretter til tilsiget (Engeland, 2016; Horton, 1933). Om jordsmonnet er tørt eller lite fuktig, kan mye nedbør gå med å infiltrere jordsmonnet. Regn på snø er et fenomen som kan føre til at både regnvann og snø smeltevann samtidig bidrar til økt tilsig eller flom (Lawrence, 2013; Vickers, 2024). Ovennevnte mekanismer tilsier at sammenhengen mellom nedbør og tilsig er ikke nødvendigvis lineært. Mengder nedbør varierer mye i Norge, fra 200 mm/år enkelte steder på Østlandet til over 4000 mm/år ved noen områder på Vestlandet (Doksæter Sivle, 2024). Det forventes en generelt positiv sammenheng mellom nedbør og tilsig, men styrken i sammenhengen vil kunne variere avhengig av jordfuktighet, temperatur og årstid.

2.3.3 Overflateavrenning

Overflateavrenning er andelen av nedbør som renner ut i vassdrag (Rosvold, 2024). Overflateavrenning kan også forekomme når det er snøsmelting eller regn på snø (Marks, 2017). Effekten av overflateavrenningen på tilsiget er direkte, jo mer overflateavrenning, jo større vannmasser vil ende opp som tilsig. Hvor raskt overflateavrenningen når tilsiget vil være avhengig av størrelsen på nedbørsfeltet (Saloranta, 2011). Urbanisering og større andel av områder med tette flater fører til mer overflateavrenning (Dalen, 2016; Sælthun, 2021). Overflateavrenningen i Norge varierer betydelig med geografiske og klimatiske forhold, med over 3000 mm/år per kvadratmeter på Vestlandet og under 500 mm/år per kvadratmeter på Finnmarksvidda og deler av Østlandet (Beldring, 2022). Ifølge NVE er korrekte verdier for overflateavrenning viktige og nødvendige for beregning av gjennomsnittlig tilsig i et punkt i et vassdrag (Beldring, 2022). Det forventes en sterk og direkte positiv sammenheng mellom overflateavrenning og tilsig, der høy avrenning raskt bidrar til økte vannføringer i vassdragene.

2.3.4 Evaporasjon

Evaporasjon eller fordamping oppstår når vannmolekyler går fra væskefase til gassfase. Fordamping kan enten oppstå på vannoverflater, bakken eller i planter (transpirasjon). Nedbør som ikke blir til avrenning, kan enten lagres i jordmonnet, snø, is, vegetasjon eller fordampe (Rosvold, 2024). Fordamping, som er en faseovergang, krever store energimengder. På grunn av relativt lave lufttemperaturer og begrenset tilgjengelig strålingsenergi, forblir fordampningen moderat gjennom hele året og er lavest i de områdene som mottar mest nedbør (Beldring, 2022). Det er store variasjoner i hvor mye av nedbøren fordamper i Norge, med ca. 50% i sørlige deler på Østlandet og kun 10% i høyfjellsområder på Vestlandet (Beldring, 2022). Blant faktorene som påvirker evaporasjon sterkest er temperatur og solstråling, dette gir mest fordamping på sommerhalvåret og minst om vinteren. Dette bidrar til at flere vassdrag får sin laveste vannføring på sensommeren (Halleraker, 2021). Faktisk forventes økt evapotranspirasjon i et varmere klima å gi lengre sommertørkeperioder med lavt tilsig (NVE, 2017). Vind kan også bidra til økt fordamping, da vind transporterer fuktig luft bort fra fordampningskilden

og erstatter den med tørrere luft (Shuttleworth, 2007). Sterk vind over en våt overflate kan dermed øke vanntapet betydelig sammenlignet med stille vær. Samlet sett fører fordampningen til redusert tilsig under varme og tørre forhold, denne effekten er sterkest om sommeren.

2.3.5 Snødybde

Snø utgjør en tredjedel av nedbør i Norge og utgjør et viktig bidrag til vannet i kraftmagasinene (NVE, 2023). Dersom temperaturen er under 0 °C vil nedbør lagres som snø inntil snøsmelting starter. Mengden snø i et nedbørfelt avgjør hvor mye vann som potensielt kan komme som tilsig i smelteperioden. På denne måten virker snø som en buffer, om vinteren holdes tilsiget nede og om våren tømmes bufferen og tilsiget øker. Indre og nordøstre deler av Norge er preget av snøsmeltingsflom og vinterlavvann på grunn av snøakkumulasjon (Halleraker, 2021). Mens tilsiget i norske vassdrag er generelt stort under perioder med mye nedbør om høsten, er tilsiget spesielt preget av stor snøsmelting om våren (Holmqvist, 2013). Faktorer som bidrar mest til snøsmelting er varm luft, forskjellen mellom kortbølget stråling fra sola og langbølget stråling fra jordoverflaten og når vanndamp i lufta kondenseres til vann på snøen (Doksæter Sivle, 2025b). Vind påvirker også snøsmelting. Dette skjer spesielt på Vestlandet der det kommer mild og fuktig luft inn fra havet i hele vinteren, og de største smelteflommene forekommer ofte i slikt vær (Doksæter Sivle, 2025b). Fra vannkraftperspektiv anses snø som et stort energilager, og det er dermed viktig å ha informasjon om snømengder med hensyn på planlegging av vannkraftproduksjon, spesielt i år med lite snø (NVE, 2023). Dessuten kan snøsublimering oppstå, der fast stoff går over til gass/damp. Pettersen (2025) påstår at en stor del av snøen forsvinner, mens det pågående prosjektet SnowSub forsøker å komme frem til den faktiske mengden av «tapt snø» (Silantyeva, 2022). For estimering av tilsiget ansees det som viktig å inkludere tilgjengelig data om snø (Magnusson, 2020). En positiv sammenheng mellom snødybde og vårens tilsig forventes, siden større snømengder gir mer vann tilgjengelig for smelting. Lav snødybde vil kunne føre til redusert vårflo.

2.3.6 Vindstyrke

Vind i seg selv styrer ikke tilsiget, men kan fortsatt påvirke tilsigsdannende prosesser indirekte. For det første er nedbørfordelingen nær knyttet til vindforhold og topografi (Mamen, 2025). Norges beliggenhet i vestavindsbeltet innebærer at fuktige, maritime luftmasser jevnlig transporteres inn fra Atlanterhavet mot kysten. Når disse luftmassene møter fjellområdene tvinges de til væroppstigning og kondenseres, noe som gir høy nedbør langs vestvendte fjellsider. Øst for fjellene oppstår en regnskyggeeffekt, hvor nedbøren reduseres betydelig og luften forblir relativt tørr (Mamen, 2025). For det andre øker vind fordampningen og når det blåser vil vanndamp transporteres bort fra overflater. Dermed kan vind på varme og tørre dager bidra til å tørke ut landskapet, øke evaporasjonsraten som igjen vil redusere tilsig (Davarzani, 2013). På den andre siden kan

vind medbringe mild og fuktig luft fra havet, noe som igjen vil økt nedbør i form av regn og føre til snøsmelting. I tillegg kan fenomenen som vinddrevet smelting av flekkvis snødekke oppstå (van der Valk, 2022). Dette skjer i fjellregioner med store horisontale forskjeller i temperaturer og varmeklukser, der vind bidrar til at disse forskjellene driver adveksjon⁸ av latent varme fra snøfrie til snøfleckene områder (van der Valk, 2022). Vind forventes derfor å ha en indirekte påvirkning på tilsiget gjennom effekter på evaporasjon, nedbør og snøsmelting.

2.3.7 Solstråling

Solstråling påvirker ikke tilsiget direkte, men styrer flere av de viktige tilsigdannende prosesser. 35% av energien som fører til snøsmelting i Norge er solstråling (Doksæter Sivle, 2025b). På denne måten er solstråling positivt korrelert med tilsiget i perioder med snøsmelting. Solstråling bidrar også til fordamping, både fra fysiske objekter og levende biologisk materiale (UiO, 2019). Dersom det er nok tilført energi og vind som kan frakte bort fuktig luft fra overflater, vil overflater ha en høyere evaporasjonspotensiale (Ebnes, 2019). Ifølge (Fassnacht, 2021) mesteparten av fordampningen skje fra overflaten av innsjøer, i jordsmonnet, når snøen smelter og når vannet renner over steiner eller andre overflater, slik at solstråling blir negativt korrelert med tilsiget. Dersom temperaturen og fuktigheten er lav nok og det tilføres tilstrekkelig energi fra solstråling, kan snøen sublimere (Fassnacht, 2021). Dette vil igjen føre til tapt potensialet for tilsiget. Dessuten har solstråling både daglig og sesongvariasjon. Det tilføres ingen solstråling om natta og ingen solstråling på vinterhalvåret nord for den nordlige polarsirkelen. Sammenlagt vil solstråling vise positiv korrelasjon med tilsiget i snørike vårperioder eller negativ korrelasjon med tilsiget i snøfrie, tørre og varme perioder (Halleraker, 2021).

Etter gjennomgangen av hver enkelt værparameter, er det hensiktsmessig å oppsummere den forventede retningen og naturen på sammenhengen mellom tilsig og hver forklaringsvariabel. Tabell 2 viser hvilken korrelasjon som er forventet – positiv, negativ, tidsavhengig eller todelt – og gir en kort forklaring basert på hydrologiske prosesser og sesongmessige variasjoner.

⁸ Adveksjon er en betegnelse for horisontal transport av luft og enkelte størrelser som temperatur eller fuktighet (Doksæter Sivle, 2025a)

Tabell 2: Værparametere og deres antatte effekt på tilsig

Værparameter	Antatt korrelasjon med tilsig	Forklaring
Temperatur	Både positiv og negativ	Øker tilsig ved snøsmelting om våren; reduserer det i tørre, snøfrie perioder pga. økt fordamping
Nedbør	Positiv	Mer nedbør gir økt tilsig, men effekten avhenger av jordfuktighet, temperatur og årstid
Overflateavrenning	Positiv	Økt avrenning fører direkte til høyere tilsig, uavhengig av form (regn, smeltevann)
Evaporasjon	Negativ	Evaporasjon reduserer tilsig ved vanntap fra systemet, særlig under varme og tørre sommerforhold.
Snødybde	Tidsavhengig	Høy snødybde indikerer potensielt høyere tilsig ved smelting, men i selve smelteperioden vil økt tilsig sammenfalle med synkende snødybde
Vindstyrke	Både positiv og negativ	Kan øke nedbør og snøsmelting, men også fordamping; nettoeffekt avhenger av værforhold og sesong
Solstråling	Både positiv og negativ	Øker både snøsmelting og evaporasjon; effekten varierer med snøtilgjengelighet og årstid

3. Metode

3.1 Datagrunnlag

Til denne oppgaven ble det tildelt datamaterialet for Norge og Europa. Datamaterialet kan deles i tre hovedkategorier.

1. Historiske tilsigsprofiler for tilsiget [m^3/s] til vannkraftsystemer.
2. Værdata bestående av:
 - Temperatur [Kelvin]
 - Nedbør [mikrometer]
 - Evaporasjon [mikrometer]
 - Snødybde [millimeter vannsøyle]
 - Overflateavrenning [mikrometer]
3. Vindstyrke [m/s] og solstråling [W/m^2]

Historiske tilsigsprofiler er levert av NVE, omfatter 85 målestasjoner og beskriver målte tilsigsverdier til det norske vannkraftsystemet (NVE, 2024). Data i tidsseriene er en blanding av ekte målinger og observasjonsbrudd hvor seriene er komplimentert ved bruk av HBV-modeller (NVE, 2024).

Værdata er for de samme geografiske områdene som målestasjonene og kommer fra ECMWF Reanalysis v5 (European Centre for Medium-Range Weather Forecasts, 2025a). Dette er type reanalyse data der historiske satellittobservasjoner og værstasjonsmålinger i kombinasjon med værmodeller er brukt for å lage estimerte verdier for værdata (European Centre for Medium-Range Weather Forecasts, 2025a; Meteoblue, 2025). ECMWF, eller European Centre for Medium-Range Weather Forecasts er «et forskningsinstitutt som produserer og formidler numeriske værmeldinger» for deres 35 medlemsland (European Centre for Medium-Range Weather Forecasts, 2025b).

Vind- og soldata og er output fra modellen CoreRES (Correlations in renewable energy sources) ved Danmarks Tekniske Universitet (DTU, 2024). CoreRES brukes for å simulere vind- og solgenereringstidsserier med hovedbruken for integrasjon av vind- og solsystemer (Wind, 2025). Vind verdier er basert på ERA5 og Global Wind Atlas, sol verdier er basert på ERA5 (Koivisto, 2025). Soldata er av typen Global Horizontal Irradiance (GHI), definert som summen av direkte stråling, spredt stråling og reflektert stråling (Messenger, 2010).

3.2 Sammenstilling av data

Formålet med sammenstillingen er ha en konsekvent filstruktur i dataene som gjør det mulig å utføre beskrivende statistikk og videre modellering. Dette kapittelet viser en nærmere undersøkelse av tilgjengelig data og metoden for sammenstillingen.

Utgangspunktet for undersøkelsen er filer med tilsigsdata for de 85 stasjoner, 5 værdata filer for stasjonene, en vinddata- og en soldatafil for hele Norden. Hovedegenskapene for datamaterialet er presentert i tabell 2.

Tabell 3: Datastruktur

Datasett	Periode	Målefrekvens	Georeferanse	NA/ugyldige data
Tilsig	1958.01.01, 2022.12.31	Per døgn	Stasjonsnavn	Verdier f.o.m. 2022.11.01 er - 9999 m ³ /s
Værdata	1980.01.01, 2022.12.31	Per time	Stasjonsnavn	Negative verdier for nedbør og avrenning
Vind	1980.01.01, 2021.12.31	Per time	Kommune nummer	Ingen
Sol	1980.01.01, 2021.12.31	Per time	Kommune nummer	Ingen

Kun tilsigsfiler har ugyldige data. Prinsipielle ulikheter omfatter en mye lengre tidsperiode for målt tilsig kontra andre data, målefrekvensen til tilsiget kontra alle andre data og georeferanse for tilsiget og værdata kontra vind og sol data. Det må også nevnes at antallet norske kommuner for vinddata er 354 og er 355 for soldata.

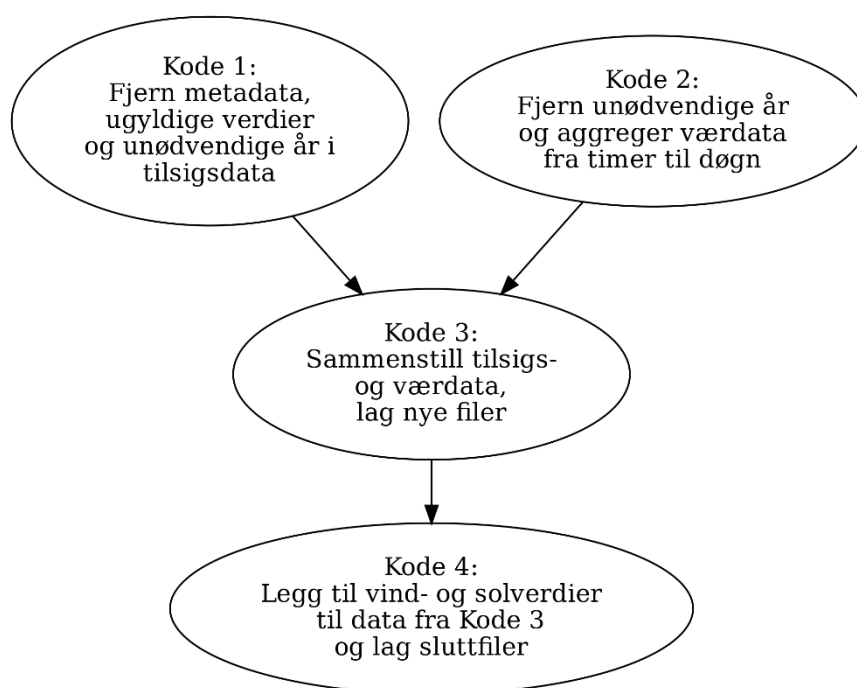
For å lage en datasettstruktur så konsekvent som mulig, ble det bestemt å fjerne ugyldige data for tilsiget, bruke felles målefrekvens per døgn og samkjøre kommunenummer for vind- og soldata mot kommunenavn for målestasjoner. Antall år i tidsserien skal være lang nok for å unngå «sampling errors», noe som betyr at vi kun ser på en del og ikke hele populasjonen (Särndal, 1992) . Troccoli (2007) anbefaler å bruke minst 30 år med tidsseriedata for klimamodeller. Av den grunn ble det bestemt å bruke perioden 1980-2020.

Nedbør, evaporasjon og overflateavrenning er masseflyt prosesser der volumet aggregeres over døgnet. Temperatur og snødybden behandles ofte som gjennomsnitt av målinger (Kjellström, 2010; Lussana, 2021; Saloranta, 2018). Dermed ble følgende måte brukt for å aggregere data: temperatur og snødybde – gjennomsnitt; nedbør, evaporasjon og overflateavrenning – sum over døgnet.

Ved å aggregere timebaserte værdata til døgnverdier gattes naturlige variasjoner på kortere tidsskala ut, noe som kan føre til tap av viktig informasjon om raske endringer i værforholdene (Maraun, 2010). Dette kan ha betydning for analyser av hydrologiske prosesser som er følsomme for slike endringer. Videre kan døgnaggregert data fortsatt

være preget av tidsmessig avhengighet mellom observasjonene, siden timeverdiene i utgangspunktet ofte er korrelerte. Dette innebærer at variansen i døgnverdiene kan avvike fra det man forventer dersom observasjonene var uavhengige, noe som krever forsiktig tolkning av analyseresultatene (Wilks, 2006).

Datasettets klargjøring ble gjennomført RStudio og består av fire hovedsteg, som illustrert i Figur 3. Først ble tilsigsdata forberedt ved å fjerne unødvendige metadata, ugyldige verdier og irrelevante år. Negative verdier for nedbør og avrenning ble gjort om til 0. Deretter ble værdata bearbeidet ved å fjerne unødvendige år og aggregere timebaserte målinger til døgnverdier for å sikre konsistens i målefrekvens. I neste steg ble tilsigsdata og værdata sammenstilt og lagret i nye filer. Til slutt ble vind- og solverdier koblet til det sammenstilte datasettet for å produsere endelige analysefiler. Denne prosessen fører til et helhetlig og konsistent datagrunnlag for videre arbeid. Koden er lagt ut til GitHub - <https://github.com/geekaycee/Masteroppgave>.



Figur 3: Flytdiagram av datasammenstilling

3.3 Valg av studieområde

Datasettet som er benyttet i denne masteroppgaven består blant annet av nedbørsfeltene oppstrøms for 85 målestasjoner. På grunn av problemstillingens omfang er det ikke mulig å bruke alle disse nedbørsfeltene. Derfor er det nødvendig å gjennomføre en seleksjon av nedbørsfeltene. Kriteriene bak er beskrevet under.

Siden det ikke er mulig å modellere alle områder, er det viktig å fokusere på et representativt utvalg. For å identifisere dette utvalget ble det først gjennomført en vurdering av tidseriedataene, med fokus på om målestasjonene er påvirket av regulerte oppstrømsmagasiner. Dersom nedbørsfeltet til en målestasjon påvirkes av menneskelig aktivitet, som vassdragsreguleringer, vil tidsseriedataene ikke nødvendigvis reflektere en naturlig sammenheng mellom tilsig og værdata. For å undersøke reguleringsstatus for de aktuelle målestasjonene ble NVE Sildre benyttet.

Datakvaliteten i tidsseriene kan være påvirket av flere faktorer (Fleig, 2013). Blant de potensielle feilkildene er måleusikkerhet, variasjoner som følge av utskifting av instrumenter, flytting av målestasjoner og endringer i omgivelsene rundt målepunktet (Fleig, 2013). Dersom datakvaliteten reduseres, kan det oppstå inhomogeniteter i data. Dersom variabiliteten i data delvis forklares av inhomogeniteter, vil en statistisk modell oppfatte variabiliteten som ekte (Troccoli 2007). NVE har utarbeidet en oversikt over målestasjoner som bl.a. oppfyller krav om datakvalitet i tidsseriene for bruk klimastudier (Fleig 2013). Studien til Fleig ble også brukt som et kriterium for valg av stasjoner/nedbørsfelt.

Av hensyn til modellanvendelse, validering og representativitet, er det også viktig å velge stasjoner som hører til ulike hydrologiske regimer i Norge. En klassifiseringsmetode innebærer fem ulike regimer presentert i Tabell 4 (Gottschalk 1979).

Tabell 4: Hydrologiske regimer i Norge

Hydrologisk regime	Geografisk område
H ₁ L ₁ Fjell regime	Indre og nordøstre deler
H ₂ L ₁ Innlands regime	Fjordområder sør for Troms
H ₂ L ₂ /H ₃ L ₂ Overgangs regime	Sør-Østlandet
H ₂ L ₃ Baltisk regime	Deler av Møre-Trøndelag
H ₃ L ₃ Atlantisk regime	Ytre kystområder sør for Lofoten

Denne klassifiseringen er basert på hvordan flomperioder (H) og lavvanperioder (L) oppstår. Indeksene for flomperioder viser til snøsmeltingsflom (1), overgangstype – til sekundær regnflom (2) og regnflom (3). Indeksene for lavvanperioder viser til vinterlavvann på grunn av snøakkumulasjon (1), overgangstype - de to laveste månedsavløp tilhører forskjellige årstider, typisk februar og juli (2) og sommerlavvann på grunn av høy fordampning og/eller lite nedbør (3) (Gottschalk 1979).

3.3 Beskrivende statistikk

For å få en oversikt over datasettets struktur og sentrale egenskaper ble det gjennomført en beskrivende statistisk analyse av de inkluderte variablene: tilsig, temperatur, nedbør, overflateavrenning, snødybde, solstråling, evaporasjon og vindstyrke. Formålet med analysen er å identifisere grunnleggende karakteristika ved variablene som kan ha

betydning for videre modellutvikling, herunder vurdering av behov for transformasjon, variabelseleksjon og tilpasning av modeller.

3.3.1 Sentrale mål

For hver variabel ble følgende statistiske mål beregnet: gjennomsnitt, median, standardavvik, koeffisient av variasjon (CV), skjevhet (skewness) og kurtose. Gjennomsnittet, median og standardavviket gir informasjon om sentraltendens og spredning i dataene, mens CV muliggjør sammenligning av variabilitet på tvers av variabler med ulike enheter eller skalaer (Mendenhall, 2011). Skjevhet indikerer om fordelingen er symmetrisk eller om det foreligger en systematisk skjevhet mot høyere eller lavere verdier (Mendenhall, 2011). Kurtose beskriver spisssheten i fordelingen, og kan gi indikasjoner på tilstedeværelse av uteliggere (National Institute of Standards and Technology, 2025).

Matematiske definisjoner er fra Mendenhall (2011) og National Institute of Standards and Technology (2025):

$$\text{Gjennomsnitt} = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\text{Median} = \text{hvis } n \text{ er odde} = x_{(\frac{n+1}{2})}, \text{ hvis } n \text{ er partall} = \frac{1}{2} \left(x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n}{2}+1)} \right)$$

$$\text{Standardavvik} = s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\text{Koeffisient av variasjon (CV)} = \frac{s}{\bar{x}}$$

$$\text{Skjevhet} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^3$$

$$\text{Kurtose} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^4$$

Hvor:

- x_i er observasjon i i datasettet
- $\bar{x}$ er gjennomsnittet av alle observasjoner
- n er antall observasjoner i datasettet
- s er standardavviket til datasettet
- $x_{(\frac{n+1}{2})}$ er midtverdien når n er odde
- $x_{(\frac{n}{2})}$ er første midtverdi når n er partall
- $x_{(\frac{n}{2}+1)}$ andre midtverdi når n er partall

3.3.2 Korrelasjonsmatrise

For å undersøke samvariasjon mellom de uavhengige variablene ble det gjennomført en korrelasjonsanalyse. Korrelasjon måler styrken og retningen på sammenhengen mellom to variabler (Mendenhall, 2011). Tradisjonelt benyttes Pearsons produkt-moment korrelasjonskoeffisient for å måle lineær sammenheng mellom variablene X og Y er definert som:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n-1)s_X s_Y}$$

hvor x_i og y_i er observasjonene, $\bar{x}$ og $\bar{y}$ er gjennomsnittene, og s_X og s_Y er standardavvikene til henholdsvis X og Y .

Ettersom forholdet mellom variablene i datasettet ikke nødvendigvis er lineært, ble Spearman's rangkorrelasjonskoeffisient ρ benyttet som et alternativt mål. Spearman-korrelasjon måler graden av monotont forhold mellom to variabler basert på rangeringene av observasjonene, og er definert som:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

hvor d_i er forskjellen mellom rangene til observasjon i i de to variablene, og n er antall observasjoner.

Korrelasjonsanalysen gir et tidlig grunnlag for vurdering av multikollinearitet og for å informere valg av forklaringsvariabler i videre modellutvikling (Mendenhall, 2011).

3.3.3 Tidsseriegrafer

Tidsseriegrafer ble produsert for å undersøke sesongmønstre, langsiktige trender og andre karakteristiske trekk ved tilsiget. Slike grafer viser hvordan tilsiget varierer over tid, hvor tid (for eksempel år eller måned) er plottet langs x-aksen og tilsigsverdiene langs y-aksen.

En tidsseriegraf kan avdekke periodiske svingninger, langsiktige skift i nivå, korttidsvariasjoner og ekstreme hendelser som flommer eller perioder med unormalt lavt tilsig (Frei, 2015). Slike trekk gir en visuell indikasjon på strukturer i dataene som kan være relevante ved valg av modelleringsstrategi.

3.4 Strategi for modellutvikling

Før utviklingen av prediksjonsmodeller vurderes det om prediktorvariablene bør transformeres basert på resultatene fra kapittel 4.2 "Beskrivende statistikk". Transformasjoner, som log-transformasjon, kvadratroter eller standardisering, kan være nødvendige for å redusere skjevheter og forbedre modellytelse (Mendenhall, 2011; Wood, 2017).

Ifølge (Wood, 2011) bør ikke stepwise-seleksjon brukes, da den kan gi ustabile modeller, særlig når sammenhengen mellom variabler og respons er ikke-lineær. I stedet lar modellen selv fjerne irrelevante ledd ved hjelp av innebygde straffeparametre. Dette gjør det mulig å nedjustere eller fjerne glatte funksjoner automatisk, uten behov for manuell fjerning. Estimeringen skjer med `method = REML` i Rstudio, som gir stabile valg av glattingsgrad. Variabler som tilordnes svært lav EDF har liten innflytelse i modellen. Dersom ingen variabler fjernes gjennom denne prosessen, foretas en vurdering beskrevet i Vedlegg C.

For den aktuelle sluttmodellen er det hensiktsmessig å inkludere både sesongkomponent og langtidskomponent for å fange opp ulike typer tidsvariasjon i tilsiget. Sesongvariasjoner modelleres ved å inkludere en glattet funksjon av årets dag, slik det anbefales av Simpson (2014). Denne representasjonen sikrer kontinuitet mellom årets slutt og start, og gjør det mulig å modellere årssykliske mønstre som snøsmelting og sommertørke på en fleksibel måte. I tillegg inkluderes en langsiktig trendkomponent som gjør det mulig å fange opp gradvise endringer over hele dataserien, slik som klimaeffekter eller endringer i hydrologisk regime. Kombinasjonen av disse to leddene gir modellen evne til å skille mellom midlertidige, sykliske svingninger og mer permanente utviklingstrekk i datasettet.

For å håndtere autokorrelasjon i residualene, som ofte oppstår i tidsseriedata ifølge Mendenhall (2011), benyttes en hybridtilnærming der residualene fra GAM-modellen modelleres videre ved hjelp av en ARIMA-modell. Denne strategien er inspirert av fremgangsmåten presentert av Clark (2024). Utgangspunktet er en GAM modell. Fra denne modellen trekkes residualene ut og det estimeres en ARIMA-modell for å beskrive tidsavhengigheten i residualserien. Prediksjonene fra GAM- og ARIMA-modellene kombineres ved å summere de estimerte verdiene, noe som gir en samlet hybridmodell som tar hensyn både til ikke-lineære sammenhenger og autokorrelasjon i dataene (Clark, 2024). Når hybridprediksjonen er på log-skala og skal tilbake til vanlig skala, må det gjøres en bias-korreksjon (More, 2022). Dette gjøres ved å legge til halvparten av

residualvariansen (MSE) før man tar den naturlige eksponentialfunksjonen (exp) av resultatet – altså «eksponentierer» det.

3.5 Modelldiagnostikk

For både lineær regresjon og GAM utgjør residualanalyse et sentralt verktøy for modelldiagnostikk (Mendenhall, 2011; Wood, 2019). Residualene, definert som forskjellen mellom observerte og predikerte verdier $e_i = y_i - \hat{y}_i$ anvendes for å vurdere hvorvidt de grunnleggende forutsetningene for modellene er tilfredsstillt.

Følgende aspekter ble undersøkt:

- Lineæritet: Residualene bør ikke vise systematiske mønstre når de plottes mot predikerte verdier eller uavhengige variabler. Fravær av mønstre tyder på at modellen på en tilfredsstillende måte beskriver sammenhengen i dataene (Mendenhall, 2011).
- Homoskedastisitet: Variansen til residualene bør være konstant på tvers av alle nivåer av de predikerte verdiene. Økende eller avtakende spredning antyder heteroskedastisitet, som kan indikere modellmisspesifikasjon (Mendenhall, 2011).
- Normalfordeling: Residualenes normalitet ble vurdert ved hjelp av normalt sannsynlighetsplott (Q–Q-plott). Dersom punktene følger en rett linje, tyder dette på normalfordelte residualer, mens systematiske avvik antyder skjevfordeling eller uteliggere (Mendenhall, 2011).
- Uavhengighet: For tidsserier undersøkes residualene for autokorrelasjon, eksempelvis ved bruk av autokorrelasjonsfunksjonen (ACF). I et ACF-plott forventes det at alle autokorrelasjoner ligger innenfor konfidensgrensene rundt null dersom residualene er uavhengige. Signifikante autokorrelasjoner påvises dersom flere av verdiene overskrider disse grensene, noe som indikerer brudd på antakelsen om uavhengighet (Mendenhall, 2011).

Disse residualundersøkelsene ble gjennomført i RStudio ved bruk av funksjonene `plot(model)` og `acf(residuals(model))`.

For generaliserte additive modeller (GAM) anbefaler Wood (2019) at basisdimensjonen k , altså antall basisfunksjoner som tillates for hvert glatte ledd, vurderes nøye. Dersom k settes for lavt, kan modellen mangle fleksibilitet til å fange opp viktige mønstre i dataene, noe som kan føre til systematiske avvik og redusert forklaringskraft. På den annen side kan et høyt k føre til overtilpasning dersom ikke tilstrekkelig straff benyttes. I denne studien ble det derfor valgt å sette k relativt høyt, kombinert med bruk av penaliserende glatte funksjoner og `select = TRUE` i R-pakken `mgcv`, slik at modellen selv kan regulere

kompleksiteten gjennom straffeparametre (Wood, 2011). For å kontrollere at valgt k ikke var for lavt, ble funksjonen `gam.check()` i `mgcv` benyttet.

Videre bør modellen undersøkes for *concurvity*, som er en generalisering av multikollinearitet til ikke-lineære sammenhenger (Wood, 2019). Høy *concurvity* innebærer at en glattingsfunksjon i modellen i stor grad kan forklares som en funksjon av én eller flere andre glattingsfunksjoner. *Concurvity* ble produsert ved bruk av funksjonen `mgcv::concurvity()` i R, som gir mål på graden av avhengighet mellom prediktorene.

Etter at modellen er estimert, vurderes betydningen av hver enkelt forklaringsvariabel ved hjelp av en helhetlig tilnærming som kombinerer informasjonskilder: visualisering av glatte funksjoner, EDF, *concurvity* og beskrivende statistikk.

Smooth-plottene viser de estimerte glatte funksjonene for hver prediktor og gir en visuell fremstilling av deres effekt på responsvariabelen. En glatt funksjon som avviker tydelig fra null og har smale konfidensintervall, tolkes som en prediktor som påvirker tilsiget i modellen.

EDF gir et mål på hvor kompleks den estimerte funksjonen er. En EDF nær null tyder på at modellen i praksis har fjernet funksjonen, mens en edf nær 1 tilsvarer en nesten lineær sammenheng. Høyere verdier antyder at modellen har benyttet større fleksibilitet for å fange opp ikke-lineære mønstre (Wood, 2017).

3.6 Validering

For å vurdere modellens evne til å predikere vannkrafttilsig over tid ble det benyttet *rolling-origin validering*, en metode som bygger på prinsippet om *temporal blocking* (Roberts, 2017). *Temporal blocking* innebærer at datasettet deles inn i sammenhengende tidsblokker, slik at modellens ytelse evalueres på observasjoner i et påfølgende år der ingen informasjon om værdata foreligger.

I stedet for én enkelt inndeling i trenings- og testsett, som ved vanlig *train/test splitting*, estimeres modellen gjentatte ganger med et gradvis utvidet treningssett. For hvert år i testperioden (2011–2020) ble modellen trent på alle tilgjengelige observasjoner frem til og med året før, og deretter brukt til å predikere tilsiget i det påfølgende året. Denne formen for evaluering – ofte kalt *rolling-origin recalibration* – ble tidlig anbefalt av Tashman (2000), som pekte på at metoden gir mer pålitelige feilestimer enn tradisjonelle faste testoppsett, særlig når dataserien kan inneholde uteliggere eller strukturelle endringer.

Denne tilnærmingen gir høy validitet og en mer realistisk vurdering av modellens ytelse i. Samtidig unngår man svakhetene ved tradisjonell kryssvalidering, som antar at observasjoner er uavhengige og identisk fordelte – en forutsetning som sjeldent gjelder for tidsseriedata (Bergmeir, 2012). Flere nyere arbeider anbefaler *rolling-origin* fremfor

tilfeldig datadeling ved modelltesting for tidsserier (Athanasopoulos, 2018; Roberts, 2017).

3.7 Ytelsesmåling

Modellens ytelse ble vurdert basert på kvantitative kriterier, herunder Root Mean Square Error (RMSE), Mean Absolute Error (MAE) og Akaike Information Criterion (AIC). I tillegg ble predikerte verdier plottet mot observerte verdier for å gi en visuell vurdering av modellens prediksjonsevne.

Den estimerte standardfeilen for feilledet, ofte betegnet som s , representerer et mål på hvor mye de observerte verdiene i gjennomsnitt avviker fra modellens predikerte verdier. En lav standardfeil indikerer at modellen har høy forklaringskraft og gir en god tilpasning til datasettet. Når antallet observasjoner er stort, slik tilfellet er i denne analysen, vil s være tilnærmet lik RMSE (Root Mean Square Error) (Mendenhall, 2011).

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}$$

Hvor:

- y_i er observert verdi
- $\hat{y}_i$ er predikert verdi
- n er antall observasjoner.

Mean Absolute Error (MAE) måler den gjennomsnittlige absolutte feilen mellom de observerte verdiene og de prekiterte verdiene (Xia, 2023).

$$\text{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|$$

Hvor:

- y_i er observert verdi
- $\hat{y}_i$ er predikert verdi
- n er antall observasjoner.

Som en del av ytelsesmålingen ble det utarbeidet tidsseriegrafer der observerte og predikerte verdier ble plottet med tilsig på y-aksen og dato på x-aksen, for enkeltår spredt gjennom hele dataserien. Denne fremstillingen gir en praktisk vurdering av modellens evne til å fange sesongvariasjoner og ekstreme hendelser.

3.8 Prediksjonsytelse mot HBV

Dette avsnittet omhandler en sammenlignende analyse av prediksjonsytelsen til den statistiske modellen og HBV-modellen. Ettersom det for enkelte historiske perioder ikke foreligger observerte tilsig, men kun HBV-prediksjoner, gjennomføres sammenligningen mellom modellene i disse periodene. Formålet er å undersøke hvorvidt den statistiske modellen gir tilsvarende resultater som HBV-modellen under sammenlignbare klimatiske og hydrologiske forhold.

3.8.1 Datasett og avgrensning

Sammenligningen mellom den statistiske modellen og HBV-modellen utføres for målestasjonen Sogne. Her foreligger målte vannføringsdata for perioden 01.01.1980–09.02.1992, og HBV-modellerte vannføringsdata for perioden 10.02.1992–31.12.1999. Denne avgrensningen muliggjør en sammenligning i en historisk periode der observerte data først benyttes til å trene den statistiske modellen, før prediksjoner genereres for en senere periode der kun HBV-modellen har estimert tilsigsverdier (NVE, 2024).

3.8.2 Metode for sammenligning

Sammenligningen gjennomføres ved hjelp av ekstern validering (Steyerberg, 2010). Den statistiske modellen trenes på de målte vannføringsdataene fra perioden 01.01.1980 til 09.02.1992. Deretter benyttes modellen til å predikere tilsigsverdiene i perioden 10.02.1992 til 31.12.1992, hvor det kun foreligger HBV-prediksjoner. Prediksjonene fra den statistiske modellen baseres på observerte meteorologiske variabler i testperioden. Prediksjonene fra de to modellene sammenlignes direkte for å undersøke samsvar og eventuelle systematiske forskjeller. Siden ingen observerte verdier er tilgjengelig i sammenligningsperioden, fokuseres det på samvariasjon og avvik mellom de to modellene under samme hydrologiske forhold.

3.8.3 Evalueringsmetoder

For å vurdere samsvaret mellom prediksjonene fra den statistiske modellen og HBV-modellen benyttes flere supplerende ytelsesmål. Gjennomsnittet og standardavviket for hver modell beregnes for sammenligningsperioden. Dette gir en indikasjon på eventuelle systematiske nivåforskjeller og ulik grad av variabilitet i prediksjonene.

Videre benyttes Pearsons og Spearmans korrelasjonskoeffisient for å vurdere henholdsvis lineær og rangbasert samvariasjon mellom modellene. Disse koeffisientene gir innsikt i om modellene fanger opp de samme variasjonsmønstrene i tilsiget, uavhengig av nivåforskjeller.

I tillegg beregnes RMSE og MAE for å kvantifisere den gjennomsnittlige avstanden mellom prediksjonene. Siden ingen observerte tilsigsverdier foreligger i testperioden, tolkes disse feilmålene som et mål på konsistens – ikke absolutt nøyaktighet – mellom modellene. Resultatene suppleres med visuell inspeksjon av daglige tidsserier.

3.9 Klimascenario og prognose

I denne studien estimeres endringer i fremtidig vannkrafttilsig basert på projiserte endringer i meteorologiske variabler, basert på scenariet RCP8.5 fra rapporten Climate in Norway 2100 (Hanssen-Bauer et al., 2017). For dette scenariet forventes en økning i årlig middeltemperatur på omtrent 4,5 °C, en økning i årlig nedbør på om lag 18 %, samt høyere evaporasjon, redusert snødybde og begrensede endringer i solstråling og vindstyrke.

Tilnærmingen som benyttes for å lage fremtidige klimascenarioer er den såkalte delta-metoden (Hay, 2000). Denne metoden er mye brukt i klimarelaterte hydrologiske konsekvensanalyser og er omtalt i IPCCs femte hovedrapport (IPCC, 2014). Metoden innebærer at observerte historiske værdata justeres ved å legge til forskjellen mellom modellert fremtidig og modellert historisk klima, slik at den forventede klimaendringen legges oppå det observerte datagrunnlaget. Dette gir syntetiske fremtidsdatasett som viderefører den observerte sesongvariasjonen.

I denne studien defineres $x_{\text{historisk}}$ som den gjennomsnittlige daglige verdien for hver værvariabel basert på perioden 1980–2020. Dette innebærer at det for hver dag i året beregnes et snitt av alle observerte verdier for temperatur, nedbør, evaporasjon, snødybde, avrenning, solstråling og vindstyrke. Dermed dannes et syntetisk «gjennomsnittssår» som representerer normaltilstanden i referanseperioden.

Modellen som ble etablert i avsnitt 4.3 brukes som utgangspunkt. Deretter justeres værvariablene med stasjonsspesifikke endringer, slik at scenarioet reflekterer forventede regionale forskjeller. Verdiene for ΔT , $\alpha_{\text{nedbør}}$, α_{evap} , $\alpha_{\text{snø}}$ er hentet fra tabeller og figurer i Climate in Norway 2100 (Hanssen-Bauer et al., 2017), og representerer median projisert endring for perioden 2071–2100 sammenlignet med referanseperioden 1971–2000 under scenarioet RCP8.5. Hver stasjon er tilordnet justeringsfaktorer basert på geografisk beliggenhet og regional klimakarakteristikk, slik disse fremkommer i rapportens klimaprofiler og regionale oppsummeringer. Klimajusteringene skjer i henhold til følgende struktur:

- Temperatur: $x_{\text{temp},2050} = x_{\text{temp, historisk}} + \Delta T$
- Nedbør: $x_{\text{nedbør},2050} = x_{\text{nedbør, historisk}} \cdot \alpha_{\text{nedbør}}$
- Evaporasjon: $x_{\text{evap},2050} = x_{\text{evap, historisk}} \cdot \alpha_{\text{evap}}$
- Snødybde: $x_{\text{snø},2050} = x_{\text{snø, historisk}} \cdot \alpha_{\text{snø}}$
- Solstråling og vindstyrke: Holdes uendret i prognosene, da tilgjengelige klimascenarioer ikke viser klare endringer.

Oversikt over justeringsfaktorene som benyttes for hver stasjon er gitt i Tabell 5.

Tabell 5: Justeringsfaktorer for værvariabler i klimascenario for 2100 (RCP8.5, RCM)

Stasjon	Temperatur (°C)	Nedbør (×)	Evaporasjon (×)	Snødybde (×)
Akslen	+4.2	1.15	1.105	0.40
Nautsundvatn	+3.9	1.17	1.097	0.15
Fiskum	+4.2	1.15	1.105	0.20
Øyungen	+4.2	1.21	1.105	0.20
Søgne	+4.2	1.10	1.105	0.05

De klimajusterte værverdiene brukes deretter som input i den estimerte GAM-modellen fra kapittel 4.3 for å predikere fremtidig daglig tilsig. Dette gir en syntetisk daglig tidsserie for år 2100 under scenarioet RCP8.5, som kan sammenlignes direkte med tilsvarende tilsig beregnet fra historiske værdata.

Det er verdt å merke seg at Climate in Norway 2100 presenterer prosentvise endringer i median avrenning per sesong, beregnet med HBV-modellen. Disse resultatene er aggregert til nasjonalt nivå, og gjelder for en hel 30-årsperiode (2071–2100). I kontrast estimerer denne studien prosentvis endring i modellert gjennomsnittlig sesongtilsig, basert på forskjellen mellom syntetiske daglige verdier for år 2100 og tilsvarende verdier for referanseperioden 1980–2020, aggregert til sesongnivå og per stasjon. Selv om dette ikke utgjør en direkte sammenligning av samme variabel, benytter begge tilnærmingene meteorologiske inngangsdata for å vurdere hydrologisk respons. Ettersom avrenning utgjør den viktigste meteorologiske driveren for tilsig, vurderes estimatene fra Climate in Norway 2100 som et informativt referansegrunnlag for sammenligning.

4. Resultater

4.1 Valgte studieområder

På grunnlag av metoden beskrevet i kapittel 3.3 ble det valgt ut fem stasjoner, presentert i Tabell 6.

Tabell 6: Valgte vannføringsstasjoner

Stasjonsnavn	Regime	Fylke og kommune	Nedbørfeltareal [km ²]	Høyde over havet [m]
Akslen	H ₁ L ₁ Fjell	Innlandet Lom	789	476
Nautsundvatn	H ₂ L ₁ Innlands	Vestland Fjaler	219	48
Fiskum	H ₂ L ₂ /H ₃ L ₂ Overgangs	Buskerud Øvre Eiker	52	80
Øyungen	H ₂ L ₃ Baltisk	Trøndelag Namsos	239	110
Søgne	H ₃ L ₃ Atlantisk	Agder Kristiansand	204	15

De fem utvalgte vannføringsstasjonene representerer ikke bare ulike hydrologiske regimer, men også betydelige forskjeller i fysiske og klimatiske forhold.

Akslen ligger i høyereliggende fjellområder og er preget av betydelig snøakkumulasjon og markerte snøsmelteflommer. Området mottar høy solinnstråling, med verdier opp mot 1100 kWh/m² per år, noe som kan påvirke smeltehastigheten og dermed tidspunkt og størrelse på vårtilsiget (Amdah, 2022; Holte, 2024). Nautsundvatn kombinerer snø- og regnbasert tilsig og er utsatt for høy vindstyrke, noe som kan øke fordampningen og forsterke effekten av tørre perioder (Byrkjedal, 2009; Mamen, 2025). Fiskum er et lite overgangsfelt med både snø- og regnflommer. Det har en geologisk sammensetning av leire og sand, noe som påvirker infiltrasjon og grunnvannsdynamikk (Mæhlum, 2010). Vegetasjonen består av både løvskog og barskog, noe som skaper variasjon i evapotranspirasjon og vannopptak gjennom året (Norges geologiske undersøkelse, 2025). Øyungen ligger i et område med myr og barskog og har jordsmonn dominert av morene og torv, som gir god vannlagring, men langsom drenering (Norges geologiske undersøkelse, 2025). Dette gir en langsommere og mer dempet hydrologisk respons, med potensial for lengre lag mellom nedbør, temperaturendring og vannføring. Søgne er et lavtliggende og urbanisert område med høy befolkningstetthet (Bjerkås, 2023). Urbaniseringen har redusert infiltrasjon og økt overflateavrenning, noe som fører til skarpere og høyere flomtopper (Dalen, 2016; Sælthun, 2021). Kombinasjonen av høy nedbør og tette flater gjør området spesielt sårbart for økt nedbørsintensitet som følge av klimaendringer.

Variasjoner i nedbørfeltstørrelse, høyde, jordsmonn og vegetasjon mellom stasjonene fører til at nedbørfelt reagerer ulikt på de samme vær- og klimatiske påvirkningene. Slike forskjeller påvirker både hvor raskt (i tid) og hvor sterkt (i volum) tilsiget responderer på nedbør, temperatur og snøsmelting. Å modellere denne responsen er svært krevende fordi det forutsetter at modellen fanger både romlige variasjoner mellom stasjoner og tidsmessige forsinkelser innen hvert enkelt felt. (Demirel, 2024; Nguyen, 2022; Shuai, 2022; Sreeparvathy, 2022).

4.2 Beskrivende statistikk

Som et nødvendig forarbeid til modelleringen av tilsiget ble det først gjennomført en deskriptiv statistisk analyse av dataseriene for å kartlegge fordelingsegenskaper og samvariasjon mellom variablene (Crawley, 2013). Denne analysen omfatter de fem utvalgte stasjonene: Akslen, Nautsundvatn, Fiskum, Øyungen og Søgne, og inkluderer mål for sentralmål, spredningsmål, skjevhet og kurtose. Formålet er å vurdere hvilke variabler som eventuelt må transformeres før de inngår i en statistisk modell og å vurdere hvilke variabler som har høyest samvariasjon med tilsiget.

Tabellene i Vedlegg A viser betydelig variasjon i både nivå og fordeling mellom stasjonene. Tilsiget, som er den avhengige variabelen i modelleringen, har høy variasjonskoeffisient ($CV > 1$) ved alle stasjoner, noe som tyder på stor relativ spredning. Eksempelvis har Øyungen og Fiskum CV-verdier på henholdsvis 1,51 og 1,75. Høy skjevhet og ekstrem kurtose observeres flere steder – for eksempel ved Øyungen (skjevhet 4,29; kurtose 33,26) og Søgne (skjevhet 3,31; kurtose 17,20). Dette betyr at fordelingen av tilsiget er sterkt høyreskjev og tungt halet. Det meste av året er tilsiget relativt lavt, men enkelte døgn preges av svært høye verdier, typisk etter kraftig nedbør eller snøsmelting. Slike fordelinger skaper utfordringer i modellering og gir behov for transformasjon (Mendenhall, 2011).

De meteorologiske variablene viser ulike fordelingsmønstre. Temperatur og vindstyrke er nesten normalfordelte, med lav skjevhet og kurtose nær null. Nedbør, avrenning og snødybde er derimot markert høyreskjeve ved samtlige stasjoner. For eksempel har avrenning ved Søgne en kurtose på 189,11, noe som indikerer en ekstremt tungt halet fordeling dominert av få, intense episoder. Evaporasjonen er negativ ved alle stasjoner, i tråd med at den representerer vanntap fra nedbørsfeltet.

Tabell 7, som er inkludert som eksempel i dette delkapittelet, viser at Akslen har stor variasjon i tilsig med høy skjevhet (2,13) og kurtose (6,56), hvilket indikerer at tilsiget preges av få, men kraftige episoder. Variasjonskoeffisienten (1,36) bekrefter høy relativ spredning. Nedbør og avrenning viser tilsvarende mønster, med svært høy kurtose (13,82 og 18,95) og skjevhet (2,94 og 3,92), noe som indikerer at hydrologiske responser ved Akslen i stor grad er episodedrevne. Et særtrekk ved Akslen er snødybden, som er betydelig høyere enn ved de andre stasjonene. Gjennomsnittlig snødybde er 139,29 mm vannekvivalent, med en maksimumsverdi på 450,73 mm og en median på 88,96 mm.

Dette skiller seg tydelig fra stasjoner som Søgne og Øyungen, der median snødybde er henholdsvis 0 og 0,3 mm. Den relativt symmetriske fordelingen (skjevhet 0,51 og kurtose 1,30) tyder på at snø er en jevnlig forekommende prosess, og ikke dominert av få ekstreme hendelser. Dette antyder at snø og snøsmelting spiller en vesentlig rolle for tilsiget ved Akslen, i motsetning til andre stasjoner. Akslen har i tillegg høy vindstyrke (7,74 m/s i snitt), noe som understreker at Akslen ligger i et mer eksponert, høyereliggende område.

Tabell 7: Beskrivende statistikk av tilsiget og værdata for Akslen nedbørsfeltet

Variabel	Benevning	Gjennoms.	Min	Median	Maks	CV	Skjevhet	Kurtose
Tilsig	m ³ /s	25.47	0.26	7.91	403.88	1.36	2.13	6.56
Temperatur	K	271.49	244.33	271.35	291.50	0.03	-0.07	-0.60
Nedbør	µm	3359.11	0.00	1566.29	59641.62	1.42	2.94	13.82
Evaporasjon	µm	-576.27	-4179.39	-104.08	315.79	-1.52	-1.56	1.47
Snødybde	mm vanns.	139.29	0.00	88.96	450.73	1.01	0.51	-1.30
Avrenning	µm	516.86	0.00	0.05	14569.60	2.40	3.92	18.95
Vindstyrke	m/s	7.74	1.17	7.14	26.53	0.47	0.92	0.90
Solstråling	W/m ²	114.56	1.93	93.79	372.94	0.83	0.57	-0.87

Korrelasjonsmatrisene i Vedlegg B viser Spearman-korrelasjoner mellom variablene for hver stasjon. Korrelasjonsmatrisen for Akslen (Figur 4) skiller seg ut ved å vise signifikant samvariasjon mellom tilsig og et bredere sett av værvariabler enn ved de øvrige stasjonene, inkludert temperatur, avrenning, evaporasjon, snødybde og solstråling. Matrisen for Akslen viser blant annet en sterk positiv korrelasjon mellom tilsig og temperatur ($\rho = 0,83$), og tilsig og avrenning ($\rho = 0,74$). Ved Akslen er tilsiget sterkt negativt korrelert med snødybde ($\rho = -0,73$), noe som indikerer at reduksjon i snølag – altså snøsmelting – bidrar vesentlig til økt tilsig. Dette støttes av en moderat positiv korrelasjon mellom tilsig og solstråling ($\rho = 0,48$), som tyder på at solinnstråling er en viktig drivkraft for smelteprosessen. Samvariasjonen med nedbør er svakere, trolig på grunn av forsinket hydrologisk respons.

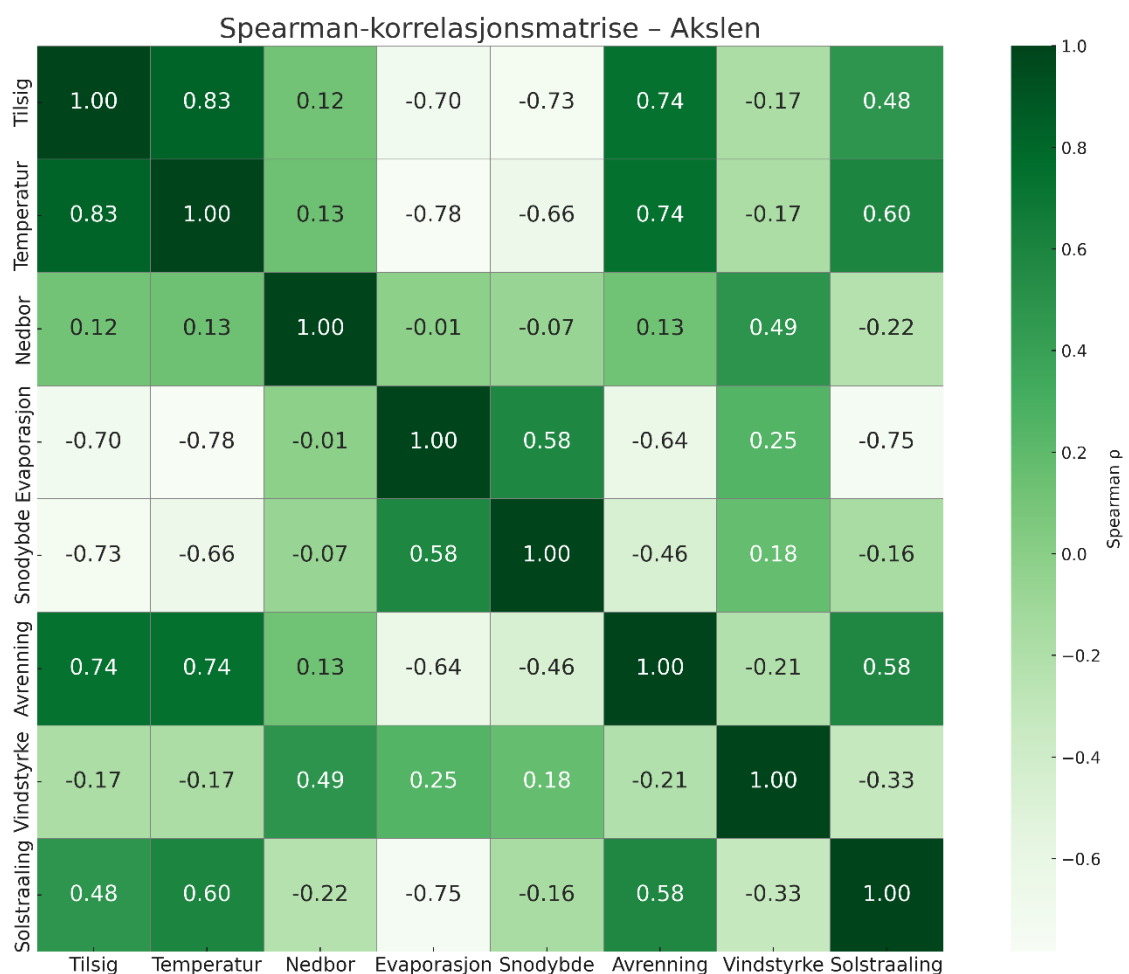
Basert på denne analysen vil følgende transformasjoner vurderes for modellering:

- Tilsig, nedbør og avrenning: Log-transformasjon ved alle stasjoner for å redusere skjevhet og stabilisere varians.

- Snødybde: Kvadratrottransformasjon vurderes for stasjoner med svært skjev fordeling (særlig Søgne og Fiskum).
- Evaporasjon: Ingen transformasjon, men de negative verdiene må tolkes som netto vanntap.
- Temperatur og vindstyrke: Ingen transformasjon nødvendig.

Til slutt trekkes de sterkeste korrelasjonene med tilsig ut for hver stasjon, basert på korrelasjonsmatrisene i Vedlegg B:

- Akslen: Temperatur, avrenning, evaporasjon, snødybde og solstråling
- Nautsundvatn: Nedbør, avrenning, vindstyrke.
- Fiskum: Avrenning
- Øyungen: Nedbør, avrenning.
- Søgne: Avrenning, evaporasjon, solstråling.



Figur 4: Spearman korrelasjonsmatrise for Akslen

4.3 Statistisk modell

Etter en vurdering av datastrukturen og fordelingene vist i kapittel 4.2, ble to ulike tilnærminger vurdert for modellering av responsvariabelen: en gamma-distribusjon med log-link funksjon⁹ og en identitets-link funksjon (forutsetter normalfordeling) der tilsiget ble transformert med den naturlige logaritmen. Den sistnevnte tilnærmingen ga bedre resultater i den påfølgende modellvurderingen, særlig når det gjald modelldiagnostikk. På bakgrunn av dette ble det valgt å modellere den naturlige logaritmen av tilsiget, $\ln(\text{Tilsig})$, som responsvariabel i GAM.

Flere av de meteorologiske forklaringsvariablene viste markert skjevhet, særlig nedbør, avrenning og snødybde. Transformasjon av disse variablene (log- og kvadratrottransformasjoner) ble derfor vurdert og testet. Dette ga noe forbedring i prediktiv ytelse, men på bekostning av modellens diagnostiske egenskaper og tolkbarhet. På bakgrunn av dette ble det besluttet å bruke ikke transformerte forklaringsvariabler i sluttmodellene.

Innledende variabelseleksjon ble gjennomført etter metoden til Wood (2011) beskrevet i delkapittel 3.4, og viste at samtlige forklaringsvariabler var signifikante. Det ble derfor lagt større vekt på vurderingen av prediktorenes relative betydning som beskrevet i kapittel 3.5, der variablenes forklaringskraft ble vurdert på bakgrunn av smooth-funksjonenes bidrag, eventuelle tegn til concurvity og domenekunnskap.

Den resulterende modellen har følgende funksjonelle form:

$$\begin{aligned}\ln(\text{Tilsig}) \sim & f_1(\text{Temperatur}) + f_2(\text{Nedbør}) + f_3(\text{Evaporasjon}) + f_4(\text{Snødybde}) \\ & + f_5(\text{Avrenning}) + f_6(\text{Vindstyrke}) + f_7(\text{Solstråling}) + f_8(\text{time_index}) \\ & + f_9(\text{day_of_year})\end{aligned}$$

Her betegner $\ln(\text{Tilsig})$, den naturlige logaritmen av tilsiget. Hver $f_j(X_j)$ er en glatt funksjon som modellerer den (potensielt ikke-lineære) sammenhengen mellom responsvariabelen og forklaringsvariabelen X_j . Leddet $f(\text{time_index})$ benyttes for å fange opp langsiktige trender over hele analyseperioden. Leddet $f(\text{day_of_year})$ modelleres som en syklisk glatt funksjon for å fange opp

⁹ Gamma-distribusjonen er en kontinuerlig sannsynlighetsfordeling som kun er definert for positive verdier og brukes ofte når responsvariabelen er skjevfordelt og positiv, med økende varians ved høyere verdier (Crawley, 2013). I en generalisert additiv modell må det spesifiseres en link-funksjon som knytter forventningsverdien til den lineære prediktoren. For gamma-fordelingen er det vanlig å bruke en log-link, fordi den sikrer at modellens predikerte forventningsverdi alltid er positiv. Uten en slik transformasjon (f.eks. ved bruk av identitetslink) kan modellen forsøke å tilordne negative forventningsverdier, noe som er uforenlig med gamma-distribusjonens definisjonsområde.

sesongvariasjoner innenfor ett år. Dette gjør det mulig for modellen å uttrykke kontinuitet mellom dag 365 og dag 1.

4.3.1 Inferens

Modell for hver stasjon ble estimert med glatte funksjoner X_j for hver forklaringsvariabel, og tolkningen av disse funksjonene bygger på visualisering i form av smooth-plott. Et smooth-plot som vist i Figur 5 og Vedlegg C viser den estimerte partielle effekten av en forklaringsvariabel på responsen, her $\ln(\text{Tilsg})$, mens de øvrige variablene holdes konstante (Wood, 2017). Den vertikale aksene representerer det additive bidraget fra variabelen til modellens lineære prediktor, og er uttrykt på samme skala som responsen. Verdier over null indikerer økning i tilsg, mens verdier under null indikerer reduksjon, alt annet likt. Den horisontale aksene viser verdiene til forklaringsvariabelen i sin opprinnelige måleenhet¹⁰ (f.eks. μm nedbør, $^{\circ}\text{K}$ temperatur), og dekker det observerte dataintervallet ved den aktuelle stasjonen. Dette gjør det mulig å tolke sammenhengen innenfor realistiske, stedsspesifikke verdier.

Kurvens form gir informasjon om ikke-lineære effekter, og konfidensbåndene (± 2 standardfeil) rundt funksjonen uttrykker usikkerhet i estimeringen. En flat funksjon med konfidensbånd rundt null tyder på svak eller fraværende effekt, mens tydelige svingninger uten overlapp med null antyder signifikant påvirkning. I tillegg benyttes estimerte frihetsgrader (EDF) som mål på kompleksiteten i funksjonen – der verdier nær 1 tilsvarer tilnærmet lineær sammenheng, mens høyere verdier indikerer sterkere ikke-linearitet.

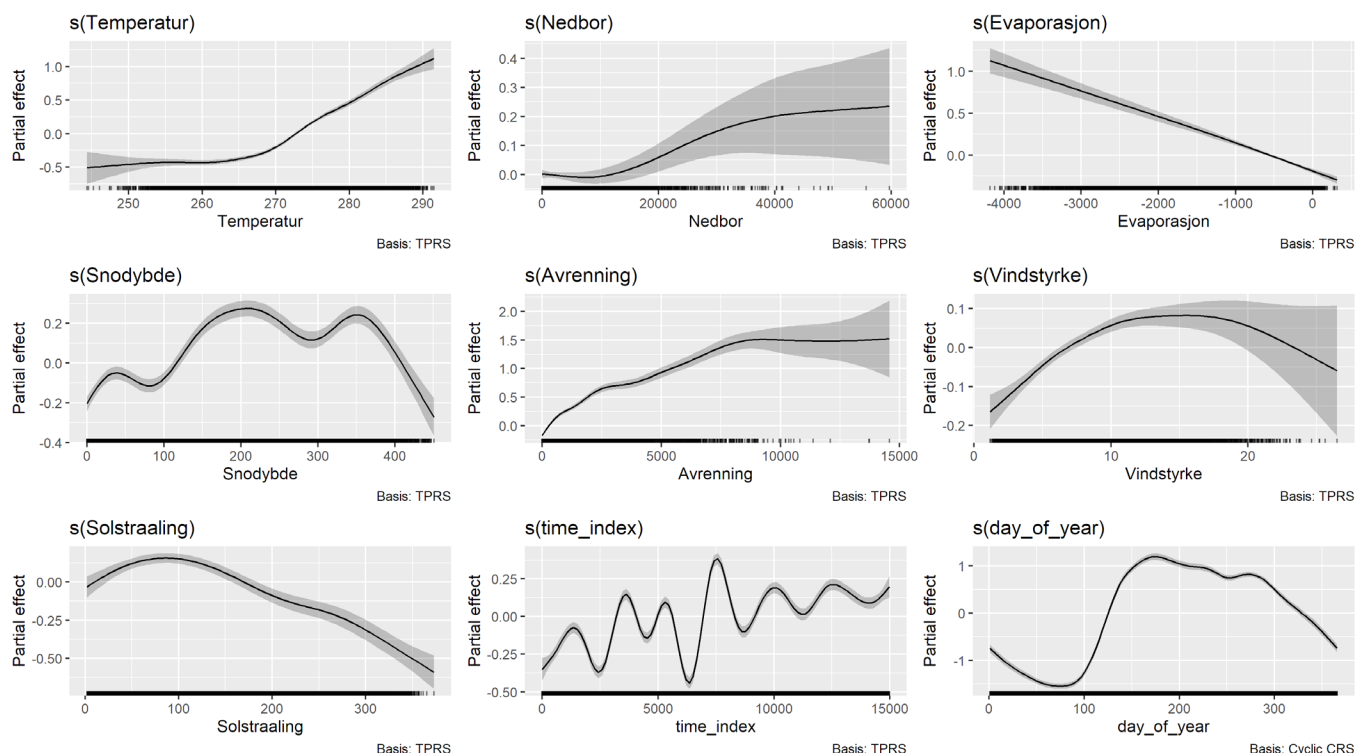
Smooth plots til alle stasjoner og deres statistiske vurdering er lagt ut i Vedlegg C. medfølgende værparameter verdier for EDF og Concurvity er regnet ut i Rstudio.

4.3.2 Tolkning

Dette avsnittet vurderer hvorvidt modellens resultater er konsistente med etablert hydrologisk forståelse. For en fullverdig forståelse av analysene som følger, anbefales det å først konsultere Vedlegg C, hvor de statistiske vurderingene av smooth-funksjonene er presentert. Tolkningen bygger deretter på en syntese av disse vurderingene og faglig kunnskap om hydrologiske prosesser i nedbørfelt, slik de er redegjort for i kapittel 2.3 og 3.3 og 4.1. Hver stasjon analyseres i lys av sitt hydrologiske regime, med særlig vekt på i hvilken grad modellens responser kan anses som realistiske og troverdige. De glatte funksjonene $f(\text{time_index})$ og $f(\text{day_of_year})$ inngår ikke som meteorologiske forklaringsvariabler og har derfor ikke samme faglige tolkningsverdi som temperatur, nedbør og andre. Av den grunn er de utelatt fra den videre vurderingen.

¹⁰ Forklaringsvariablene er aggregert slik beskrevet i delkapittel 3.2: nedbør, evaporasjon og overflateavrenning er representert som døgnsommer, mens temperatur og snødybde er beregnet som døgnmiddelverdier.

4.3.2.1 Akslen



Figur 5: Smooth plott for Akslen

Akslen er et høyfjellsfelt i Lom kommune, klassifisert som H_1L_1 (fjellregime), og kjennetegnes av betydelig snøakkumulasjon, vinterlavvann og markerte snøsmelteflommer. Feltet har lav vegetasjonsdekning og høy solinnstråling.

Avrenning viser en klart økende sammenheng med tilsiget. Dette er i samsvar med at høy avrenning normalt gir økt vannføring, noe som er forventet i felt med begrenset magasinkapasitet.

Temperatur har en gjennomgående positiv effekt på tilsiget. Dette stemmer med at høyere temperaturer bidrar til snøsmelting, særlig i fjellområder hvor snø utgjør en viktig vannkilde. Økende temperatur fører ikke til nedgang i tilsiget, som kan være grunnet store snømengder og mindre potensiale for evaporasjon.

Snødybde viser et sammensatt mønster, med både stigende og fallende partier. Tolkningen er ikke enkel, siden snøsmelting gir tilsig med tidsforsinkelse, og denne modellen ikke inkluderer eksplisitt lagging. Det at svært høye snømengder er forbundet med lavere tilsig, er forenlig med at snø fungerer som et midlertidig vannlager. Kurvens bølgende form kan også tyde på at snøens effekt på tilsig i hovedsak formidles gjennom andre prosesser, som temperatur og avrenning, snarere enn å virke direkte og konsekvent.

Evaporasjon¹¹ har en jevn og negativ effekt. Dette er forenlig med at evaporasjon kan tilgjengelig vann under varme og tørre forhold. Gitt feltets kjølige klima og begrensede vegetasjonsaktivitet, kan en del av den estimerte effekten skyldes at evaporasjon indirekte fanger opp andre restledd i vannbalansen, snarere enn å representere faktisk fordampning.

Solstråling viser en overveiende negativ effekt. Dette kan reflektere energitap gjennom fordampning eller sublimasjon, som reduserer tilsiget. Det finnes også en svak oppbremsing mot slutten av kurven, men hovedmønsteret peker i retning av negativ sammenheng.

Nedbør gir en svak effekt. Dette kan skyldes at nedbøren i stor grad faller som snø og dermed ikke fører til umiddelbart tilsig. En forsinket effekt, som ikke fanges opp av modellen, kan bidra til det svake mønsteret.

Vindstyrke viser en svak og utydelig sammenheng. Det er vanskelig å identifisere en klar hydrologisk mekanisme bak kurveformen, og effekten fremstår som lite informativ.

Oppsummert samsvarer modellens resultater for Akslen med forventet hydrologisk respons for flere variable, særlig temperatur, avrenning og delvis snødybde. Andre variable, som evaporasjon og solstråling, viser effekter som kan tolkes i lys av feltets klima. Variabler som nedbør og vindstyrke gir svakere signaler, og det er større usikkerhet knyttet til hvor godt de stemmer med forventningene.

4.3.2.2 Nautsundvatn

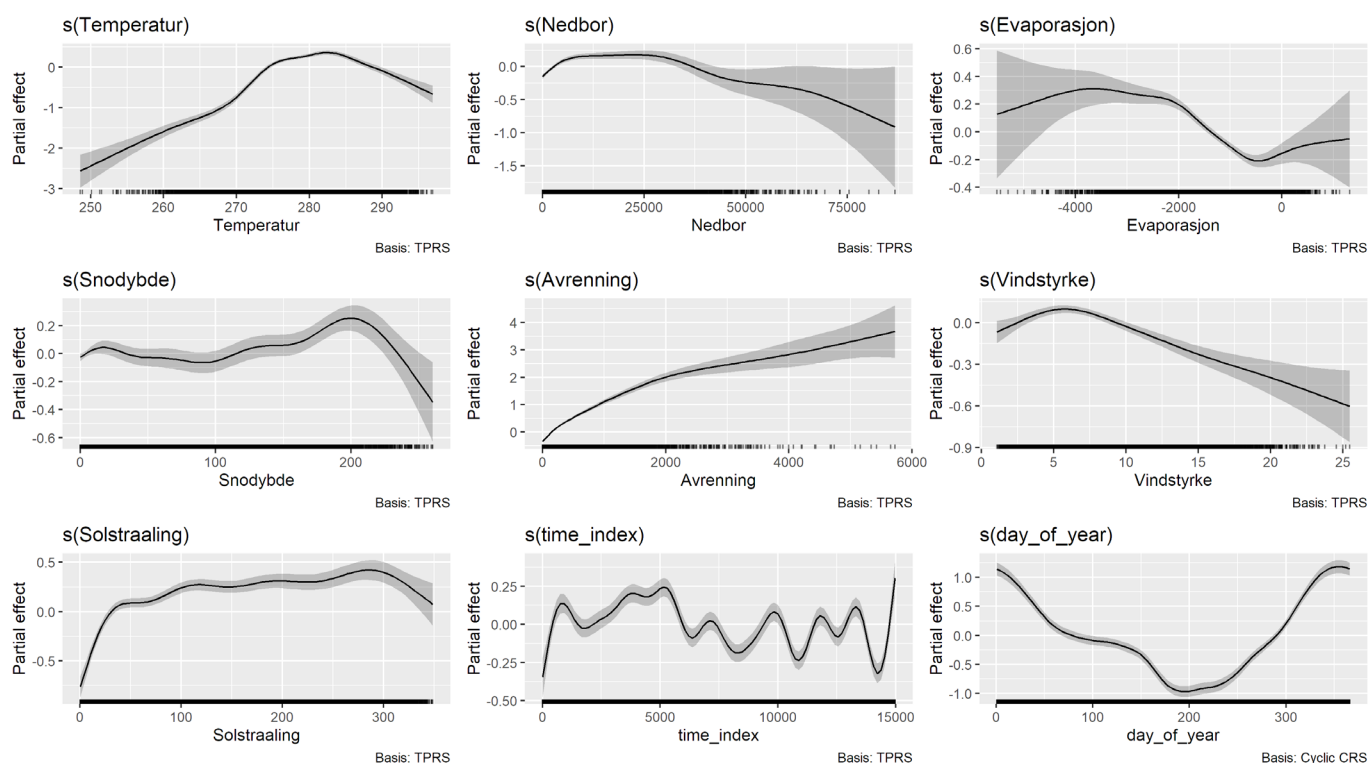
Nautsundvatn ligger i Fjaler kommune og er klassifisert som H₂L₁ (innlandsregime). Feltet kombinerer snø- og regnbasert tilsig, og er utsatt for høy vindstyrke og relativt store variasjoner i nedbør.

Avrenning viser en stabil positiv sammenheng med tilsig over hele området. Dette samsvarer med at høyere avrenning normalt gir raskere vannføring, og modellen fanger dette forholdet godt.

Temperatur har en tydelig positiv effekt på tilsig opp til ca 285 K (12 °C), etterfulgt av en svak nedgang. Sammenhengen samsvarer med at høyere temperaturer kan bidra til både snøsmelting og økt nedbør som regn, mens tilsiget reduseres ved høy temperatur i tørre perioder.

Snødybde viser en positiv effekt i midtområdet, etterfulgt av fall ved høyere verdier. Dette er forenlig med at moderate snømengder gir opphav til vårtilsig, mens store snømengder

¹¹ Evaporasjon er kodet med negativt fortegn i datasettet, slik at lavere verdier på x-aksen tilsvarer høyere faktisk fordampning. En nedadgående kurve i smooth-funksjonen innebærer derfor at økt evaporasjon er forbundet med redusert tilsig, mens en stigende kurve tilsier at redusert evaporasjon gir økt tilsig.



Figur 6: Smooth plott for Nautsundvatn

lagres frem til smeltingen utløses. Tolkningen er ikke entydig, og det kan ikke utelukkes at deler av effekten formidles gjennom temperatur eller avrenning.

Evaporasjon viser en kompleks form med både stigende og fallende partier. Dette gjør tolkningen mer usikker, men den overordnede effekten er forenlig med redusert tilsig ved høy fordampning. Det er mulig at modellen fanger opp ulike prosesser på tvers av sesonger, som ikke fullt ut skilles fra hverandre.

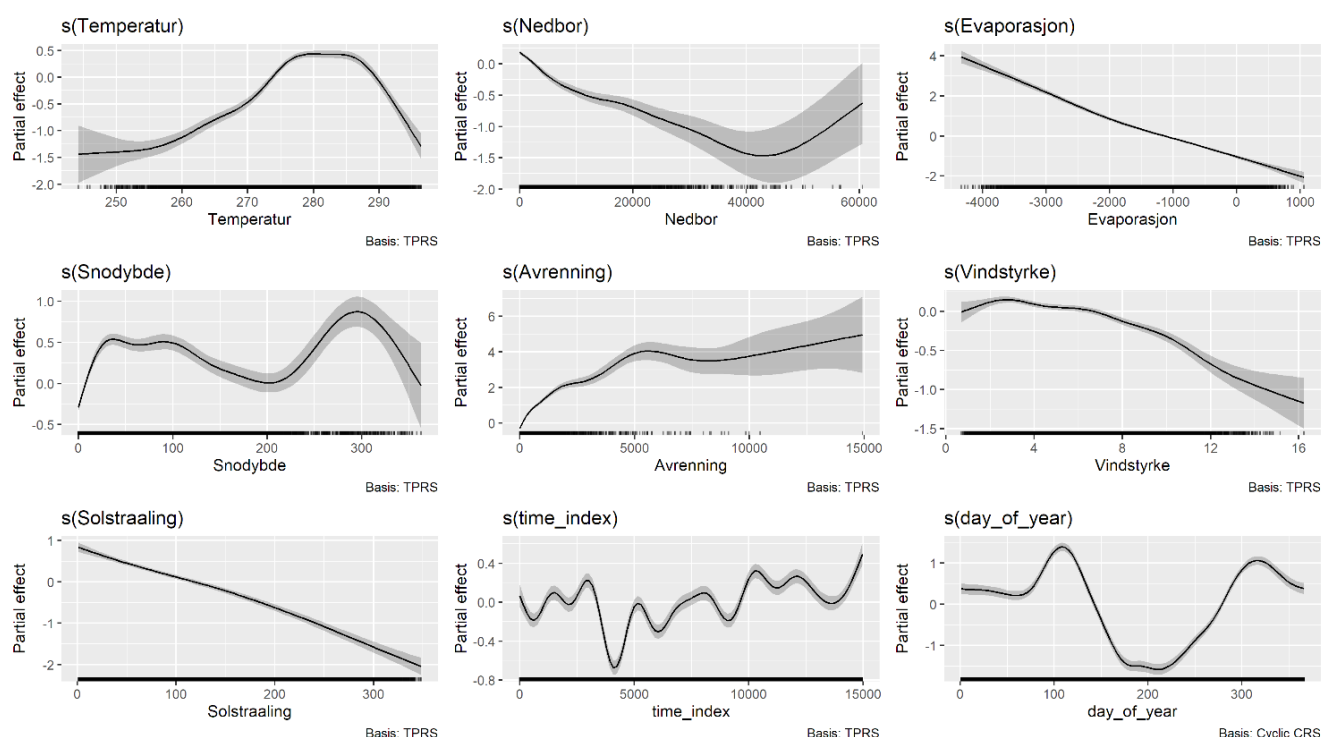
Solstråling viser en overveiende positiv effekt, særlig i områder med høy datatetthet. Dette er i tråd med at solinnstråling bidrar til snøsmelting. Nedgangen mot høyre ytterområde kan indikere tap gjennom fordampning eller sublimasjon, men usikkerheten er større i dette intervallet.

Nedbør gir en svak positiv effekt ved lave og moderate nivåer, med tendens til fall ved svært høye verdier. Dette kan skyldes at mye av nedbøren ikke fører til umiddelbart tilsig, eller at høy nedbør i kombinasjon med kaldt vær gir snøakkumulering.

Vindstyrke viser en svak negativ sammenheng. Det er vanskelig å trekke klare hydrologiske konklusjoner fra kurveformen, men effekten kan være relatert til økt fordampning eller indirekte prosesser.

Oppsummert viser modellen for Nautsundvatn tydelige og forventede sammenhenger for avrenning, temperatur og solstråling. Snødybde og evaporasjon gir mer sammensatte effekter, men vurderes å være i rimelig overensstemmelse med feltets hydrologi. Nedbør og vindstyrke fremstår som svakere og mindre konsistente.

4.3.2.3 Fiskum



Figur 7: Smooth plott for Fiskum

Fiskum er en lavtliggende stasjon i Øvre Eiker kommune, klassifisert som overgangsregime (H_2L_2/H_3L_2). Feltet mottar både snø- og regnbasert tilsig, og kjennetegnes av varierende jordsmonn og vegetasjon, som påvirker infiltrasjon og evapotranspirasjon og et lite nedbørsareal.

Avrenning viser en klar og gjennomgående positiv sammenheng med tilsiget, slik det forventes.

Temperatur har en tydelig positiv effekt opp mot 285 K (12 °C), etterfulgt av en svak nedgang. Dette samsvarer med at økt temperatur kan utløse snøsmelting eller øke regnbasert tilsig, mens svært høy temperatur kan være forbundet med tørre perioder.

Snødybde viser en markert ikke-lineær respons, med positiv effekt i midtområdet og negativ ved svært høy snødybde. Dette er forenlig med at moderate snømengder bidrar til vårflo, mens høye snømengder først lagres og gir forsinket tilsig. Tolkningen må gjøres med forsiktighet, da snøens effekt ofte formidles indirekte gjennom temperatur eller avrenning.

Evaporasjon har en jevnt negativ effekt over hele området. Dette stemmer med at fordampning reduserer vannoverskuddet i nedbørsfeltet, og modellen fanger dette forholdet tydelig.

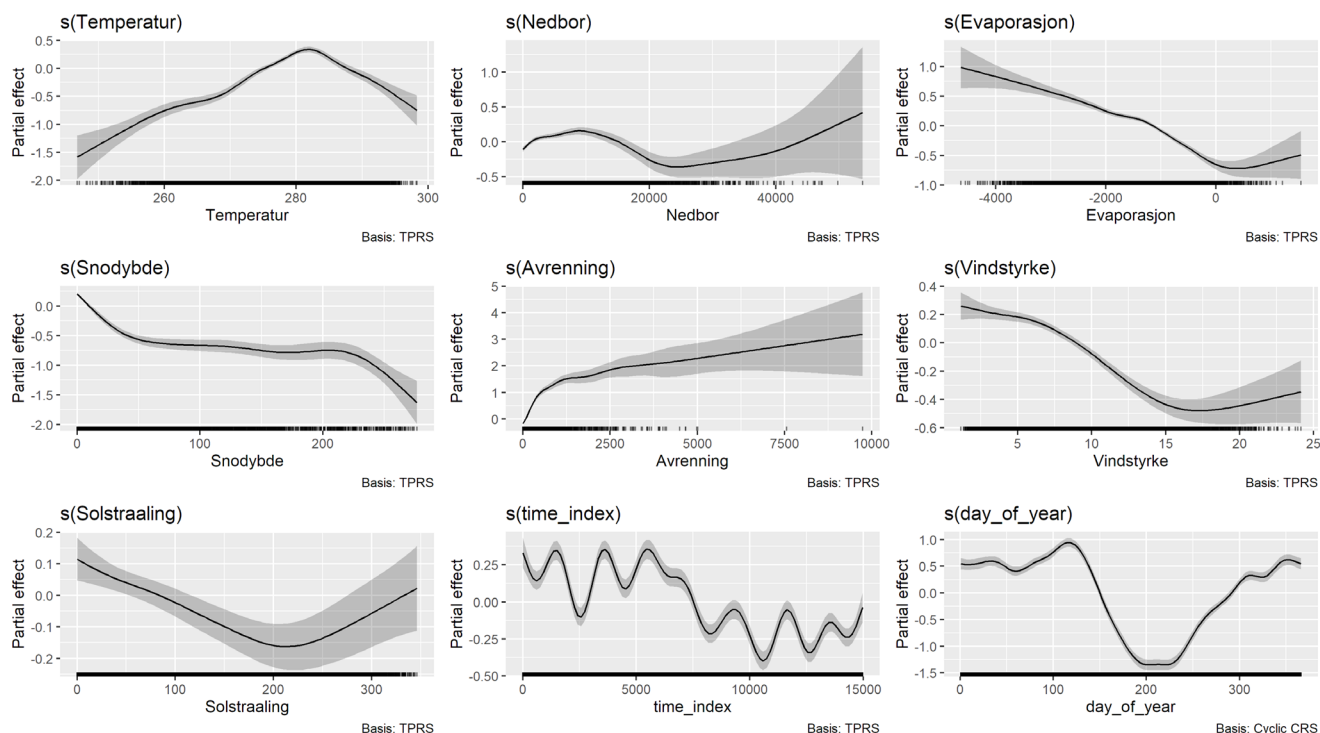
Solstråling viser en stabil negativ sammenheng. Dette avviker fra forventningen om at solinnstråling bidrar til snøsmelting. Den negative responsen kan i stedet indikere økt fordampning eller sublimasjon i tørre perioder.

Nedbør oppfører seg ikke fullstendig etter forventningene i forhold til hydrologi. Effekten er negativ i store deler av området, og stiger først ved svært høye verdier. Dette gir et svakere signal enn antatt og kan tyde på at modellens nedbørseffekt fanges indirekte gjennom andre variabler.

Vindstyrke viser en tydelig negativ sammenheng i området med høy datatetthet. Selv om sammenhengen er enkel, kan den relateres til økt evaporasjon eller indirekte effekter på andre prosesser.

Oppsummert viser modellen for Fiskum tydelige og konsistente sammenhenger for avrenning, temperatur, snødybde og evaporasjon. Solstråling og vindstyrke gir effekter som kan forklares klimatiske forhold, mens nedbør fremstår som svakere og mindre i tråd med forventningene.

4.3.2.4 Øyungen



Figur 8: Smooth plott for Øyungen

Øyungen ligger i Namsos kommune og er klassifisert som H₂L₃ (baltisk regime). Feltet har et moderat nedbørfeltareal på 239 km² og ligger 110 meter over havet. Det er preget av myr og barskog, noe som gir relativt god vannlagring og en dempet hydrologisk respons.

Avrenning gir en klar og stabil positiv sammenheng med tilsiget. Dette er i tråd med forventningene om at økt overflateavrenning gir høyere vannføring.

Temperatur har en tydelig positiv effekt på tilsiget opp til omtrent 10 °C, etterfulgt av en nedgang. Dette samsvarer med at snøsmelting og regnbasert tilsig øker ved moderate temperaturer, mens svært høye temperaturer kan indikere uttømt snødekke eller tørre forhold.

Snødybde viser en gjennomgående negativ effekt, som er i samsvar med at snø fungerer som et midlertidig vannlager. Når snøen øker, reduseres det umiddelbare tilsiget, noe som er forventet i et felt der store deler av vinterens nedbør lagres før den slippes gradvis ved smelting. Kurveformen vurderes som tydelig og konsistent med hydrologisk forståelse.

Evaporasjon viser en stabil negativ sammenheng i området med høy datatetthet, noe som er i tråd med at høy fordampning reduserer det tilgjengelige vannet i feltet.

Nedbør gir en ikke-lineær respons, med svak økning ved lave verdier, etterfulgt av en nedgang i midtområdet og en ny oppgang ved svært høye nivåer. Den siste delen er preget av høy usikkerhet. Samlet sett fremstår responsen som vanskelig å forene med forventet positiv sammenheng mellom nedbør og tilsig.

Vindstyrke viser en svak negativ effekt i området med høy datatetthet. Dette kan være forenlig med økt fordampning i perioder med sterk vind, der tilsiget reduseres gjennom økt vanntap fra overflater og vegetasjon.

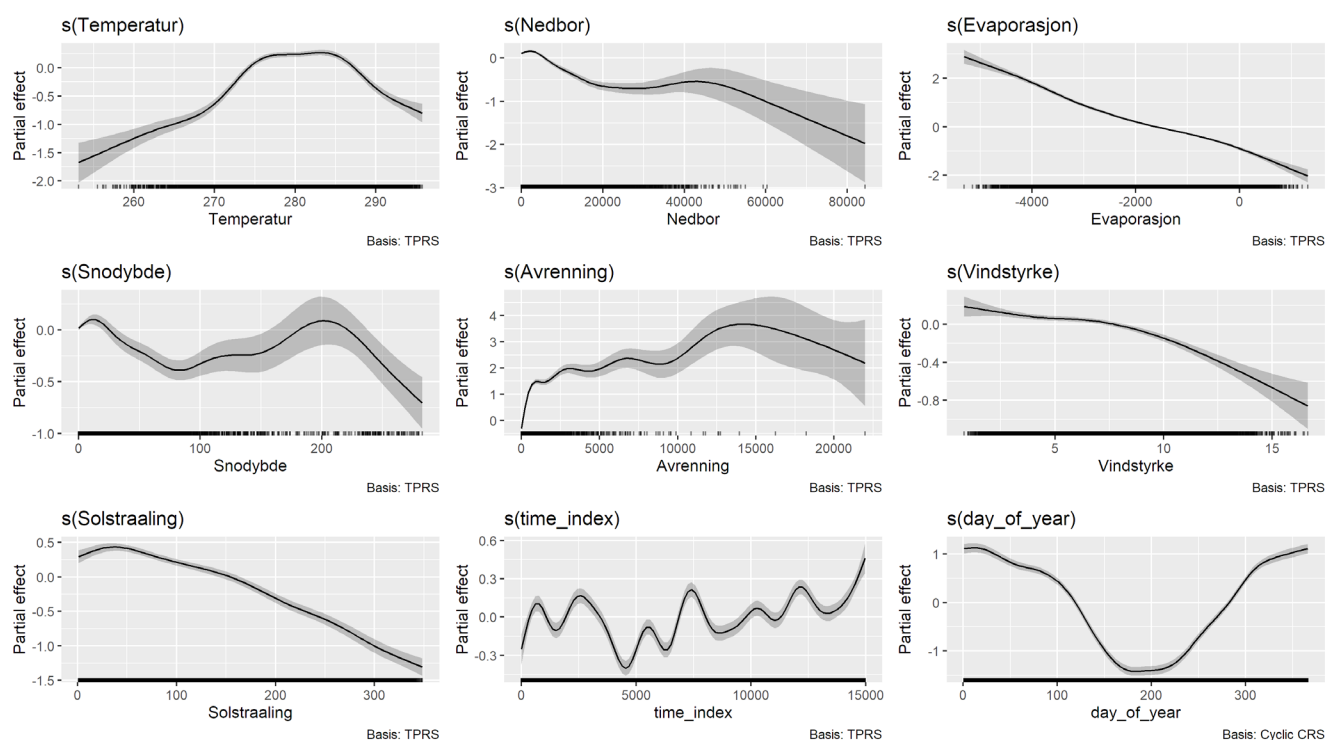
Solstråling viser en kurve med svak nedgang ved lave verdier, etterfulgt av en tydelig økning utover i området. Denne formen skiller seg fra de øvrige stasjonene, hvor solstråling gjerne gir en mer entydig negativ eller buet respons. At tilsiget øker ved høy solinnstråling kan indikere at modellen i Øyungen i hovedsak fanger energitilførsel knyttet til snøsmelting. Usikkerheten øker mot høyre ytterområde, og sammenhengen bør derfor vurderes med forsiktighet.

Oppsummert gir modellen for Øyungen troverdige effekter for avrenning, temperatur, snødybde, evaporasjon og vindstyrke. Solstråling viser en respons som delvis stemmer med energirelaterte prosesser, men skiller seg fra de øvrige stasjonene og avviker noe fra forventet mønster. Nedbør fremstår som svakere og mindre i samsvar med forventet hydrologisk respons.

4.3.2.5 Søgne

Søgne ligger i Kristiansand kommune og er klassifisert som H₃L₃ (atlantisk regime). Feltet er lavtliggende (15 moh), har et nedbørfeltareal på 204 km², og er preget av urbanisering og tette flater. Slike forhold gir rask avrenning og liten magasinkapasitet, noe som gjør området særlig utsatt for flom og hurtige responsmønstre ved kraftig nedbør.

Avrenning viser en tydelig positiv sammenheng med tilsiget i lavere og midtre deler av fordelingen, før kurven flater ut og til slutt viser en svak nedgang. Dette stemmer i hovedsak med forventningene, selv om nedgangen mot høyre ikke er fullt ut i tråd med



Figur 9: Smooth plott for Søgne

forventet utvikling. Samtidig er usikkerheten høyere i dette området, noe som gjør det vanskelig å trekke entydige konklusjoner.

Temperatur viser en ikke-lineær respons, med økning i tilsig opp til ca. 285 K (12 °C), etterfulgt av en svak nedgang. Dette mønsteret samsvarer med temperaturdrevne prosesser som snøsmelting. Den svake nedgangen ved høyere temperaturer kan være knyttet til tørkeeffekter eller økt fordampning.

Evaporasjon gir en klart negativ effekt på tilsiget over hele området, i tråd med at høy fordampning reduserer tilgjengelig vann. Dette samsvarer godt med feltets karakteristikk og den høye evaporasjonspotensialet ved høy temperatur og vind.

Vindstyrke viser en svak, men jevn negativ effekt i intervallet med høy datatetthet (5–15 m/s), noe som stemmer med at økt vind kan forsterke evaporasjonstap og dermed redusere vannføring.

Solstråling har en stabilt negativ effekt gjennom hele området. Dette er konsistent med at høy solinnstråling bidrar til fordampning, særlig i et felt uten snøakkumulasjon og med åpne overflater.

Snødybde gir et utydelig og variabelt mønster. Kurven antyder at lite snø gir mer tilsig, mens tilsiget reduseres tydelig ved høye snømengder, spesielt fra rundt 200 mm og oppover. Dette samsvarer med forståelsen av snø som et midlertidig vannlager som holder igjen vannet i feltet. Gitt feltets beliggenhet og lave snøforekomster er det rimelig

at snø spiller en begrenset rolle i tilsigdannelsen. Økende usikkerhet i ytterområdet gjør likevel tolkningen mindre sikker.

Nedbør oppfører seg ikke i tråd med hydrologiske forventninger. Kurven viser først en svak positiv helning, men faller deretter jevnt gjennom store deler av området. Selv om høy nedbør normalt gir økt tilsig, fanges ikke dette tydelig i modellen. Det kan skyldes samspill med andre variable, eller at intensitet og varighet ikke er godt nok representert.

Oppsummert viser modellen for Søgne klare og forventede responser for avrenning, temperatur, evaporasjon, vindstyrke og solstråling. Snødybde gir en effekt som i hovedsak er i samsvar med forventningene, men bør tolkes forsiktig, gitt feltets natur med lave snømengder. Nedbørens modellrespons samsvarer i lav grad med forventet effekt.

4.3.2 Diagnostikk

Resultatene som presenteres i dette kapitlet bygger på metodikken beskrevet i delkapittel 3.5.

Modellens fleksibilitet ble kontrollert under modellbyggingen ved å sette basisdimensjonen k høyt og benytte penaliserende glatte funksjoner med `select = TRUE` i RStudio. Dette muliggjør automatisk regulering av modellkompleksiteten, i tråd med anbefalinger fra Wood (2011).

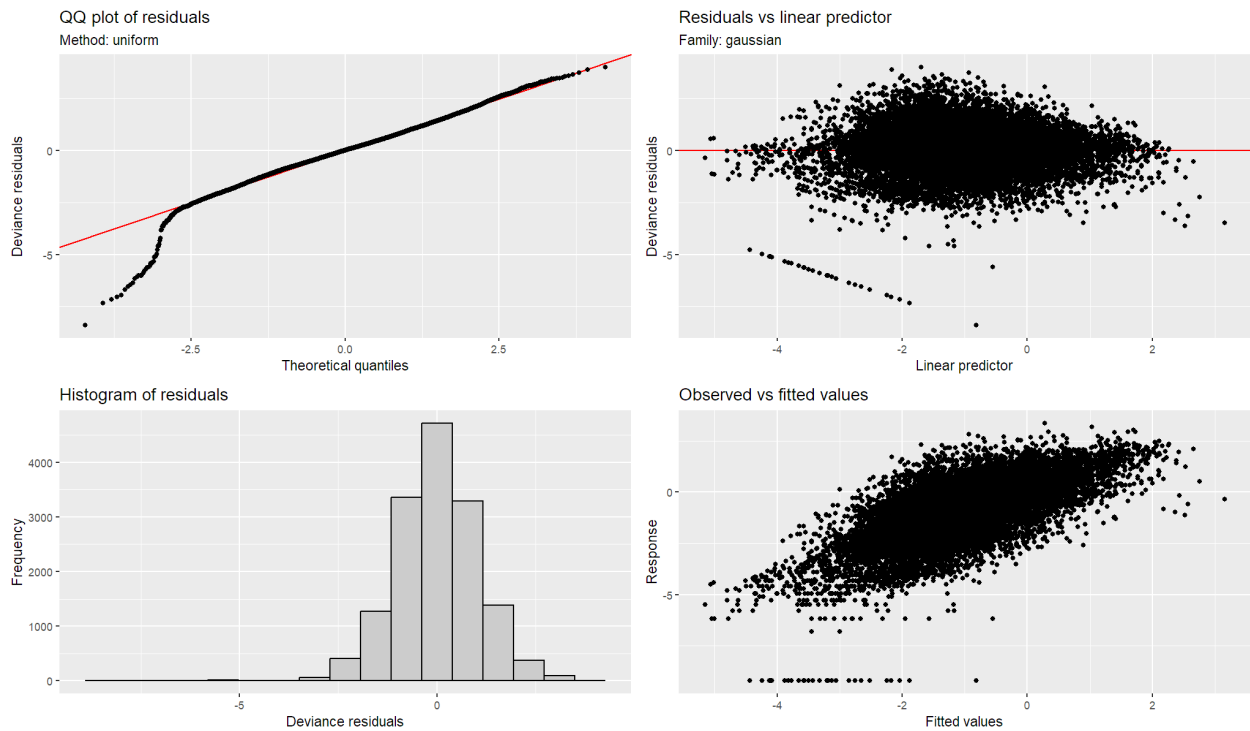
For å vurdere hvorvidt resten av modellforutsetningene er oppfylt, benyttes residualdiagnostikk. Den diagnostiske vurderingen er her basert på fire standardplott fra `gam.check()` i RStudio og ACF plott presentert senere. Standardplott benyttes til å undersøke følgende:

- QQ-plott (øverst til venstre): brukes for å vurdere om residualene følger en tilnærmet normalfordeling. Punktene bør ligge tett opp mot referanselinjen; systematiske avvik antyder skjevhet eller uteliggere.
- Residualer mot lineær prediktor (øverst til høyre): et tilfeldig spredningsmønster rundt null tyder på at modellen har fanget opp strukturene i dataene. Mønstre eller systematiske avvik kan indikere at modellen er for stiv eller mangler viktige forklaringsvariabler.
- Histogram av residualer (nederst til venstre): gir en visuell vurdering av residualenes fordeling. En symmetrisk, sentrert fordeling rundt null er ønskelig.
- Observerte mot predikerte verdier (nederst til høyre): viser modellens evne til å predikere over hele skalaen. Systematiske avvik eller spredning i visse områder kan indikere modellsvakheter.

Blant de fem stasjonene fremstår Fiskum som den stasjonen med mest avvikende residualdiagnostikk, og benyttes derfor som illustrerende eksempel i figur 10. Residualplott til andre stasjoner finnes i Vedlegg D. For å systematisere vurderingene presenteres de diagnostiske resultatene i tabellform, der hver stasjon vurderes etter fire standardplott: QQ-plott, residualer mot lineær prediktor, histogram av residualer, og observert mot predikert verdi. Tabell 8 gir et samlet bilde av modellens egenskaper på tvers av stasjoner, og bidrar til å identifisere forskjeller.

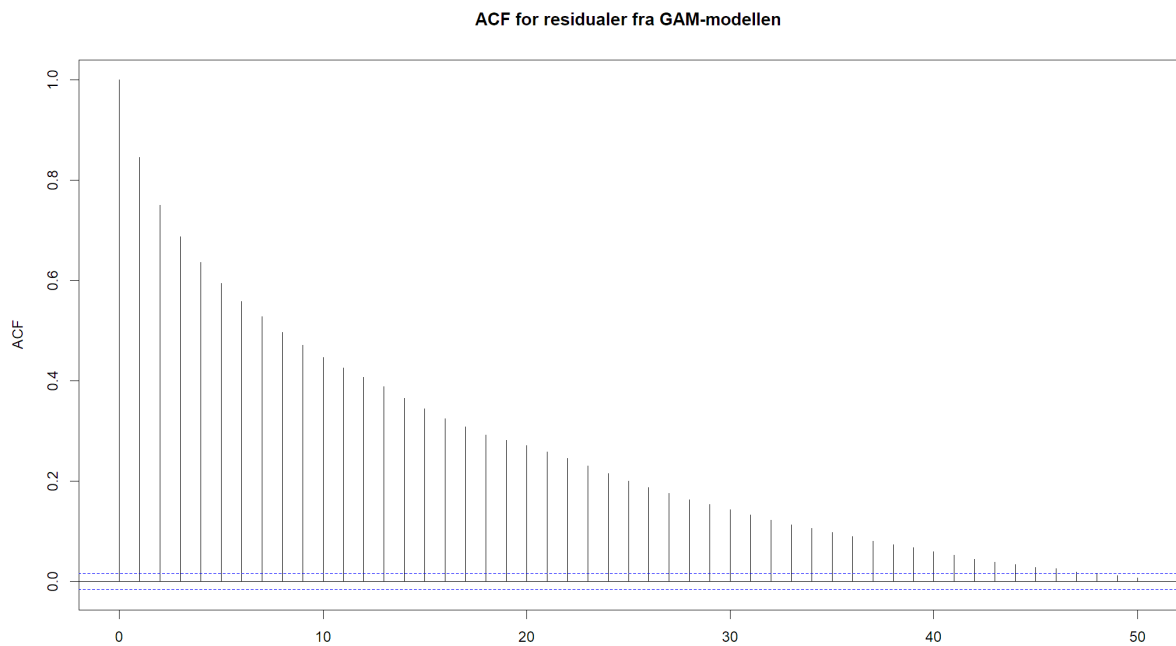
Tabell 8: Oppsummering av residualdiagnostikk

Stasjon	QQ-plott	Residualer vs. lineær prediktor	Histogram av residualer	Observert vs. predikert
Fiskum	Tydelige avvik, særlig i venstre hale. Indikerer skjevhet og svakheter ved lave tilsig.	To skrå bånd med negativ helning. Struktur i residualene tyder på underestimering i to grupper.	Tilnærmet klokkeformet og symmetrisk, men noe tung venstre hale.	God spredning langs diagonalen. Systematisk overprediksjon ved lave tilsig.
Akslen	Moderat haleavvik, ellers nær referanselinjen.	Horisontalt bånd rundt null. Balansert spredning over hele skalaen.	Symmetrisk og godt sentrert rundt null.	God tilpasning i midtre verdier. Økt spredning ved lave og høye verdier.
Nautsundvatn	Nær perfekt linje.	Svak traktform. Økt spredning ved ekstreme verdier av prediktor.	Symmetrisk, normalfordelt.	Tett punktfordeling rundt diagonal. Høy presisjon i mellomområdet.
Øyungen	Nær perfekt linje.	Jevn fordeling rundt null. Ingen klare mønstre.	Normalfordelt og symmetrisk.	Svak systematisk overprediksjon i mellomområdet (fitted $\approx 2-4$).
Søgne	Svake haleavvik. Ellers tett mot referanselinjen.	Tilfredsstillende fordeling rundt null uten struktur.	Symmetrisk og klokkeformet.	Svak underprediksjon i mellomområdet. God tilpasning for øvrig.



Figur 10: Residualplott for Fiskum

For å vurdere om det foreligger autokorrelasjon i residualene – altså systematiske tidsavhengige avvik – benyttes ACF-plott. Et ACF-plott viser i hvilken grad en tidsserie er korrelert med seg selv på ulike tidsetterslep (lags) (Mendenhall, 2011). X-aksen angis i dager, mens y-aksen viser autokorrelasjonskoeffisienten, som varierer mellom -1 og 1.



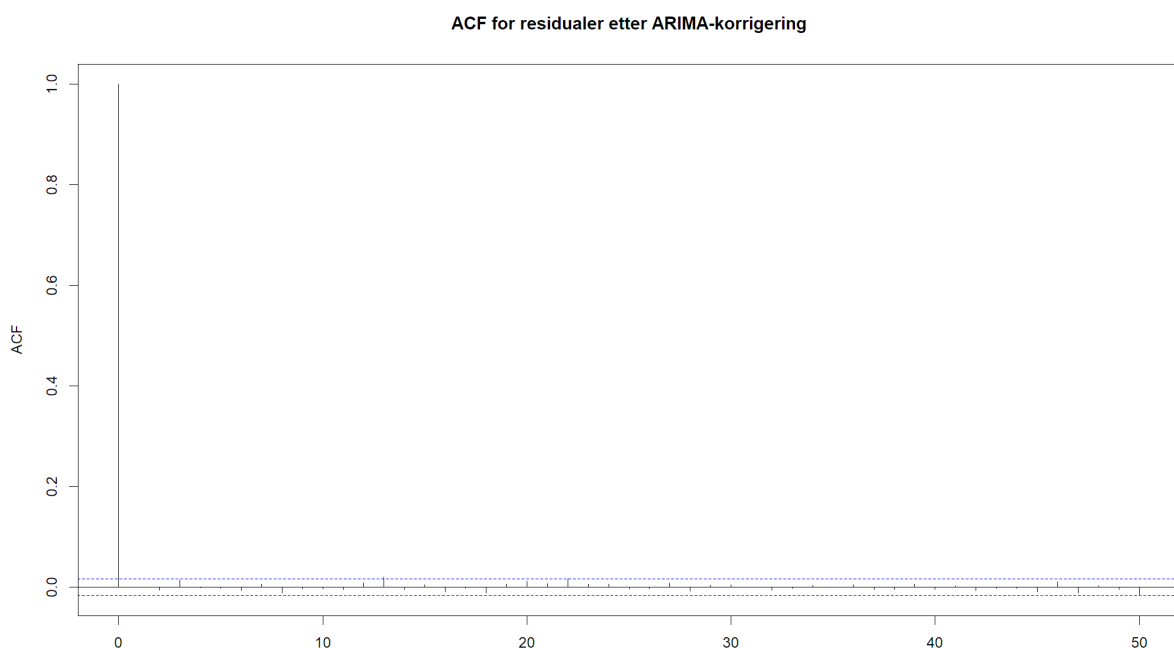
Figur 11: ACF plott for GAM modellen før ARIMA

Den tynne horisontale stiplede blå linjen markerer et 95 % konfidensintervall rundt null; stolper som stikker utenfor dette intervallet er statistisk signifikante og indikerer autokorrelasjon på det aktuelle laget (Mendenhall, 2011). For at residualene skal kunne betraktes som hvit støy – og dermed oppfylle forutsetningene for uavhengighet – forventes alle stolper å ligge innenfor konfidensgrensene, og uten systematisk mønster (Mendenhall, 2011).

ACF-plottene før ARIMA-korrigering (Figur 11) viser ACF-plottet for residualene fra GAM-modellen ved Fiskum-stasjonen et tydelig mønster med sterk og vedvarende autokorrelasjon. Autokorrelasjonen er høy allerede ved lag 1 ($ACF \approx 0.95$) og avtar gradvis utover, men forblir signifikant langt utover lag 30. Dette mønsteret tyder på at residualene inneholder sterk tidsavhengighet som modellen ikke klarer å fange opp alene. Dette er typisk ved modeller som ikke eksplisitt tar høyde for serieavhengighet, og kan føre til ugyldige inferensresultater og svekket prediktiv nøyaktighet (Mendenhall, 2011).

Etter ARIMA-korrigering (Figur 12) endrer bildet seg markant. ACF-plottet viser nå at alle autokorrelasjonskoeffisienter ligger tett rundt null, og samtlige stolper befinner seg innenfor konfidensgrensene. Den høyeste gjenværende autokorrelasjonen etter lag 0 er under 0.05, og ingen av verdiene er signifikant. Dette tyder på at tidsstrukturen i residualene er effektivt fjernet, og at de resulterende restleddene i hybridmodellen (GAM + ARIMA) i stor grad oppfører seg som hvit støy.

Det bemerkes at denne reduksjonen i autokorrelasjon er tilnærmet identisk for alle fem stasjoner, noe som understreker at hybridtilnærmingen har generell verdi og ikke bare er egnet for ett spesifikt nedbørfelt.



Figur 12: ACF plott for hybrid modellen

4.3.3 Ytelsesmåling

For å vurdere hvor godt den ferdige modellen gjengir historisk vannkrafttilsig, ble ytelsen evaluert på hele analyseperioden 1980–2020 for hver av de fem målestasjonene. Formålet med denne vurderingen er å dokumentere hvor godt den endelige modellen tilpasser seg observerte data, og hvor stor andel av variasjonen i tilsig som forklares av de inkluderte meteorologiske og hydrologiske variablene.

I tråd med metodekapittelet benyttes RMSE og MAE som mål på modellens tilpasningsnøyaktighet. I tillegg rapporteres explained deviance som et mål på modellens forklaringskraft, uttrykt som andelen av variasjonen i responsvariabelen som fanges opp av modellen. Resultatene oppsummeres i Tabell 9 for de fem stasjonene.

Tabell 9: Modellens ytelsesmål

Station	RMSE	MAE	Deviance Explained [%]
Akslen	15.9	7.19	89.1
Sogne	12.8	5.33	54.7
Fiskum	2.13	0.75	46.7
Nautsundvatn	28.2	13.2	43.4
Øyungen	16.9	8.09	43.1

Tidsserieplott med predikert kontra observert tilsig for alle stasjonene finnes i Vedlegg E.

4.3.4 Validering

For å vurdere modellens generaliseringsevne over tid er det gjennomført rolling origin-validering for alle fem nedbørfelt i perioden 2011–2020. Modellens ytelse evalueres både på treningsdata (deviance explained – training) og på testdata (deviance explained – test). Førstnevnte beskriver modellens evne til å tilpasse seg de dataene den ble estimert på, mens sistnevnte gir et mål på hvor godt modellen forklarer variasjon i fremtidige observasjoner.

Tabell 10 viser gjennomsnittlige verdier RMSE, MAE og deviance explained (for både trening og test) beregnet over ti årlige testperioder (2011–2020) for hver målestasjon.

Tabell 10: Valideringsresultater

Station	RMSE	MAE	Deviance Explained (Train) [%]	Deviance Explained (Test) [%]
Akslen	25.6	14.1	89.3	83.3
Sogne	11.2	6.78	55.3	37.2
Fiskum	2.12	1.02	46.9	26.2
Nautsundvatn	26.3	16.3	44.8	8.63
Øyungen	18.9	10.9	43.9	16.4

Det mest relevante ytelsesmålet i denne sammenhengen er test deviance explained, som uttrykker hvor stor andel av variasjonen i tilsiget modellen klarer å forklare i testperiodene. Dette målet er direkte knyttet til modellens evne til å predikere ukjente data, og er derfor sentralt for vurderingen av modellens praktiske nytteverdi.

Resultatene viser at deviance explained i testdata varierer betydelig mellom stasjonene. Disse resultatene indikerer at modellens prediksjonsytelse er svak og varierende, og at den i flere tilfeller har utfordringer med å generalisere til nye år. Det er derfor nødvendig å undersøke dette nærmere i diskusjonskapittelet.

4.4 Prediksjonsytelse mot HBV

For å vurdere hvorvidt den statistiske modellen gir sammenlignbare resultater med HBV-modellen under like forhold, er det gjennomført en sammenligning av modellprediksjoner for stasjon Sogne i perioden 10.02.1992–31.12.1992. Metodisk fremgangsmåte for sammenligningen er beskrevet i delkapittel 3.8. Tabell 11 oppsummerer sentrale ytelsesmål, inkludert gjennomsnitt, standardavvik, korrelasjon og prediktivt avvik mellom de to modellene.

Tabell 11: Prediksjonsytelse mot HBV

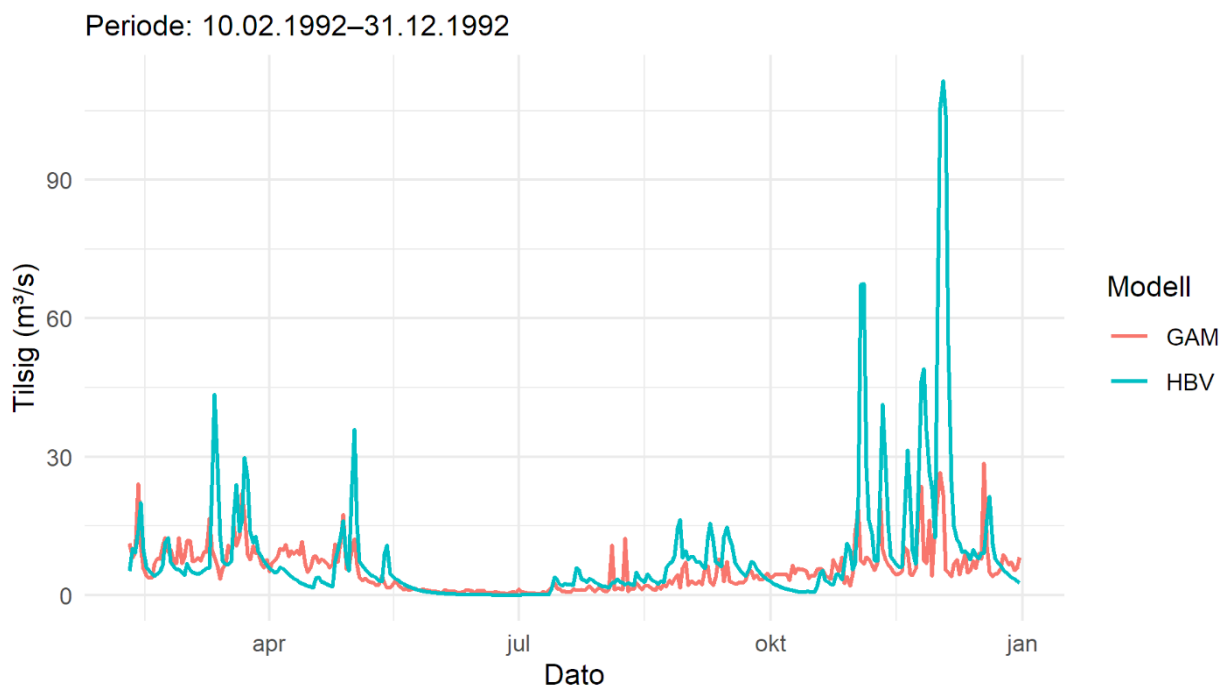
Ytelsesmål	Gjennomsnitt GAM / HBV	Standartavvik GAM / HBV	Pearson korrelasjon	Spearman korrelasjon	RMSE	MAE
Verdi	5,42 / 8,40 m ³ /s	4,74 / 13,75 m ³ /s	0,51	0,66	12,4 m ³ /s	5,4 m ³ /s

Det er forskjeller mellom prediksjonene fra den utviklede modellen og HBV-modellen i sammenligningsperioden. HBV-modellen estimerer gjennomgående høyere tilsig enn den statistiske modellen, med et gjennomsnittlig nivå som ligger nesten 3 m³/s høyere. I tillegg viser HBV-prediksjonene langt større variasjon, med et standardavvik på 13,75 m³/s, sammenlignet med 4,74 m³/s for den statistiske modellen. Dette indikerer at HBV-modellen i større grad responderer på ekstreme nedbørshendelser eller snøsmelteepisoder, og gir større utslag i perioder med høy tilsigaktivitet. Den statistiske modellen fremstår i større grad som dempet, med glattere forløp og færre ekstreme toppe.

Forskjellene kommer også til uttrykk i samvariasjonen mellom modellene. Spearman-korrelasjonen på 0,66 viser at de to modellene i stor grad er enige om rekkefølgen på dagene etter tilsig – det vil si hvilke dager som har relativt høyt eller lavt tilsig. Dette indikerer at variasjonsmønstrene over tid i stor grad fanges opp av begge modeller. Samtidig er Pearson-korrelasjonen lavere (0,51), noe som tyder på at det foreligger betydelige forskjeller i det absolutte nivået og i styrken på enkeltstående hendelser. HBV-modellen predikerer vesentlig høyere toppe enn den statistiske modellen, særlig i høst- og vintermånedene. Dette underbygges av tidsseriegrafene (Figur 8), hvor HBV fremstår mer reaktiv og variabel, mens den statistiske modellen gir et jevnere og mer dempet forløp.

De beregnede avviksmålene RMSE og MAE – henholdsvis 12,4 og 5,4 m³/s – bekrefter at det er systematiske forskjeller mellom modellene. RMSE-verdien indikerer at avvikene mellom modellene er særlig store i perioder med høyt tilsig, mens MAE gjenspeiler en mer gjennomsnittlig differanse over hele perioden. Dette peker samlet sett på at modellene ikke er fullt ut konsistente, verken i nivå eller i dynamikk.

Tidsseriegrafen for perioden 10.02.1992–31.12.1992 (Figur 13) illustrerer forskjellene i predikert tilsig mellom modellene i detalj. HBV-modellen viser gjentatte episoder med høye tilsigstopper, særlig om våren og mot slutten av året, mens den statistiske modellen har et jevnere forløp med mer dempede variasjoner. I lavvannsperioder, som i sommermånedene, konvergerer modellene i større grad. Figurens mønster antyder at HBV reagerer kraftigere på kortvarige hydrometeorologiske hendelser, mens den statistiske modellen i større grad fanger opp sesongmessige trender, men med lavere følsomhet for ekstreme verdier.



Figur 13: Tidsserieplott av tilsig estimert av GAM mot HBV ved Søgne

4.4 Klimascenario

Tabell 12 viser prosentvis endring i modellert gjennomsnittlig sesongtilsig, beregnet som forskjellen mellom syntetiske daglige verdier for år 2100 og historiske daglige verdier for perioden 1980–2020, aggregert til sesongnivå. Endringene er oppgitt per stasjon og per sesong, og gir et bilde av hvordan tilsigsmønsteret kan endres under et fremtidig klima.

Tabell 12: Prosentvis endring i sesongvis tilsig (2100 vs. historisk)

Stasjon	Vinter (%)	Vår (%)	Sommer (%)	Høst (%)
Akslen	-0.32	18.10	31.00	25.10
Fiskum	46.90	12.20	-29.00	-6.73
Søgne	41.20	20.20	-21.20	-10.03
Nautsundvatn	39.10	16.60	-25.30	-7.47
Øyungen	42.80	20.30	-23.60	-5.01

Akslen skiller seg tydelig ut fra de øvrige stasjonene. Det er den eneste stasjonen som viser en liten nedgang i vintertilsig, mens alle andre stasjoner har markant vinterøkning. I tillegg er Akslen alene om å ha positive endringer i samtlige sesonger, med særlig stor økning i både sommer og høst, hvor alle andre stasjoner har betydelig reduksjon.

For de øvrige stasjonene viser resultatene en tydelig økning i vinter- og vårtilsig, særlig i lavtliggende områder som Fiskum og Øyungen, hvor vinterøkningen overstiger 40 %. Samtidig indikerer analysen en betydelig reduksjon i sommertilførsel for samtlige av disse stasjonene, med størst nedgang observert i Fiskum og Nautsundvatn. Høsten viser mer varierende utslag, men har generelt svakere endringer enn de øvrige sesongene.

5. Diskusjon

5.1 Statistisk vurdering av modellen

5.1.1 Modelldiagnostikk og ytelse

Modelldiagnostikken viser at enkelte stasjoner avviker fra de teoretisk ideelle forutsetningene for regresjonsmodeller. Ifølge Egeland (2024) er dette ikke uvanlig i praktiske analyser av miljødata, der residualene ofte ikke fullt ut følger de statistiske idealene. Blant stasjonene i denne studien er det særlig Fiskum som skiller seg ut med tydelig skjevfordeling i residualene, strukturerte avvik i plottet mot lineær prediktor og systematisk overprediksjon ved lavt tilsig. Dette kan indikere manglende modellfleksibilitet ved lave tilsig og antyder at viktige forklaringsmønstre ikke er tilstrekkelig fanget opp.

Det er ingen klar enighet i litteraturen om hvordan høye concavity-verdier bør tolkes (Clark, 2022). I praktiske datasett med samvarierende prediktorer, som i denne studien, må concavity forventes. Jeg antar at dette forekommer, men vurderer det som mindre kritisk, ettersom estimeringsprosedyren i mgcv håndterer slike avhengigheter effektivt gjennom penaliserende splines og automatisk kompleksitetskontroll (Wood, 2008).

Samlet sett fremstår modelldiagnostikk som tilfredsstillende, med kun moderate avvik ved to stasjoner, og sterkt forbedret autokorrelasjonsstruktur etter hybridisering. Det foreligger ingen alvorlige brudd på modellforutsetningene som skulle tilsi at modellresultatene er ugyldige. I praksis gir dette grunn til å kunne benytte seg av modellen og bruke dens resultater, så lenge man forstår modellens svakheter og begrensninger.

Når det gjelder ytelse, viser modellen varierende forklaringsgrad mellom stasjonene. Akslen skiller seg klart ut med explained deviance på 89,1 %, og bør derfor betraktes som et særtilfelle snarere enn representativ for hele modellen. Det er ikke helt klart hvorfor Akslen skiller seg ut, muligens på grunn av bedre noe observerte mot predikerte verdier plott, eller fordi stasjonen har stort og sesongmessig stabilt tilsig. For de øvrige stasjonene varierer forklaringsgraden mellom 43–55 %. Dette antyder at modellen treffer det gjennomsnittlige nivået på en grei måte, men har begrenset evne til å fange opp den totale variasjonen i daglig tilsig. En mulig forklaring er at modellen ikke inkluderer feltspesifikke hydrologiske tilstander som grunnvannsnivå eller jordfuktighet, som ofte er avgjørende for hvordan nedbør og temperatur faktisk påvirker tilsiget. Modellen tar heller ikke eksplisitt høyde for infiltrasjonsevne, markvannskapasitet eller metningsgrad i jordsmonnet, faktorer som påvirker både forsinkelse og fordeling av vanntransport i nedbørfeltet. I tillegg mangler modellen informasjon om arealdekke, topografi og nedbørsfeltets dreneringsegenskaper – variabler som kan være særlig viktige ved overgang mellom regn og snøsmelte, eller ved langvarig nedbør etter tørkeperioder. Fraværet av slike variable prosesser gjør at modellen i mindre grad kan fange opp ikke-

lineære hydrologiske responsmønstre, noe som kan forklare hvorfor forklaringsgraden er moderat selv der feilnivåene for noen stasjoner kan være lave.

Tidsserieplottene i Vedlegg E viser at modellene fanger opp sesongmessige mønstre og det generelle nivået i tilsiget ved alle stasjoner. Den statistiske modellen presterer særlig godt i perioder med jevn utvikling for tilsiget og moderate variasjoner, men viser systematiske avvik i episoder med brå og kraftige økninger i tilsig – typisk under flomtopper og snøsmeltedrevne hendelser. Ofte vil den statistiske modellen også overpredikere tilsiget i slike perioder. En sannsynlig forklaring er at modellen i sin nåværende form ikke inkluderer laggede variabler slik som Mohammadi (2005) og Lee (2020) gjør, og dermed mangler modellen eksplisitt informasjon om tidsforsinkende prosesser som oppstår mellom værvariable og tilsiget. Ved å kun bruke samtidige verdier av værdata antas det implisitt at tilsiget responderer umiddelbart på endringer i værforhold, noe som ikke er realistisk i mange hydrologiske sammenhenger. Inkludering av én eller flere laggede versjoner av f.eks. nedbør eller snødybde kunne potensielt gitt modellen bedre evne til å fange opp forsinkede og akkumulative effekter.

En annen mulig årsak er at modellen er trent på hele datasettet uten sesong- eller regimespesifikk differensiering. Det betyr at samme funksjonell sammenheng mellom vær og tilsig benyttes både i tørre og våte perioder, noe som kan føre til overgeneralisering og tap av fleksibilitet. I tillegg brukes glatte funksjoner som kan dempe ekstreme verdier dersom de ikke har tilstrekkelig støtte i datasettet. Dette gjør at modellen kan respondere for svakt i noen flomepisoder og for sterkt i andre, spesielt når slike hendelser er få og ujevnt fordelt i treningsdataene.

Samlet sett peker dette på at modellens ytelse kunne vært forbedret i slike situasjoner ved å innføre laggede forklaringsvariabler, mer dynamiske modellkomponenter, eller ved å trene separate modeller for ulike sesonger eller regimer. Det tydeliggjør et trekk ved denne modellen, den har god evne til å beskrive mønstre i observerte data, men begrenset kapasitet til å modellere underliggende hydrologiske prosesser uten tilleggsinformasjon eller eksplisitt prosessforståelse.

5.1.2 Modellens spesifisering, kompleksitet og tolkbarhet

Det høye antallet smooth-ledd i modellen (ni totalt) gjør det nødvendig å vurdere hvorvidt kompleksiteten er metodisk forsvarlig. Modellens hensikt er ikke utelukkende å maksimere prediksjonsevne, men også å analysere hvordan ulike meteorologiske variabler påvirker vannkrafttilsiget. Dette krever en modellspesifisering som inkluderer alle relevante forklaringsvariabler. Samtidig erkjenner jeg at et høyt antall ledd øker risikoen for overtilpasning og kan gjøre tolkning mer krevende, spesielt når enkelte variabler kan ha overlappende informasjonsinnhold.

Modellen er derfor estimert med `select = TRUE` parameter i RStudio, som gjør det mulig å fjerne ikke-signifikante smooth-ledd. Det at samtlige ledd fortsatt inngår i modellen, tyder på at hver variabel bidrar signifikant til modellens forklaringskraft – i alle fall statistisk.

Likevel er det viktig å understreke at statistisk signifikans ikke nødvendigvis innebærer praktisk betydning (Egeland, 2024). Enkelte smooth-funksjoner har lave EDF-verdier og begrenset visuell effekt på tilsiget, og disse leddene kunne i prinsippet vært ekskludert dersom hovedformålet kun var prediksjon.

Inkluderingen av tidsleddene $f(\text{time_index})$ og $f(\text{day_of_year})$ reiser særlig metodiske spørsmål. Disse gir et bidrag til modellens ytelse, men representerer ikke direkte målbare fysiske prosesser. $f(\text{day_of_year})$ fanger opp sesongmønstre som også delvis forklares av temperatur, snø og solstråling, og kan derfor føre til redusert tolkbarhet for de øvrige forklaringsvariablene. $f(\text{time_index})$ kan fange opp strukturelle endringer i datasettet, men glatter også over variasjon som i realiteten kan skyldes underliggende fysiske forhold. Fjerning av disse leddene gir redusert prediksjonsytelse, men gir samtidig en renere forståelse av hvordan været påvirker tilsiget direkte. Det foregår dermed en konstant avveining mellom modellens forklaringskraft, tolkbarhet og generaliserbarhet.

Dette illustrerer tydelig den klassiske avveiningen mellom bias¹² og varians, som Mendenhall (2011) og Egeland (2024) nevner: modeller med høy tolkbarhet og lav kompleksitet har ofte høyere bias, mens mer komplekse modeller kan ha lavere bias, men på bekostning av tolkbarhet og risiko for overtilpasning. Dette ble humoristisk, men treffende visualisert i Simpson (2022a) sin presentasjon om GAM modeller, hvor en modellbygger må velge mellom "høy bias men tolkbar" og "lav bias men black box". I denne oppgaven er valget eksplisitt: Jeg har prioritert en tolkbar modell (GAM) fremfor mer uforståelige metoder med lavere bias, og jeg har inkludert tidsledd for å øke prediktiv ytelse, vel vitende om at dette kan redusere klarheten i tolkningen av enkelte forklaringsvariabler. Samtidig er alle modellens ledd beholdt på statistisk grunnlag, og kompleksiteten vurderes som forsvarlig gitt datasettets størrelse, i alle fall der historiske værdata foreligger og prediksjonen skjer innenfor det observerte datarommet.

5.1.3 Modellens svakheter

En tydelig kontrast fremkommer mellom modellens prestasjon i sammenligningen mot HBV og i rolling origin-valideringen. Mens modellen viser høy grad av samsvar med HBV i testperioden for 1992, reduseres ytelsen betydelig når den anvendes i mer krevende prediksjonssituasjoner, slik som rolling origin-validering. Det reiser samtidig spørsmålet om hvorfor modellen i denne studien viser svakere valideringsresultater enn det som rapporteres i nyere litteratur, som hos Brunner (2023) og Ouarda (2018), til tross for at disse studiene opererer med noe ulike problemstillinger og modellforutsetninger.

I rolling origin benyttes en ny treningsperiode for hvert år i perioden 2011–2020. Modellen estimeres på historiske observasjoner frem til året før, og brukes deretter til å predikere et helt nytt år. I teståret foreligger ingen værdata, og modellen kan derfor kun benytte de to tidsbaserte glatte funksjonene – $f(\text{time_index}) + f(\text{day_of_year})$ – som utgjør det

¹² Bias er forskjellen mellom den forventede verdien av en estimator og den sanne parameterverdien den forsøker å estimere (Mendenhall, 2011)

faktiske prediksjonsgrunnlaget. Dette medfører at modellen må operere med redusert forklaringskraft.

Selv om disse to leddene gjør modellen i stand til å fange opp ikke-lineære sesong- og trendmønstre, har de en grunnleggende lokal karakter. Ifølge Clark (2024) og Wells (2022) baserer glatte funksjoner prediksjonene på nærliggende datapunkter i treningsperioden, og har ingen innebygd forståelse for hvordan responsen utvikler seg utenfor det observerte området. Dette innebærer at modellen, i fravær av værdata og kun med tilgang til tid og sesong, ikke har noe prinsippielt rammeverk for å forutsi utviklingen utover det den allerede har sett.

Den observerte reduksjonen i prediksjonsytelse under rolling origin-valideringen kan forstås som en samlet konsekvens av modellstrukturendringer som følge av manglende værdata i testperioden, kombinert med iboende begrensninger ved GAM-rammeverket. GAM-modellen har vist seg egnet som interpolerende metode innenfor kjente datamønstre, men får redusert prediksjonsevne når den anvendes i situasjoner hvor sentrale forklaringsvariabler ikke er tilgjengelige.

5.2 Hydrologisk og klimafaglig vurdering

Modellen viser resultater som i betydelig grad samsvarer med etablert hydrologisk teori (kapittel 2.3) for flere sentrale værvariabler. Overflateavrenning gir gjennomgående sterk og positiv effekt på tilsiget, noe som er konsistent med at større avrenning direkte tilfører vann til vassdraget. Evaporasjon viser som forventet en negativ effekt ved samtlige stasjoner, noe som underbygger at vanntap til atmosfæren reduserer tilgjengelig vannmengde. Temperatur har som regel en positiv effekt opp til 10–12 °C, med påfølgende nedgang, noe som stemmer med at moderate temperaturer utløser snøsmelting eller øker regnbasert tilsig, mens høy temperatur kan føre til uttørking. Disse mønstrene indikerer at modellen evner å fange opp flere av de viktigste prosessene som styrer tilsigdynamik i norske nedbørfelt.

Når det gjelder snødybde, viser modellen en mer sammensatt respons. I flere felt observeres en negativ effekt ved høye snømengder, noe som støtter teorien om snø som midlertidig vannlager. Dette er i samsvar med at snø først gir redusert tilsig gjennom vinteren og senere økt tilsig i smelteperioden. Kurveformene er ofte ikke-lineære, noe som er ventet ut fra de komplekse, tidsforsinkede virkningene snø har på vannføring.

Solstråling og vindstyrke viser resultater som er i tråd med observerte mekanismer i noen tilfeller, men har lavere forklaringskraft totalt sett. Dette er ventet, ettersom deres effekt ofte opptrer indirekte via temperatur og evaporasjon. Kurvene gir derfor moderat støtte til modellens fysiske tolkningsevne for disse variabler.

Nedbør er den forklaringsvariabelen som i størst grad avviker fra forventet respons. Ved flere stasjoner er effekten svak eller negativ i store deler av området, til tross for at høyere nedbør normalt gir økt tilsig. Dette er i strid med etablert hydrologisk forståelse og gjør det nødvendig med en nærmere vurdering av mulige årsaker.

En første forklaring er knyttet til aggregering av data. I denne analysen er nedbør representert som døgnsommer, noe som kan skjule effekten av kortvarige og intense nedbørshendelser. Slike hendelser kan gi betydelig tilsig, men deres effekt vil fortynnes i en døgnsommer. Dette gjelder særlig i felt der rask respons og ikke veldig høy magasinkapasitet dominerer, som i Søgne.

En annen forklaring er at effekten av nedbør kan korrelere med andre variable, særlig overflateavrenning. Nedbør kan enten infiltrere i bakken, bidra til overflateavrenning, lagres som snø, eller etter hvert fordampe (direkte eller indirekte gjennom evapotranspirasjon). Modellen tar ikke eksplisitt høyde for infiltrasjon eller jordfuktighetstilstand. Dette innebærer at viktige prosesser som styrer hvorvidt nedbør bidrar til umiddelbar overflateavrenning eller først infiltrerer i bakken og forsinkes, ikke er representert. Fraværet av informasjon om jordsmonnmetning kan begrense modellens evne til å skille mellom nedbør som fører til tilsig og nedbør som lagres eller fordamper før det når vassdraget. Dette kan føre til at modellen tilordner størsteparten av tilsigresponsen til avrenning, mens nedbørens direkte effekt blir undertrykt. Concurvity-beregningene viser at nedbør har høy concurvity mot flere andre variable, med gjennomsnittlig concurvity på 0.642 for de fem stasjonene. Dette gir grunn til å tro at effekten ikke er tydelig identifisert som egen komponent.

Sammenlagt gir modellen et tolkningsvennlig og empirisk fundert bilde av hvordan ulike meteorologiske variabler påvirker tilsiget i norske nedbørfelt. GAM gjør det mulig å identifisere ikke-lineære sammenhenger, terskelverdier og metningseffekter som ofte forblir uoppdagget i lineære regresjonsmodeller. Smooth plots bidrar til en direkte visuell fremstilling av sammenhengene, uten krav til forhåndsdefinert funksjonsform, noe som gir bedre innsikt i komplekse responsmønstre, slik som temperaturens toppverdi rundt 10–12 °C eller snødybdens negative effekt ved høye verdier.

I tillegg avdekkes indirekte effekter – eksempelvis sol og vind – gjennom svakere eller utydelige responser, noe som underbygger deres virkning via andre variabler. Modellens struktur gjør det også mulig å estimere stedsdifferensierte effekter, og dermed avdekke lokale variasjoner i hydrologiske prosesser. Samlet sett representerer modellen et kompromiss mellom fleksibilitet og tolkbarhet, og gir en mer etterprøvable og observasjonsbasert fremstilling av sammenhenger mellom tilsiget og værvariabler enn det som kan oppnås gjennom lineær regresjon eller kalibrerte, deterministiske modeller.

5.3 Sammenligning med HBV-modellen

Før sammenligningen diskuteres, er det viktig å presisere at i kapittel 4.4 baserte begge modellene sine prediksjoner på observerte værdata fra testperioden. Dette innebærer at sammenligningen skjer under like klimatiske forutsetninger, og ikke som en framskriving uten kjennskap til fremtidige observasjoner. Som vist i delkapittel 5.1.3, svekkes ytelsen til den statistiske modellen betydelig under reell ekstrapolasjon. Under slike forhold ville HBV-modellen trolig prestert bedre. Resultatene i dette delkapitlet må derfor tolkes som en sammenligning der værdata er kjent, og ikke som en test av modellenes generaliseringsevne.

Sammenligningen mellom modellene for stasjon Sogne i perioden 10.02.1992–31.12.1992 viser tydelige forskjeller i predikert nivå, variasjon og ekstremverdier. HBV-modellen gir gjennomgående høyere og mer variable tilsig, mens den statistiske modellen produserer glattere og mer dempede estimater. Variasjonsmønstrene over tid er like, men styrken i enkeltstående hendelser avviker. Generelt klarer den statistiske modellen å vise sesongmønstre som HBV, men under predikerer med perioder med sterkt varierende tilsig mot slutten av året.

HBV-modellen har vært et viktig referansepunkt for hydrologisk modellering i Norge i flere tiår, og selv om den kan i mange sammenhenger gir høy forklaringskraft for tilsig, slik Schjølberg (2001) peker på i SINTEF rapporten, kan det kreve omfattende spesifikasjon og kalibrering av parametere for å oppnå god ytelse, og modellens presisjon reduseres dersom disse ikke tilpasses hvert enkelt nedbørsfelt, ifølge Le (2021).

Den statistiske modellen i denne studien er bygget med et annet formål. Den er eksplisitt avgrenset til å bruke kun meteorologiske data, og krever ikke informasjon om nedbørsfeltets fysiske egenskaper, initiale parametere eller lokal hydrologisk kalibrering slik HBV gjør. Sett fra praktisk perspektiv, kan modellen trenes direkte på data uten forhåndskunnskap om feltet. Hydrologisk innsikt benyttes først og fremst i tolkningen av modellens resultater, ikke i selve estimeringsprosessen. Dette står i kontrast til HBV, som er avhengig av både forkunnskap og ekspertjusteringer i modelloppsettet for å gi pålitelige resultater. Som vist i figur 13, fanger modellen opp sesongmønstre på en måte som er sammenlignbar med HBV. Dette gjør den aktuell for klassifisering av nedbørsfelt der det ikke foreligger fysiske målinger av tilsig og tilnærmet estimering av daglige tilsigsverdier. Selv om den ikke nødvendigvis gir bedre prediksjoner enn HBV, kan den fungere som et supplement – og i enkelte tilfeller som et alternativ – så lenge begrensningene i generaliseringsevne tas i betraktning.

5.4 Klimascenario

Resultatene fra klimascenarioanalysen, basert på RCP8.5 og syntetiske værdata for år 2100, indikerer at tilsiget i norske nedbørfelt endres betydelig under et varmere og våtere klima. De mest fremtredende mønstrene i modellens prediksjoner er:

- Økt vintertilsg
- Økt vårtilsg
- Redusert sommertilførsel
- Svake eller moderate endringer i høsttilsg

Disse mønstrene gjelder for alle stasjoner unntatt Akslen, og samsvarer godt med klimaframskrivningene i Climate in Norway 2100 (Hanssen-Bauer et al., 2017). Rapporten fremhever at de sesongvise endringene er langt mer markante enn de årlige, med særlig økning i vinteravrenning og reduksjon i sommertilførsel: “The changes in different seasons are considerably larger, with increased runoff in winter and reduced runoff in the summer season” (Hanssen-Bauer et al., 2017, p. 7). Prognosene samsvarer dessuten med teorien beskrevet i kapittel 2.3.4, hvor det ifølge NVE (2017) forventes at økt evapotranspirasjon i et varmere klima vil føre til lengre sommertørkeperioder med lavt tilsg.

Akslen skiller seg tydelig ut fra de øvrige stasjonene. Det er den eneste stasjonen som viser en liten reduksjon i vintertilsg ($-0,32\%$), og den eneste som har positiv endring i samtlige sesonger. Den predikerte økningen i sommer- og høsttilsg ved Akslen (hhv. $+31\%$ og $+25\%$) står i sterk kontrast til de øvrige stasjonene, som alle viser betydelig reduksjon i disse sesongene. Prognosen for Akslen avviker såpass mye fra de øvrige stasjonene at det vanskeliggjør en samlet tolkning av endringsmønsteret.

Klimascenarioene er konstruert ved bruk av delta-metoden, der historiske observasjoner er justert med projiserte endringer i temperatur, nedbør, evaporasjon og snødybde. Metoden er godt etablert i klimarelaterte konsekvensanalyser (IPCC, 2014), men har også flere kjente svakheter. Delta-metoden forutsetter uendrede fordelinger og samvariasjonsmønstre, og at den ikke fanger opp framtidige endringer i ekstremverdiatferd, varighet eller frekvens (Bader, 2008). Den bevarer dermed ikke potensielle strukturelle endringer i klimaet, som for eksempel økt intensitet i nedbør eller økt varighet av tørkeperioder – forhold som ifølge IPCC (2014) utgjør noen av de mest sentrale konsekvensene av global oppvarming.

Ideelt sett burde modellen predikere daglig tilsg i år 2100 uten bruk av deltametoden. Siden modellen har svak prediktiv ytelse uten tilgang på fremtidige værdata, har den i sin nåværende form kun en potensiell rolle som supplement til mer komplekse prosessmodeller – særlig i analyser med fokus på sesongmessige forskjeller eller effekter av klimascenarioer på et overordnet nivå. Resultatene bør imidlertid tolkes med

varsomhet, og kun anvendes der modellens forenklinger og metodiske antagelser vurderes som akseptable.

5.5 Feilkilder og usikkerhet

Datagrunnlaget omfatter både målte og estimerte verdier. Tilsigsdataene er delvis basert på HBV-supplerte tidsserier, noe som introduserer modellavhengighet i responsvariabelen. Værdataene fra ECMWF er reanalyseprodukter, der observasjoner og numeriske modeller er kombinert for å estimere historiske verdier. Dette innebærer at de ikke representerer rene observasjoner. I tillegg er både vind- og soldata simulert output fra modellen CoreRES og basert på globale modellgrunnlag (ERA5 og Global Wind Atlas). Disse datasettene er dermed rene modellverdier, og ikke målt i felt. Summen av dette betyr at store deler av datagrunnlaget er basert på estimerte eller modellerte verdier, noe som kan utgjøre en systematisk feilkilde i både forklarings- og responsleddet.

Sammenstillingen av data krever flere forenklinger. Målefrekvensen for værdata er aggregert fra time- til døgnnivå, noe som glatter ut naturlige variasjoner og kan føre til tap av informasjon om raske endringer i værforholdene. Slike hendelser er ofte relevante for flom- og smeltesituasjoner. Aggregert data kan også inneholde skjult autokorrelasjon, som kan påvirke modellens evne til å fange opp reelle sammenhenger og føre til feilvurdering av forklaringsgraden.

Residualanalysen indikerer at modellen har høyest presisjon i perioder med moderate tilsig, mens usikkerheten øker ved lave og høye verdier for to stasjoner. Mindre avvik fra normalfordeling og få systematiske mønstre i residualene tyder på at modellen ikke fullt opp fanger opp all underliggende variasjon for to stasjoner. Dette gir grunnlag for økt usikkerhet i enkelte situasjoner.

Scenarioanalysen er forbundet med flere kilder til usikkerhet. Den benytter delta-metoden, som forutsetter uendrede fordelinger og samvariasjonsmønstre mellom værvariabler over tid. Dette innebærer at modellen ikke fanger opp endringer i ekstremverdiatferd, hendelsesvarighet eller frekvens, noe som begrenser gyldigheten ved vurdering av flom- og tørkesituasjoner. Videre bygger analysen på syntetiske døgnverdier beregnet som historiske gjennomsnitt for hvert kalenderdøgn (1980–2020), mens referanseperioden i Climate in Norway 2100 er 1971–2000. Dette skaper avvik i både statistisk metode og datagrunnlag, og gjør direkte sammenligning utfordrende. I tillegg forutsetter modellen at dagens sammenheng mellom vær og tilsig videreføres uendret i et framtidig klima, noe som kan være lite realistisk.

5.6 Refleksjon rundt måloppnåelse

Oppgavens problemstilling har vært å vurdere hvorvidt det er mulig å utvikle en statistisk modell for estimering av vannkrafttilsig basert på værdata, med tilnærmet samme prediksjonskvalitet som en etablert hydrologisk modell som HBV. For å svare på dette ble vurderingen strukturert etter tre kriterier:

- I. Replikerbarhet: Kan modellen rekonstruere observerte historiske tilsigsdata basert på værvariabler?

Den statistiske modellen viser god evne til å rekonstruere historiske tilsigsserier basert på værdata. Modellen forklarer en god andel av variasjonen i tilsiget, og sammenhengen mellom værvariabler og responsen er konsistent med hydrologisk teori. Selv om modellen i enkelte tilfeller kan feilestimere i perioder med raske svingninger i tilsig, anses replikerbarhetskriteriet i hovedsak som oppfylt.

- II. Nøyaktighet: Er modellens prediksjonsevne sammenlignbar med den hydrologiske HBV-modellen?

Modellen viser svak prediksjonsevne i testperioder. Rolling origin-validering viser en markant reduksjon i forklart varians på testdata uten værinformasjon, og denne reduksjonen varierer betydelig mellom stasjonene. Modellens prediksjonsevne vurderes som klart svakere enn den som kan oppnås med HBV-modellen.

- III. Fremtidig anvendbarhet: Kan modellen brukes til å lage klimascenarioer og prediksjoner for vannkrafttilsig under fremtidige klimaforhold?

Modellen er anvendelig for klimascenarioanalyser og viser sesongvise endringer i fremtidig tilsig som er i tråd med forventede utviklingstrekk under fremtidig klima. Ideelt sett burde modellen predikere daglig tilsig i år 2100 uten behov for forenklede metoder som deltajustering. I sin nåværende form har modellen derfor primært verdi som supplement til mer komplekse prosessbaserte modeller. Fremtidig forbedret anvendbarhet kan være oppnådd, men forutsetter viktige metodiske forbehold og krever ytterligere testing og forbedring. Vurderes som delvis oppnådd.

5.7 Forslag til videre arbeid

Fremtidige studier bør vurdere bruk av DGAM¹³ (Dynamic Generalized Additive Models) for å styrke modellens evne til å gi mer stabile og treffsikre prediksjoner i perioder uten observerte værdata, ved å modellere tidstrender og sesongvariasjon som dynamiske prosesser og eksplisitt behandle autokorrelasjon.

Det bør også utforskes metodisk forsvarlige tilnærminger for å estimere værdata i testperioder, slik at værbaserte ledd kan inngå i prediksjonsgrunnlaget også når observasjoner ikke foreligger.

¹³ Ifølge Clark (2024) og Wells (2022) løser DGAM problemer der glatte funksjoner i GAM taper presisjon ved ekstrapolasjon, ved i stedet å benytte en Gaussian Process (en stokastisk modell for glatte funksjoner med innebygd struktur for usikkerhet og tidsavhengighet) til å estimere langsiktige trender og håndtere autokorrelasjon. I denne studien ble det gjort gjentatte forsøk på å implementere DGAM-modeller ved hjelp av R-pakken mvgam i et lokalt RStudio-miljø. Til tross for grundig testing feilet koden systematisk under kjøring, trolig som følge av begrensninger knyttet til størrelsen og kompleksiteten i datasettet. Implementeringen ble derfor ikke videreført.

Videre anbefales det å undersøke hvordan ulike aggregeringsvalg og bruk av laggede variabler påvirker tolkningen av smooth-plott. Bakgrunnen for dette er at enkelte mønstre, særlig for nedbør og til dels snødybde, i denne studien har vist seg vanskelig å forene med hydrologisk teori eller tolke entydig. Slike tilnærminger er blant annet utforsket i studier av Mohammadi (2005) og Lee (2020), og kan bidra til mer robust tolkning og forbedret modellspesifikasjon.

6. Konklusjon

Denne studien har utviklet en statistisk GAM modell for estimering av vannkrafttilsig basert på historiske værdata. Målet har vært å etablere en modell som er generell, forklarbar og tolkbar, og som kan anvendes på tvers av ulike vassdrag uten tilpasninger.

Flere av de teoretiske egenskapene ved generaliserte additive modeller, dokumentert i tidligere forskning, ble bekreftet gjennom arbeidet. Den statistiske modellen tilbyr en tilgjengelig og enkel måte å fremstille og tolke ikke-lineære sammenhenger i hydrologiske prosesser. Modellens smooth-funksjoner visualiserer ikke-lineære relasjoner mellom meteorologiske variabler og tilsig, og avdekker terskelverdier og metningseffekter som forblir skjult i klassiske modeller som lineær regresjon.

I praktisk anvendelse kan modellen brukes til å estimere tilsig i nedbørfelt der direkte målinger ikke er tilgjengelige, visualisere sesongmønstre i årlig tilsig, og bidra til klassifisering av nedbørfelt etter hydrologisk regime.

Modellens største svakhet er den begrensede evnen til å predikere tilsig for fremtidige perioder. I sin nåværende form vurderes den derfor som klart svakere enn HBV-modellen når det gjelder fremtidig estimering.

Arbeidet som er lagt ned i denne studien har vist at den statistiske modellen har større styrke i å «forstå» enn å «forutsi». Det foreligger likevel et potensial for videre utvikling. Nyere forskning antyder at både prediksjonsytelsen og tolkningsevnen kan forbedres gjennom modellutvidelser og ulike tilpasninger.

Vedlegg A. Beskrivende Statistikk.

Vedlegg A1. Nautsundvatn

Variabel	Benevning	Gjennoms.	Min	Median	Maks	CV	Skjevhet	Kurtose
Tilsig	m ³ /s	21.22	0.41	12.42	247.44	1.20	2.93	12.87
Temperatur	K	278.64	248.56	278.27	296.95	0.02	-0.23	-0.07
Nedbør	µm	7647.12	0.00	2968.24	86744.26	1.37	1.93	4.30
Evaporasjon	µm	-1340.95	-5517.69	-1286.98	1315.51	-0.57	-0.51	0.65
Snødybde	mm vanns.	33.11	0.00	0.50	260.53	1.78	1.83	2.12
Avrenning	µm	219.51	0.00	27.35	5723.99	2.00	4.00	23.96
Vindstyrke	m/s	7.73	1.09	6.95	25.47	0.52	0.79	0.17
Solstråling	W/m ²	99.73	0.28	67.10	348.68	0.94	0.79	-0.59

Vedlegg A2. Fiskum

Variabel	Benevning	Gjennoms.	Min	Median	Maks	CV	Skjevhet	Kurtose
Tilsig	m ³ /s	0.83	0.00	0.31	28.66	1.75	4.85	39.68
Temperatur	K	277.98	244.25	277.97	296.37	0.03	-0.39	-0.30
Nedbør	µm	3109.36	0.00	527.18	60548.34	1.86	3.23	13.93
Evaporasjon	µm	-1043.21	-4337.31	-674.93	1059.00	-1.03	-0.68	-0.75
Snødybde	mm vanns.	38.75	0.00	1.33	363.03	1.68	1.99	3.64
Avrenning	µm	169.53	0.00	7.15	14916.00	3.16	9.01	126.64
Vindstyrke	m/s	5.50	0.69	5.10	16.23	0.45	0.68	0.08
Solstråling	W/m ²	111.34	1.04	84.51	348.29	0.85	0.58	-0.95

Vedlegg A3. Øyungen

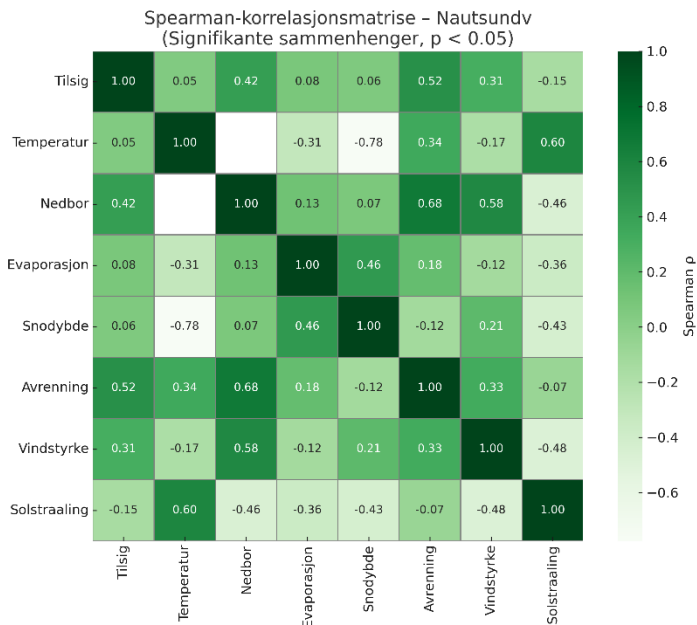
Variabel	Benevning	Gjennoms.	Min	Median	Maks	CV	Skjevhet	Kurtose
Tilsg	m ³ /s	12.58	0.34	5.73	394.62	1.51	4.29	33.26
Temperatur	K	278.20	246.78	278.17	298.34	0.03	-0.43	0.36
Nedbør	µm	4262.92	0.00	2057.45	53746.26	1.33	2.22	6.99
Evaporasjon	µm	-1325.69	-4630.25	-1250.90	1543.87	-0.57	-0.46	0.09
Snødybde	mm vanns.	18.69	0.00	0.30	276.71	2.24	3.23	11.18
Avrenning	µm	97.85	0.00	9.82	9739.75	3.15	9.07	142.86
Vindstyrke	m/s	8.27	1.17	7.77	24.15	0.46	0.66	0.04
Solstråling	W/m ²	92.58	0.10	66.38	346.44	0.95	0.78	-0.49

Vedlegg A4. Søgne

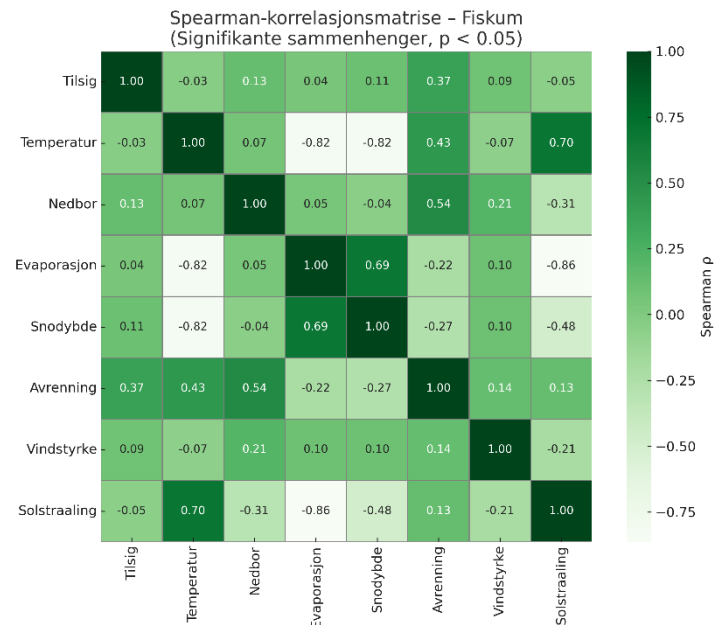
Variabel	Benevning	Gjennoms.	Min	Median	Maks	CV	Skjevhet	Kurtose
Tilsg	m ³ /s	8.39	0.01	4.04	161.94	1.37	3.31	17.20
Temperatur	K	280.31	253.15	280.20	295.77	0.02	-0.23	-0.42
Nedbør	µm	4192.96	0.00	839.66	84356.42	1.66	2.60	8.84
Evaporasjon	µm	-1480.49	-5310.52	-1233.02	1317.65	-0.83	-0.49	-0.78
Snødybde	mm vanns.	10.25	0.00	0.00	282.81	3.01	4.88	29.00
Avrenning	µm	184.36	0.00	8.86	21985.59	3.80	10.80	189.11
Vindstyrke	m/s	6.59	0.81	6.37	16.64	0.41	0.44	-0.29
Solstråling	W/m ²	120.49	1.22	92.00	348.34	0.83	0.54	-1.07

Vedlegg B. Korrelasjonsmatriser.

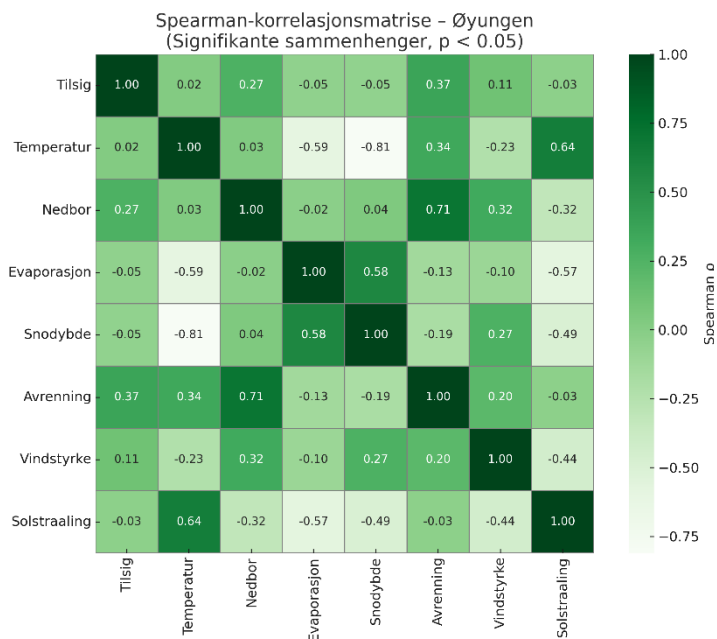
Vedlegg B1. Nautsundvant



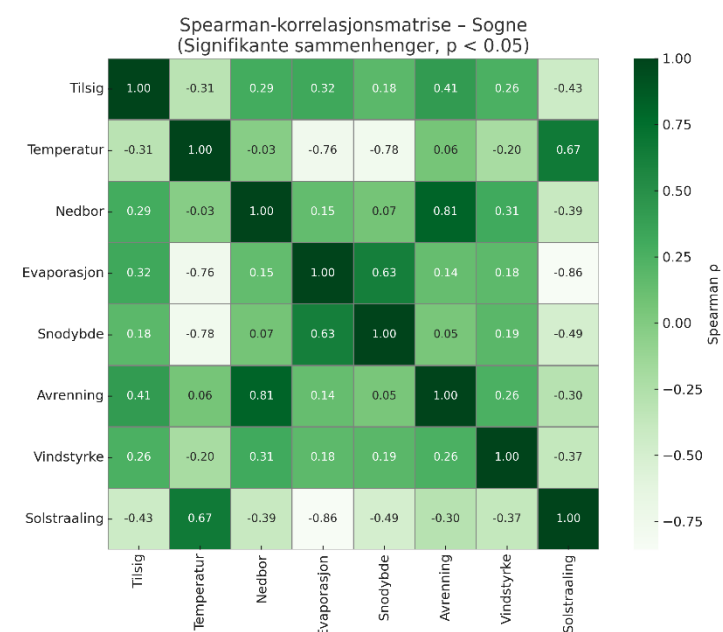
Vedlegg B2. Fiskum



Vedlegg B3. Øyungen

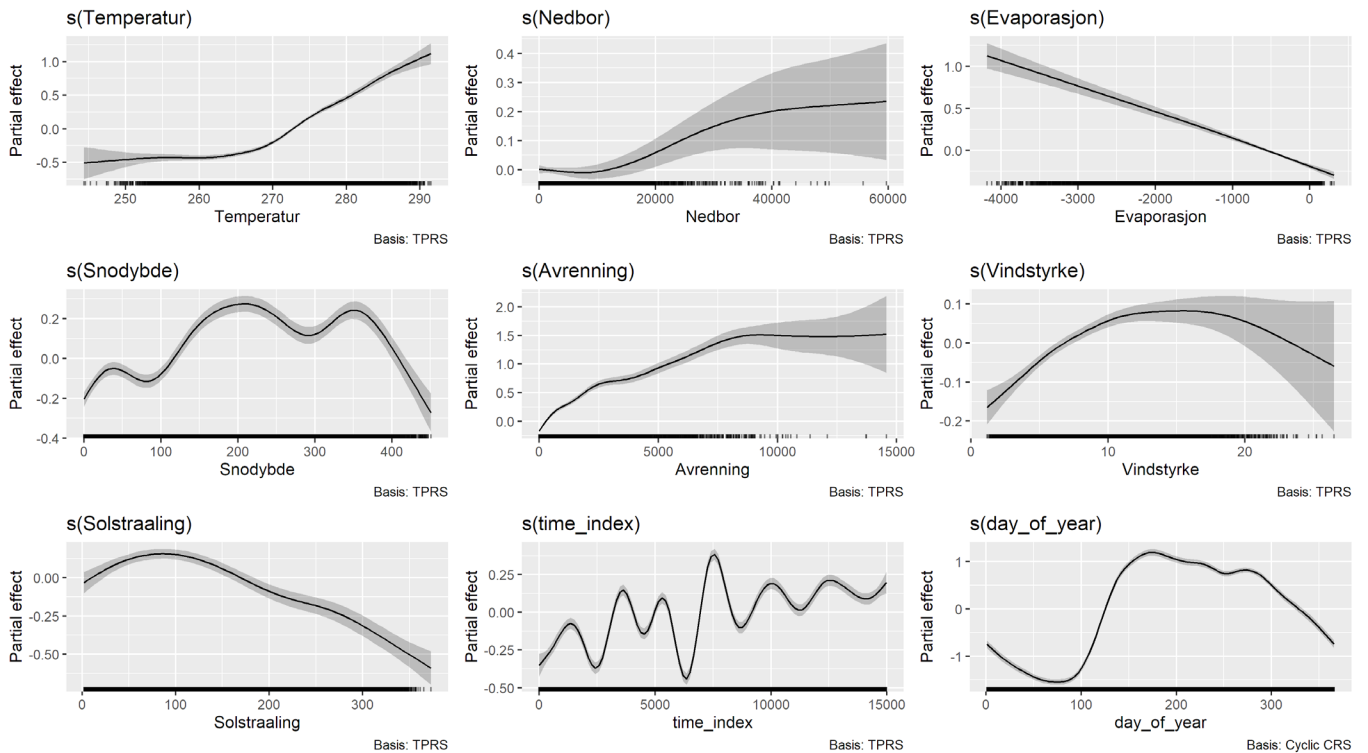


Vedlegg B2. Søgne



Vedlegg C. Smooth plots og statistisk vurdering.

Vedlegg C1. Aklsen



Temperatur (EDF: 7.26 | Concurvity: 0.92)

Kurven er flat i det laveste området, stiger jevnt fra rundt 260 K og oppover, og holder seg over null i hele hovedområdet. Det er ingen tegn til metning eller negativ effekt ved høye verdier. Usikkerhetsbåndene er smale. Effekten vurderes som signifikant og positiv.

Nedbør (EDF: 2.54 | Concurvity: 0.63)

Kurven er flat under 20 000 μm , stiger jevnt deretter. Den krysser null først, men holder seg over null ved høyere verdier. Stigningen skjer i et område med økende usikkerhet, men kurveformen er tydelig. Effekten vurderes som svakt signifikant og positiv ved høye verdier.

Evaporasjon (EDF: 1.80 | Concurvity: 0.95)

Kurven har en enkel, lineær fallende form, fra venstre til høyre. Den ligger over null ved de mest negative verdiene og faller jevnt til under null. Hele kurven er stramt estimert, med smale usikkerhetsbånd. Effekten vurderes som signifikant og negativ.

Snødybde (EDF: 7.66 | Concurvity: 0.93)

Kurven viser en bølgende, kompleks form. Den stiger først opp mot 150 mm, faller deretter svakt, stiger igjen rundt 300 mm, og synker brått etter ca. 400 mm. Kurven ligger over null i det meste av området, men avsluttes under null. Usikkerheten er lav i hele området. Effekten vurderes som signifikant, med både positiv og negativ del.

Avrenning (EDF: 7.89 | Concurvity: 0.83)

Kurven stiger brått fra null og fortsetter å øke jevnt til rundt 10 000 μm , før den flater ut. Hele kurven ligger over null, med lav usikkerhet i hovedområdet. Mot høyre ytterkant øker usikkerheten tydelig, noe som gjør effekten ved svært høye verdier mindre pålitelig. Effekten vurderes som signifikant og positiv, med antydning til metning ved høye verdier.

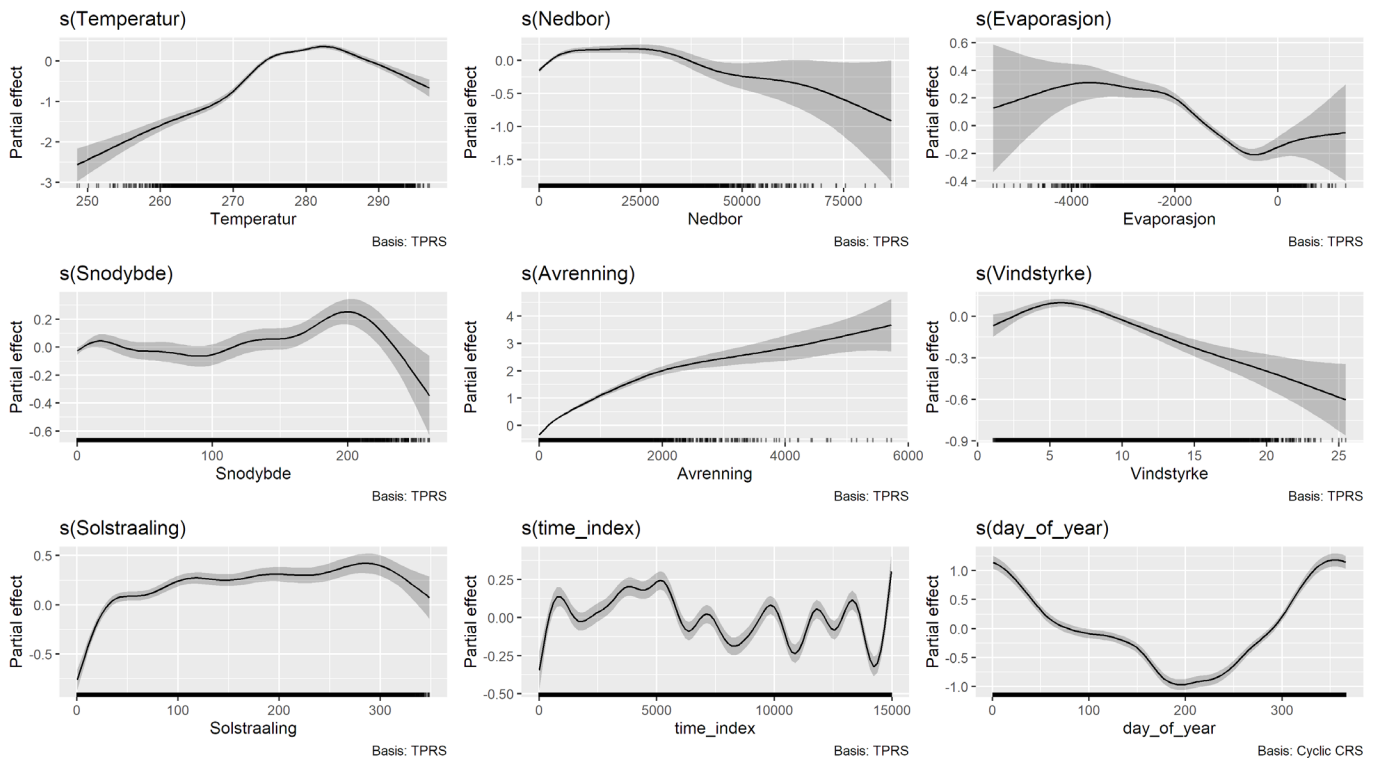
Vindstyrke (EDF: 3.66 | Concurvity: 0.40)

Kurven stiger svakt til rundt 12 m/s, flater ut, og faller deretter mot høyre. Den krysser null og danner et parabolisk mønster. Usikkerhetsbåndene er smale i midtområdet, men utvider seg betydelig mot yttergrensene. Effekten vurderes som mindre signifikant og mindre sikker, uten entydig retning.

Solstråling (EDF: 5.42 | Concurvity: 0.87)

Kurven stiger til rundt 150 W/m^2 , deretter synker den gradvis. Effekten krysser null to ganger. Kurveformen er buet og tydelig. Usikkerhetsbåndene er smale til moderate. Effekten vurderes som signifikant med både positiv og negativ komponent.

Vedlegg C2. Nautsundvatn



Temperatur, EDF: 7.40 | Concurvity: 0.92

Kurven viser en tydelig ikke-lineær effekt med økende tilsig opp til ca. 285 K og svak nedgang etter dette. Effekten er godt estimert med lav usikkerhet i hovedområdet. Effekten vurderes som signifikant, med både positiv og negativ virkning på tilsiget.

Nedbør, EDF: 6.36 | Concurvity: 0.66

Kurven viser en svak positiv helning ved lave og moderate verdier, før den flater ut og får en svak negativ tendens ved høye nivåer. Usikkerhetsbåndene øker noe i ytterområdet. Effekten vurderes som svakt signifikant, med både positiv og negativ virkning.

Evaporasjon, EDF: 5.98 | Concurvity: 0.76

Kurven viser en kompleks form med både stigende og fallende partier. Usikkerhetsbåndene er smale i midtre del, men øker tydelig i ytterkantene. Effekten vurderes som signifikant, men variabel i styrke og retning.

Snødybde, EDF: 6.88 | Concurvity: 0.35

Kurven har en tydelig ikke-lineær struktur, med økende effekt i midtområdet og fallende effekt ved høy snødybde. Variasjonen i form viser at effekten endrer styrke og retning over

fordelingen, med lav usikkerhet i hele området. Effekten vurderes som signifikant, med både positiv og negativ virkning.

Avrenning, EDF: 6.80 | Concurvity: 0.81

Kurven viser en tydelig og jevn positiv sammenheng med tilsiget over hele området, uten avflatning. Usikkerheten er lav. Effekten vurderes som signifikant og positiv.

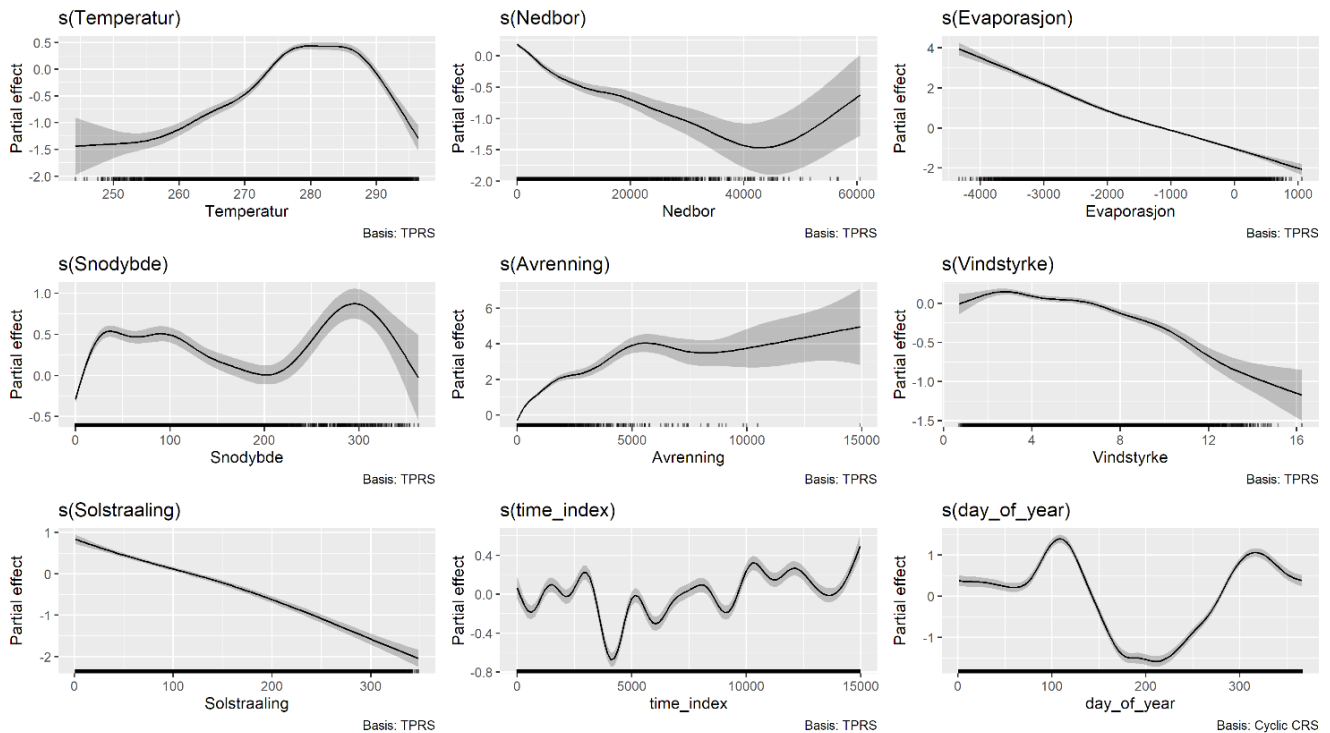
Vindstyrke, EDF: 4.56 | Concurvity: 0.75

Kurven viser en jevn nedgang i tilsiget ved økende vindstyrke. Effekten er svakere enn for øvrige variabler, men synlig, med noe økt usikkerhet i ytterområdene. Effekten vurderes som svakt signifikant og negativ.

Solstråling, EDF: 8.55 | Concurvity: 0.92

Kurven har en markert positiv stigning i første halvdel og svak nedgang mot slutten. Usikkerheten er lav i hovedområdet. Effekten vurderes som signifikant, med både positiv og negativ virkning, men hovedsakelig positiv i datatette intervaller.

Vedlegg C3. Fiskum



Temperatur, EDF: 8.24 | Concurvity: 0.69

Kurven viser en tydelig ikke-lineær effekt med stigende tilsig opp mot ca. 285 K, og svak nedgang deretter. Effekten er godt estimert med lav usikkerhet i hele hovedområdet. Effekten vurderes som signifikant, med både positiv og negativ virkning.

Nedbør, EDF: 5.17 | Concurvity: 0.75

Kurven heller svakt negativt fra lave til moderate verdier, før den stiger tydelig etter ca. 43 000 μm . Dette indikerer at høy nedbør kan gi økt tilsig, selv om usikkerheten er noe høyere i ytterområdet. Effekten vurderes som signifikant, med både negativ og positiv virkning.

Evaporasjon, EDF: 4.82 | Concurvity: 0.91

Kurven har en nesten lineær, jevnt fallende form, noe som indikerer at økt fordampning gir redusert tilsig. Konfidensbåndene er smale gjennom hele området. Effekten vurderes som signifikant og negativ.

Snødybde, EDF: 8.40 | Concurvity: 0.74

Kurven har en markert ikke-lineær form med stigende effekt i midtområdet og synkende effekt ved høy snødybde. Effekten er avgrenset og tydelig i hele området, med lav usikkerhet i det datatette midtfeltet. Effekten vurderes som signifikant, med både positiv og negativ virkning.

Avrenning, EDF: 8.12 | Concurvity: 0.71

Kurven viser en klart positiv sammenheng med tilsig, med svak avflatning ved svært høye verdier. Effektstyrken er høy og stabil. Effekten vurderes som signifikant og positiv.

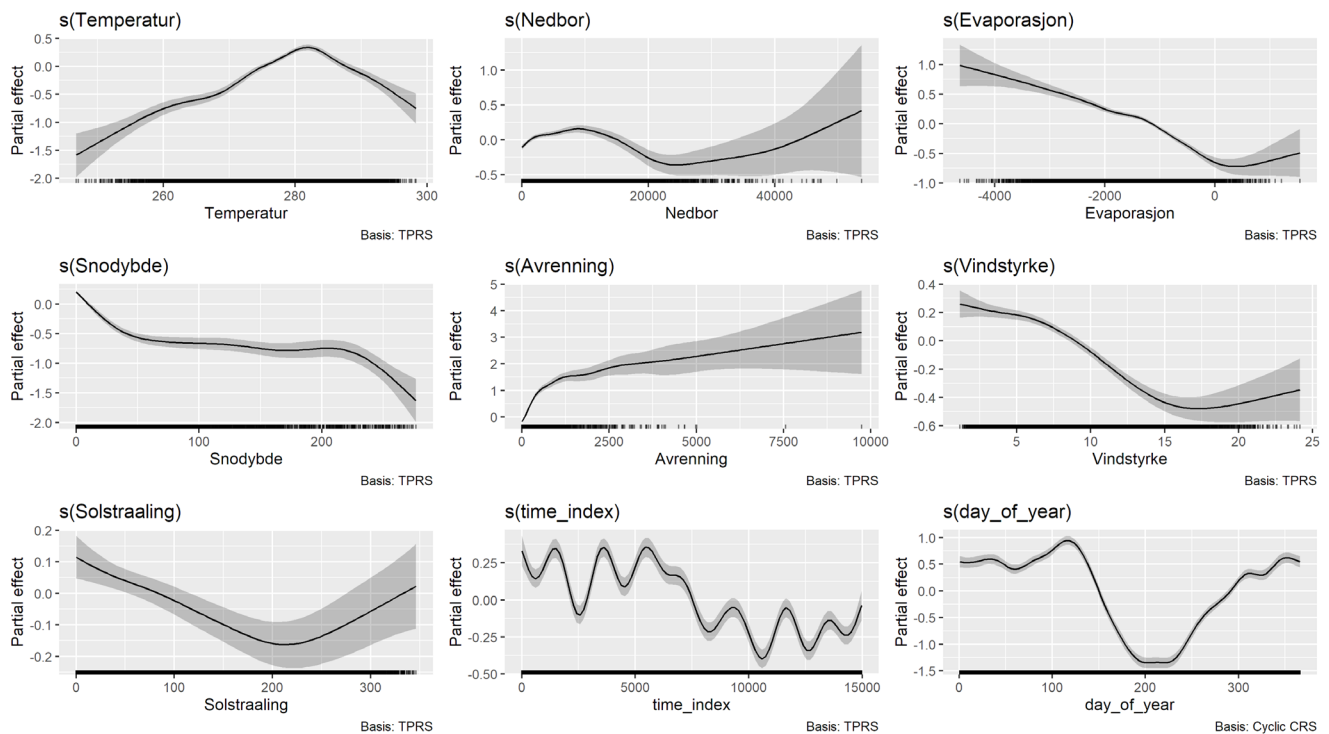
Vindstyrke, EDF: 5.50 | Concurvity: 0.39

Kurven har en jevnt fallende form, særlig mellom 5 og 15 m/s. Usikkerheten er lav i dette området. Effekten vurderes som signifikant og negativ.

Solstråling, EDF: 3.85 | Concurvity: 0.92

Kurven har en jevn negativ helning over hele området. Effekten er enkel, men stabil, og usikkerheten er lav. Effekten vurderes som signifikant og negativ.

Vedlegg C4. Øyungen



Temperatur (EDF: 7.41 | Concurvity: 0.67)

Temperatur har en tydelig ikke-lineær effekt på tilsiget. Effekten er negativ ved temperaturer under omtrent 280 K (~7 °C), og positiv over dette nivået. Usikkerheten er lav, og kurven har en klar topp før den gradvis faller mot høyere temperaturer. Effekten vurderes som signifikant, med ulikt fortegn i ulike temperaturintervaller.

Nedbør (EDF: 6.87 | Concurvity: 0.44)

Kurven viser en svak positiv effekt ved lave verdier, deretter en svak negativ helning i midtområdet, og en stigning ved svært høye verdier. Usikkerheten er lav i hovedområdet, men øker tydelig i ytterområdet. Effekten vurderes som delvis signifikant, med både svak positiv og negativ virkning, og en usikker positiv effekt ved ekstreme verdier.

Evaporasjon (EDF: 6.21 | Concurvity: 0.55)

Kurven viser en jevn og tydelig stigende form (gitt negativ koding). Effekten er konsistent og tydelig, med lav usikkerhet i det sentrale området. Vurdering: Signifikant – negativ effekt på tilsiget.

Snødybde (EDF: 6.65 | Concurvity: 0.79)

Smooth-funksjonen viser en negativ og delvis ikke-lineær effekt, som er stabil over store deler av området. Usikkerheten er lav. Vurdering: Signifikant – gjennomgående negativ effekt.

Avrenning (EDF: 7.21 | Concurvity: 0.26)

Funksjonen viser en sterk og jevn stigende kurve. Effekten er tydelig og stabil, med lav usikkerhet og lav concurvity. Vurdering: Signifikant – klar positiv effekt.

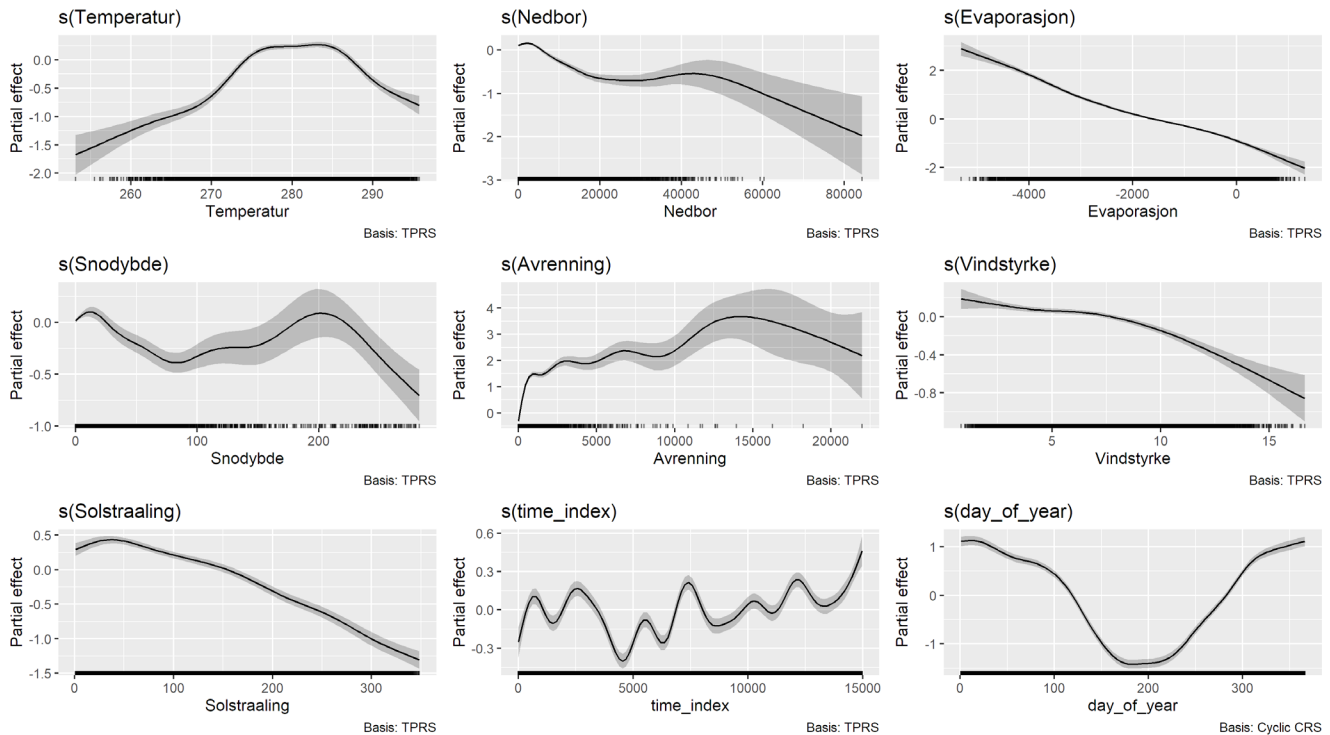
Vindstyrke (EDF: 4.66 | Concurvity: 0.68)

Kurven er fallende og relativt enkel i formen, med lav usikkerhet i midtområdet. Effekten er svak, men tydelig negativ. Vurdering: Svakt signifikant – negativ effekt.

Solstråling (EDF: 3.23 | Concurvity: 0.85)

Kurven faller svakt frem til ca. 200 W/m^2 , og stiger deretter. Denne bøyde formen antyder konkurrerende prosesser med svak negativ og deretter positiv effekt. Usikkerheten er lav i midtfeltet, men øker tydelig i høyre ytterområde. Effekten vurderes som svakt signifikant, med både negativ og positiv virkning.

Vedlegg C5. Søgne



Temperatur, EDF: 7.42 | Concurvity: 0.56

Kurven viser en klar ikke-lineær sammenheng, med økende tilsig opp til ca. 285 K og en svak nedgang etter dette. Usikkerhetsbåndene er smale i hele hovedområdet. Effekten vurderes som signifikant, med både positiv og negativ virkning.

Nedbør, EDF: 6.63 | Concurvity: 0.73

Kurven viser en svak positiv effekt ved lave verdier, før den synker jevnt gjennom resten av området. Det er ingen tydelig positiv fase, men kurven antyder at effekten varierer noe i retning. Usikkerheten er lav i midtfeltet, men øker mot slutten. Effekten vurderes som signifikant, med både svak positiv og negativ virkning.

Evaporasjon, EDF: 6.38 | Concurvity: 0.85

Kurven faller jevnt over hele området, med liten usikkerhet. Dette indikerer at økt fordampning reduserer tilsiget. Effekten vurderes som signifikant og negativ.

Snødybde, EDF: 6.58 | Concurvity: 0.85

Kurven har et varierende forløp, med svak stigning i starten og tydelig negativ effekt ved høyere snødybde. Usikkerheten er lav ved lave verdier, men øker tydelig i høyre

ytterområde der observasjonstettheten er lav. Effekten vurderes som mindre signifikant, med både positiv og negativ virkning.

Avrenning, EDF: 8.86 | Concurvity: 0.29

Kurven viser en sterk, positiv sammenheng opp til ca. 15 000 μm , med svak nedgang deretter og noe økt usikkerhet i ytterområdet. Effekten vurderes som signifikant og positiv.

Vindstyrke, EDF: 4.13 | Concurvity: 0.47

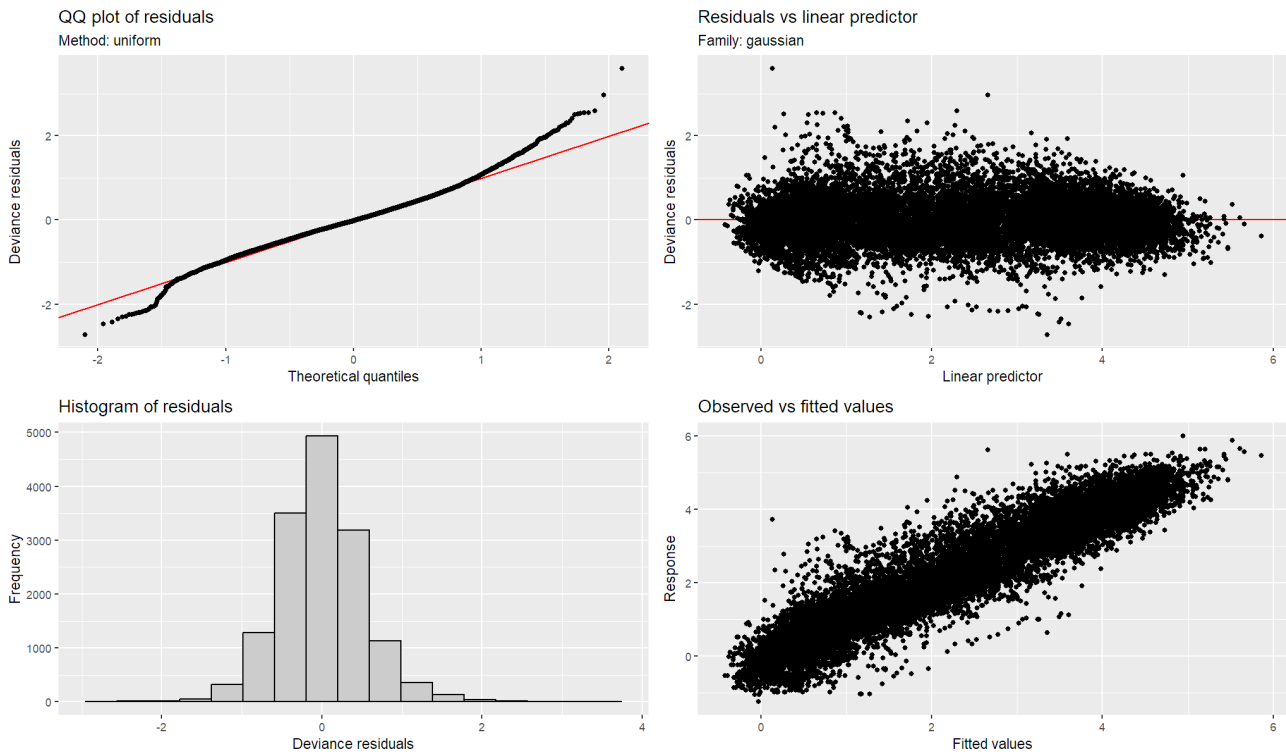
Kurven har en jevnt negativ helning i intervallet 5–15 m/s. Usikkerheten er lav i dette området. Effekten vurderes som signifikant og negativ.

Solstråling, EDF: 6.35 | Concurvity: 0.88

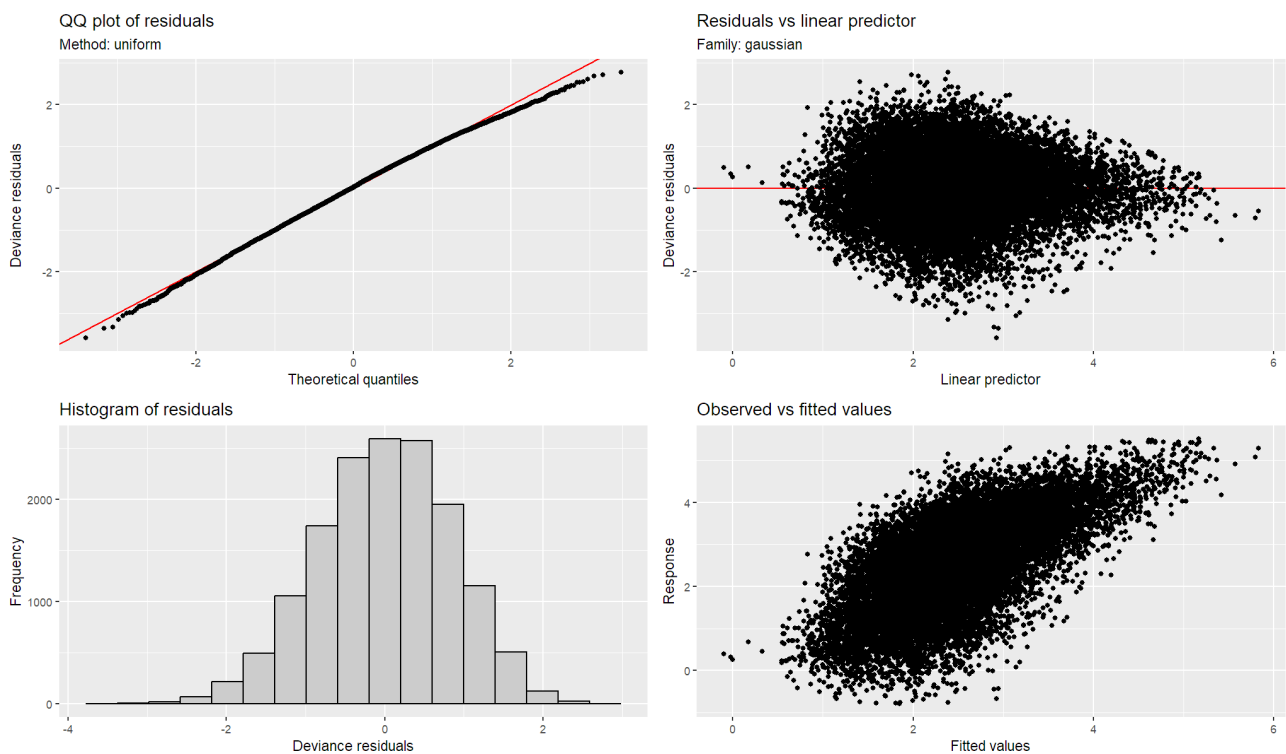
Kurven faller jevnt gjennom hele området. Det er lite struktur i formen, men lav usikkerhet. Effekten vurderes som signifikant og negativ.

Vedlegg D. Residual plott.

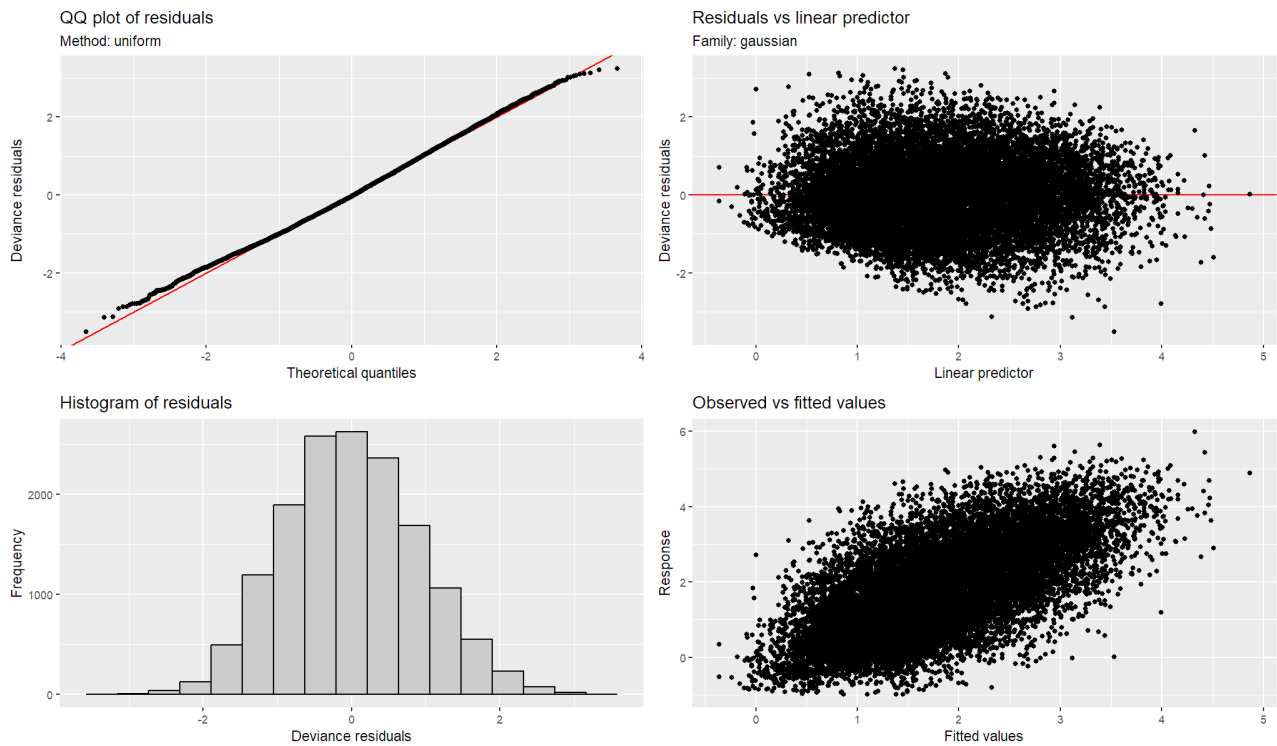
Vedlegg D1. Aklsen



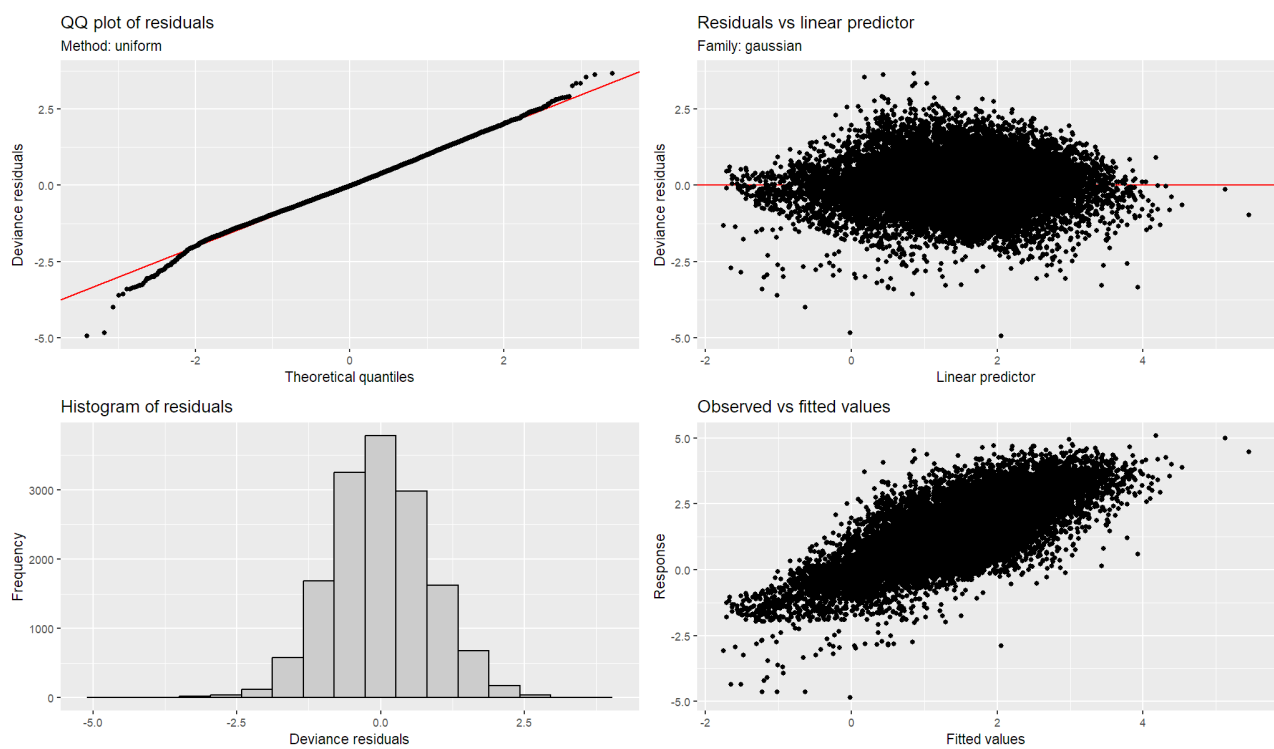
Vedlegg D2. Nautsundvatn



Vedlegg D3. Øyungen



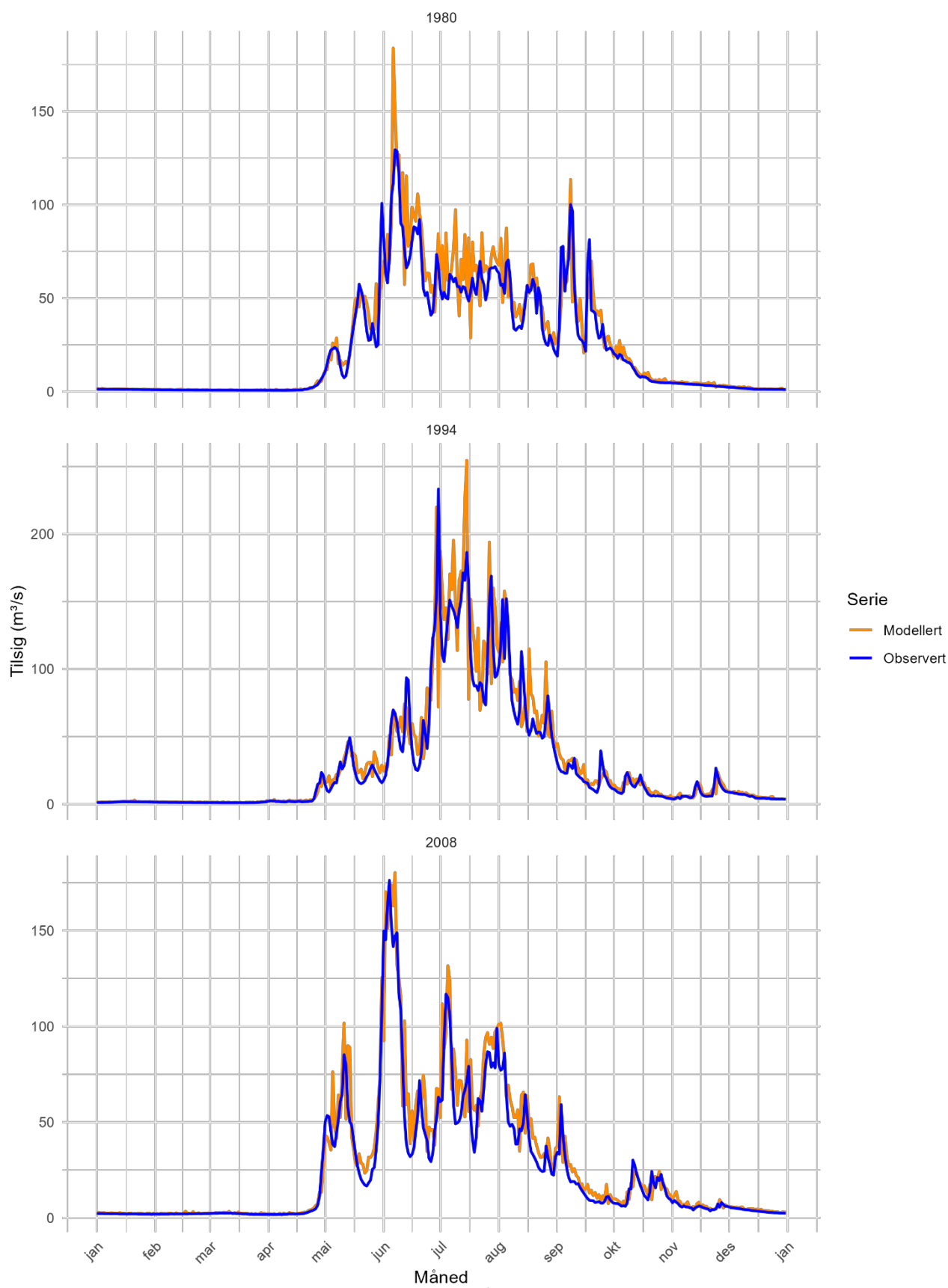
Vedlegg D4.Søgne



Vedlegg E. Tidsserieplott.

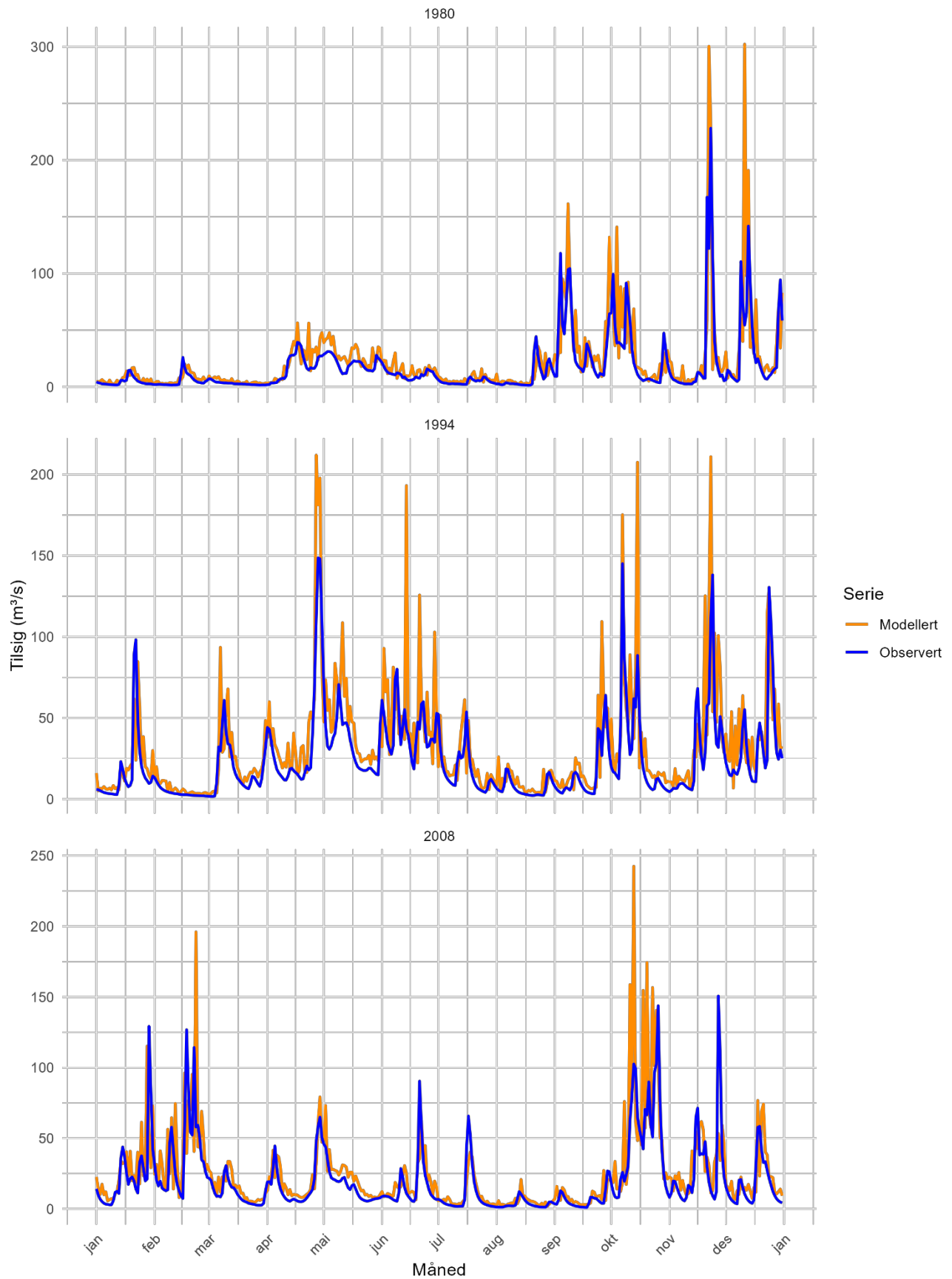
Observert vs. Modellert tilsig for Akslen

Utvalgte år: 1980, 1994, 2008 (x-akse viser måneder)



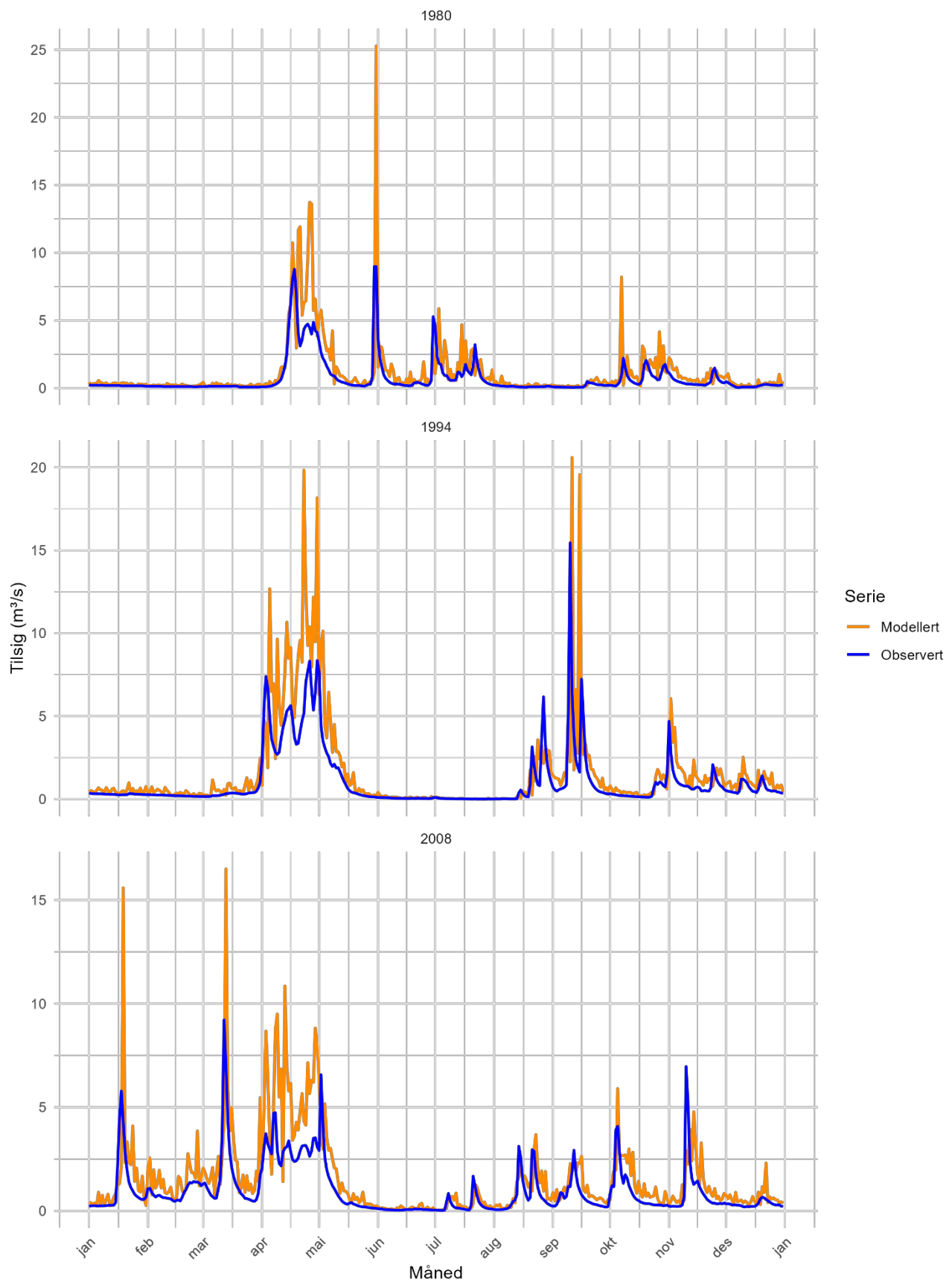
Observervert vs. Modellert tilsig for Nautsundvatn

Utvalgte år: 1980, 1994, 2008 (x-akse viser måneder)



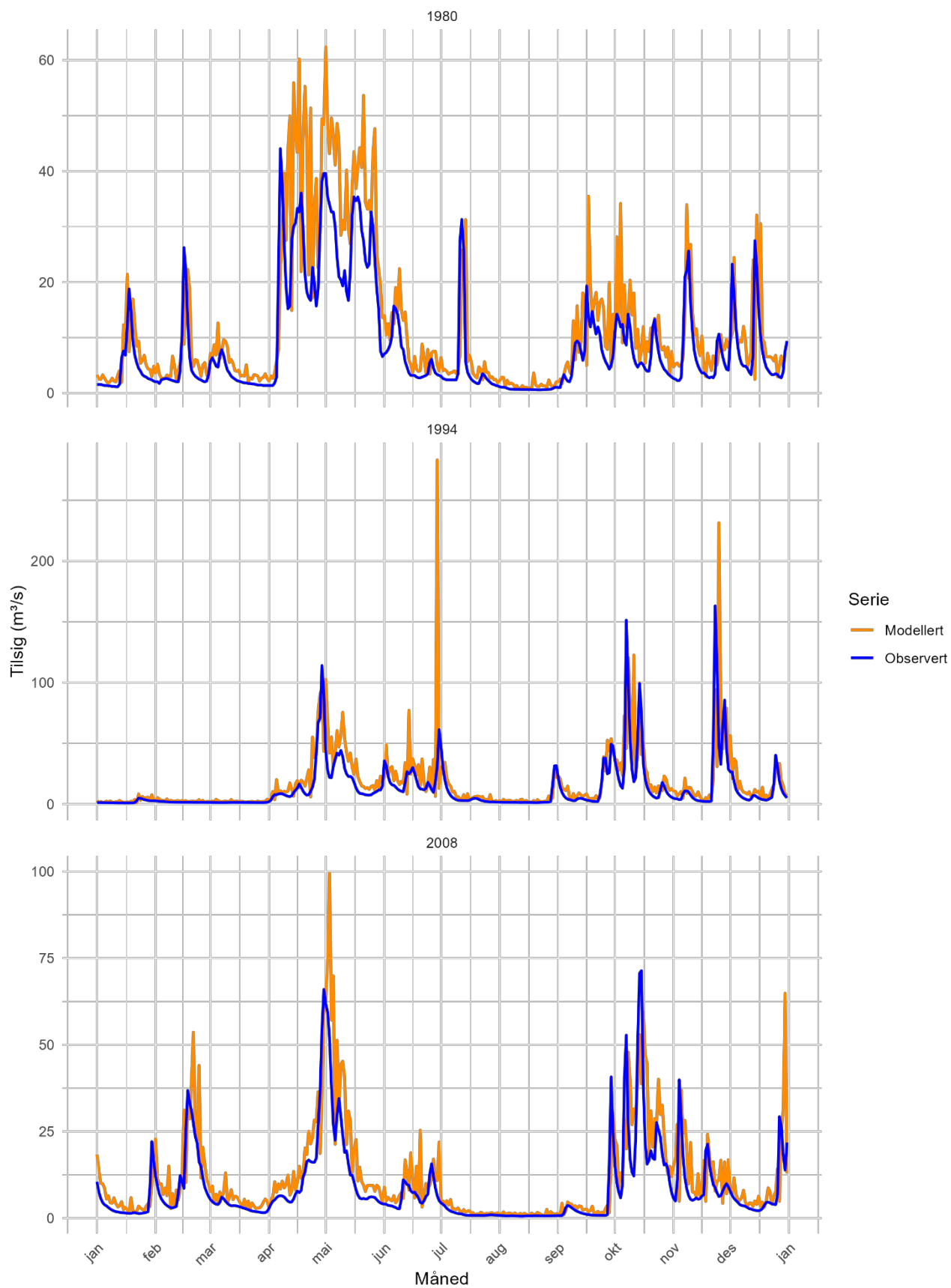
Observert vs. Modellert tilsig for Fiskum

Utvalgte år: 1980, 1994, 2008



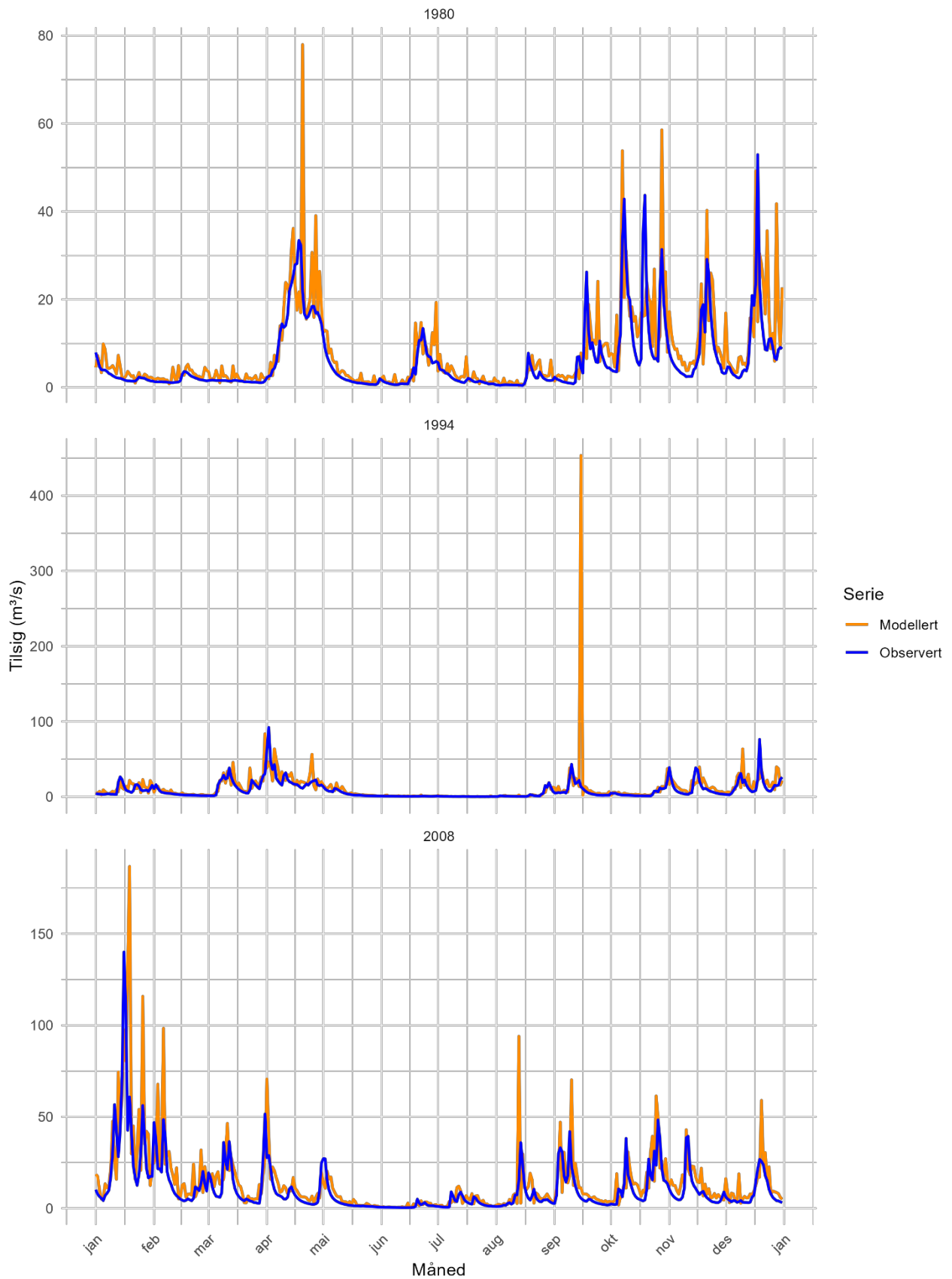
Observert vs. Modellert tilsig for Øyungen

Utvalgte år: 1980, 1994, 2008 (x-akse viser måneder)



Observeret vs. Modellert tilsig for Søgne

Utvalgte år: 1980, 1994, 2008 (x-akse viser måneder)



Referanser

- Amdah. (2022). *Gode mogleikar for solenergi i Noreg*. Tilgjengelig fra: <https://www.met.no/nyhetsarkiv/gode-muligheter-for-solenergi-i-norge> (lest 01.05.25).
- Athanasopoulos. (2018). *Forecasting: Principles and Practice*. Monash University, Australia: Otexts.
- Bader. (2008). Climate Models An Assessment of Strengths and Limitations. *U.S. Climate Change Science Program Synthesis and Assessment Product 3.1*: 92.
- Beldring. (2022). Avrenningskart for Norge 1991-2020. *NVE Rapport nr. 36/2022*.
https://publikasjoner.nve.no/rapport/2022/rapport2022_36.pdf (lest 27.04.25).
- Bergmeir. (2012). On the use of cross-validation for time series predictor evaluation. *Information Sciences*, Volume 191: 192-213.
- Bjerkås. (2023). *Gamle motsetninger i en ny tid*. Fædrelandsvennen. Tilgjengelig fra: <https://www.fvn.no/mening/kronikk/i/O8B4LO/gamle-motsetninger-i-en-ny-tid> (lest 07.05.25).
- Brunner. (2023). Spatial variability in Alpine reservoir regulation: deriving reservoir operations from streamflow using GAMs. *Hydrology and Earth System Sciences*, Volume 27, (Issue 3).
- Byrkjedal. (2009). *Vindkart for Norge*. NVE. Tilgjengelig fra: https://www.nve.no/media/2462/vind_80m_kartbok1a_4140.pdf (lest 27.04.25).
- Clark. (2022). *GAM Issues*. Tilgjengelig fra: <https://m-clark.github.io/generalized-additive-models/issues.html> (lest 03.05.2025).
- Clark. (2024). *Temporal autocorrelation in GAMs and the mvgam package*. Tilgjengelig fra: <https://ecogambler.netlify.app/blog/autocorrelated-gams/> (lest 27.04.25).
- Crawley. (2013). *The R Book*. Imperial College London at Silwood Park, UK: A John Wiley & Sons, Ltd., Publication.
- Dalen. (2016). NVE sitt urbanstasjonsnettverk. *NVE rapport 2016:50*. Tilgjengelig fra: https://publikasjoner.nve.no/rapport/2016/rapport2016_50.pdf (lest 27.04.25)
- Davarzani. (2013). Study of the effect of wind speed on evaporation from soil through integrated modeling of the atmospheric boundary layer and shallow subsurface. *Water Resources Research*, Volume50, Issue1.
- Demirel. (2024). Tradeoffs Between Temporal and Spatial Pattern Calibration and Their Impacts on Robustness and Transferability of Hydrologic Model Parameters to Ungauged Basins. *Water Resources Research*, Volume60, Issue1.
- Doksæter Sivle. (2025a). *adveksjon*: SNL. Tilgjengelig fra: <https://snl.no/adveksjon> (lest 30.04.25).

- Doksæter Sivle. (2025b). *Snøsmelting*. Store Norske Leksikon. Tilgjengelig fra: <https://snl.no/sn%C3%B8smelting>. (lest 30.04.25)
- Doksæter Sivle. (2024). *Nedbør*. Store Norske Leksikon. Tilgjengelig fra: <https://snl.no/nedb%C3%B8r>. (lest 30.04.25)
- DTU. (2024). *CORRES modell*. Tilgjengelig fra: <https://corres.windenergy.dtu.dk/>. (lest 30.04.25)
- Ebnes. (2019). *Modellering av evapotranspirasjon med observasjoner fra klimastasjonen på Ås*: NMBU.
- Egeland, T. (2024). *Forelesningsnotater i STAT340 Anvendte metoder i statistikk*. Upublisert manuskript.
- Energidepartementet. (2024). *Energibruk i ulike sektorer*. Tilgjengelig fra: <https://energifaktanorge.no/norsk-energibruk/energibruken-i-ulike-sektorer/#:~:text=I%202022%20var%20det%20norske,tappevann%20er%20h%C3%B8y%20i%20Norge>. (lest 30.04.25)
- Energidepartementet. (2025). *Kraftproduksjon*. Tilgjengelig fra: <https://energifaktanorge.no/norsk-energiforsyning/kraftforsyningen/>. (lest 30.04.25)
- Engeland. (2016). Utvalg og kvalitetssikring av flomdata for flomfrekvensanalyser. *NVEs hustrykkeri*, Rapport nr 85-2016.
- European Centre for Medium-Range Weather Forecasts. (2025a). *ECMWF Reanalysis v5 (ERA5)*. Tilgjengelig fra: <https://www.ecmwf.int/en/forecasts/dataset/ecmwf-reanalysis-v5>. (lest 30.04.25)
- European Centre for Medium-Range Weather Forecasts. (2025b). *Informasjon om ECMWF*. Tilgjengelig fra: <https://www.ecmwf.int/en/about/who-we-are>. (lest 30.04.25)
- Fassnacht. (2021). *Snow can disappear straight into the atmosphere in hot, dry weather*. Colorado State University. Tilgjengelig fra: <https://source.colostate.edu/snow-can-disappear-straight-into-the-atmosphere-in-hot-dry-weather/>. (lest 30.04.25)
- Fleig. (2013). *Norwegian Hydrological Reference Dataset for Climate Change Studies*.
- Frei. (2015). The Seasonal Nature of Extreme Hydrological Events in the Northeastern United States. *American Meteorological Society*: 2065-2085.
- Halleraker. (2021). *Hydrologisk regime*. Tilgjengelig fra: https://snl.no/hydrologisk_regime. (lest 30.04.25)
- Hanssen-Bauer. (2017). *Climate in Norway 2100*. Miljødirektoratet. Tilgjengelig fra: <https://www.miljodirektoratet.no/globalassets/publikasjoner/m741/m741.pdf>. (lest 30.04.25)
- Hastie. (1990). *Generalized Additive Models*: Champan and Hall.

- Hay. (2000). A comparison of delta change and downscaled GCM scenarios for three mountainous basins in the United States. *Journal of the American Water Resources Association*, Volume 36 (Issue 2): 387-397.
- Holmqvist. (2013). Beregning av energitilslig basert på HBV-modeller. *NVE rapport*.
- Holte. (2024). *Her finner du den beste solenergien*. Meteorologisk institutt. Tilgjengelig fra: <https://www.met.no/nyhetsarkiv/her-finner-du-den-beste-solenergien>. (lest 30.04.25)
- Horton. (1933). The Role of Infiltration in the Hydrologic Cycle. *Transactions American Geophysical Union: Volume 14, Issue 1*.
- IPCC. (2014). *IPCC's Fifth Assessment Report (WGII AR5)*. Tilgjengelig fra: https://www.ipcc.ch/site/assets/uploads/2018/02/WGIIAR5-PartA_FINAL.pdf (lest 30.04.25)
- Jajarmizadeh, e. a. (2012). A review of theorerical consideration and types of models in hydrology. *Asian network for scientific information*: 252.
- Kjellström. (2010). Daily and monthly temperature and precipitation statistics as performance indicators for regional climate models. *Climate Research*.
- Kloese. (2022). *Generalized Additive Models*. National Accociation of Insurance Commissioners. Tilgjengelig fra: https://content.naic.org/sites/default/files/call_materials/GAM%20Background%20Info.pdf (lest 30.04.25)
- Koivisto. (2025). *Correlations in renewable energy sources (CorRES)*. Tilgjengelig fra: https://corres.windenergy.dtu.dk/static/pdf/corres_about.pdf. (lest 30.04.25)
- Lawrence. (2013). Stochastic semi-continuous simulation for extreme flood estimation in catchments with combined rainfall-snowmelt flood regimes. *Copernicus Publications on behalf of the European Geosciences Union*.
- Le, T. (2021). *Kalibrering og evaluering av hydrologiske modeller*: UiO. Tilgjengelig fra: https://www.duo.uio.no/bitstream/handle/10852/89441/1/MSc_ThamLe.pdf (lest 30.04.25)
- Lee. (2020). Monthly Reservoir Inflow Forecasting for Dry Period Using Teleconnection Indices: A Statistical Ensemble Approach. *Applied Sciences*.
- Lussana. (2021). *Observational gridded datasets of monthly accumulated precipitation over Fennoscandia from 1901 to 2000*.
- Magnusson. (2020). Improving hydropower inflow forecasts by assimilating snow data. *Hydrology Research*, 51 (2): 226–237.
- Mamen. (2025). *Klima i Norge*. Tilgjengelig fra: https://snl.no/Klima_i_Norge. (lest 30.04.25)
- Maraun. (2010). Precipitation downscaling under climate change: recent developments to bridge the gap between dynamical models and the end user. *Reviews of Geophysic*, 48, RG3003.

- Marks. (2017). Simulating snowmelt processes during rain-on-snow over a semi-arid mountain basin. *Cambridge University Press*.
- Mendenhall. (2011). *A Second Course In Statistics. Regression Analysis.*: Prentice Hall.
- Messenger. (2010). *Photovoltaic Systems Engineering*. CRC Press.
- Meteoblue. (2025). ERA5. Tilgjengelig fra: <https://docs.meteoblue.com/en/meteo/data-sources/era5>. (lest 30.04.25)
- Mohammadi. (2005). Comparison of Regression, ARIMA and ANN Models for Reservoir Inflow Forecasting using Snowmelt Equivalent (a Case study of Karaj). *Tarbiat Modares University Press. Journal of Agricultural Science and Technology*.
- More. (2022). Identifying and Overcoming Transformation Bias in Forecasting Models. doi: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2208.12264>.
- Mæhlum. (2010). *Grunnundersøkelser for infiltrasjon – mindre avløpsanlegg*. Norsk Vann.
- Nash. (1970). River flow forecasting through conceptual models part I — A discussion of principles. *Journal of Hydrology*, Volume 10, Issue 3: 282-290.
- National Institute of Standards and Technology. (2025). *Measures of Skewness and Kurtosis*. Tilgjengelig fra: <https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda35b.htm> (lest 27.04.25).
- Nguyen. (2022). On the Evaluation of Both Spatial and Temporal Performance of Distributed Hydrological Models Using Remote Sensing Products. *Remote Sensing in Water Resources Management Models*, 14(9).
- Nilsen. (2001). *Maskinlæringsteknikker for klassifisering*. Forsvarets forskningsinstitutt. Tilgjengelig fra: <https://www.ffi.no/publikasjoner/arkiv/maskinlaeringsteknikker-for-klasseifisering>. (lest 30.04.25)
- Norges geologiske undersøkelse. (2025). L ø s m a s s e r - Nasjonal løsmassedatabase. I: Tilgjengelig fra: https://geo.ngu.no/kart/losmasse_mobil/. (lest 30.04.25)
- NVE. (2017). *NVE's strategy for climate change adaptation*. Tilgjengelig fra: https://www.nve.no/Media/6535/klimatilpasningsstrategi_eng_260816_page.pdf.
- NVE. (2023). *Snø*. Tilgjengelig fra: <https://www.nve.no/vann-og-vassdrag/vannets-kretsloep/snoe/>. (lest 30.04.25)
- NVE. (2024). *Historiske vannføringsdata til produksjonsplanlegging*. Tilgjengelig fra: <https://www.nve.no/vann-og-vassdrag/hydrologiske-data/historiske-data/historiske-vannfoeringsdata-til-produksjonsplanlegging/>. (lest 30.04.25)
- NVE. (2025a). *HVB-modellen*. Tilgjengelig fra: <https://www.nve.no/vann-og-vassdrag/vannets-kretsloep/analyseteknikker-og-modeller/hbv-modellen/>. (lest 30.04.25)
- NVE. (2025b). *Kraftproduksjon*. Tilgjengelig fra: <https://www.nve.no/energi/energisystem/kraftproduksjon/>. (lest 30.04.25)

- Ouarda. (2018). Introduction of the GAM model for regional low-flow frequency analysis at ungauged basins and comparison with commonly used approaches. *Environmental Modelling & Software, Volume 109*: 256-271.
- Pettersen. (2025). *sublimasjon*. Store Norske Leksikon. Tilgjengelig fra: <https://snl.no/sublimasjon>. (lest 30.04.25)
- Quebec center for biodiversity science. (2025). *How GAMs work*. Tilgjengelig fra: <https://r.qcbs.ca/workshop08/book-en/how-gams-work.html#example-a-cubic-spline-basis> (lest 21.04.25).
- Quebec Centre for Biodiversity Science. (2025). *Introduction to Generalized Additive Mixed Models (GAMMs)*. Tilgjengelig fra: <https://r.qcbs.ca/workshop08/book-en/introduction-to-generalized-additive-mixed-models-gamms.html> (lest 30.04.25).
- Roald. (2013). Flom i Norge. *Forlaget Tom & Tom, Vestfossen*.
- Roberts. (2017). Cross-validation strategies for data with temporal, spatial, hierarchical, or phylogenetic structure. *Ecography, Volume40 (Issue8)*: 913-927.
- Rosvold. (2024). *Avrenning*. Store Norske Leksikon. Tilgjengelig fra: <https://snl.no/avrenning>. (lest 30.04.25)
- Saloranta. (2011). Representation of catchment hydrology, water balance, runoff and discharge in the JULES and SURFEX land surface models. *NVE rapport 2011:1*.
- Saloranta. (2018). Simulations of snow depth in Norway in a projected future climate (2071-2100). *NVE*.
- Seibert. (2022). A retrospective on hydrological catchment modelling based on half a century with the HBV model. 1371-1384. doi: <https://doi.org/10.5194/hess-26-1371-2022>.
- Shuai. (2022). The effects of spatial and temporal resolution of gridded meteorological forcing on watershed hydrological responses. *Hydrology and Earth System Sciences, Volume 26, issue 8*.
- Shuttleworth. (2007). Putting the "vap" into evaporation. *Hydrol. Earth. Syst. Sci.*, 11(1): 210-244.
- Silantyeva. (2022). *Vurdering av effekt av snøsublimering for vannkraftproduksjon i Norge (SnowSub)*. Tilgjengelig fra: <https://www.mn.uio.no/geo/forskning/prosjekter/snowsub/index.html>. (lest 30.04.25)
- Simpson. (2014). *Modelling seasonal data with GAMs*. Tilgjengelig fra: <https://fromthebottomoftheheap.net/2014/05/09/modelling-seasonal-data-with-gam/>. (lest 30.04.25)
- Simpson. (2020). *Autocorrelative parameter in GAM in R*. Tilgjengelig fra: <https://stats.stackexchange.com/questions/482944/autocorrelative-parameter-in-gam-in-r> (lest 30.04.25).

- Simpson. (2022a). *Estimating trends in messy time series*. Tilgjengelig fra: <https://gavinsimpson.github.io/waterloo2022/slides/#6> (lest 21.04.25).
- Simpson. (2022b). *Quantifying trends in biodiversity with generalized additive models*. Tilgjengelig fra: <https://gavinsimpson.github.io/ncse-seminar-2022/#27> (lest 21.04.25).
- Simpson. (2023). *Quantifying trends in ecological data using GAMs*. Tilgjengelig fra: <https://gavinsimpson.github.io/au-ecoscience-2023/#1> (lest 21.04.25).
- Skålevåg. (2021). Daily streamflow trends in Western versus Eastern Norway and their attribution to hydro-meteorological drivers. *Hydrological Processes*. 2021;35:e14329.
- Sreeparvathy. (2022). Global assessment of spatiotemporal variability of wet, normal and dry conditions using multiscale entropy-based approach. *Nature*, Article number: 9767 (2022).
- Steyerberg. (2010). Assessing the Performance of Prediction Models A Framework for Traditional and Novel Measures. *Epidemiology*, Volume 21, Number 1: 128-138.
- Sælthun. (2021). REO: Estimering av overflate-avrenning fra urbane felt. Beregningsgrunnlag for et arealdifferensiert overvannsgebyr (revidert utgave). *NINA Rapport;1851b*.
- Särndal. (1992). *Model Assisted Survey Sampling*. Tilgjengelig fra: <https://d-nb.info/969712979/04> (lest 30.04.25)
- Tashman. (2000). Out-of-sample tests of forecasting accuracy: an analysis and review. *International Journal of Forecasting*, Volume 16 (Issue 4).
- Tidemann. (2025). *nevralt nettverk*. SNL. Tilgjengelig fra: https://snl.no/nevralt_netverk (lest 30.04.25).
- Troccoli. (2007). *Seasonal Climate: Forecasting and Managing Risk*. NATO Science Series.
- UiO. (2019). *Evapotranspirasjon*. Universitetet i Oslo: Universitetet i Oslo. Tilgjengelig fra: <https://www.mn.uio.no/ibv/tjenester/kunnskap/plantefys/leksikon/e/evapotranspirasjon.html>. (lest 30.04.25)
- van der Valk, e. a. (2022). Understanding wind-driven melt of patchy snow cover. *Copernicus Publications on behalf of the European Geosciences Union*, Volume 16, issue 10.
- Vickers. (2024). An analysis of winter rain-on-snow climatology in Svalbard. *Sec. Cryospheric Sciences*, Volume 12 - 2024.
- Wells. (2022). Dynamic generalised additive models (DGAMs) for forecasting discrete ecological time series. *British Ecological Society*, Volume14 (Issue3): 771-784.
- Wilks. (2006). *Statistical Methods in the Atmospheric Sciences*. INTERNATIONAL GEOPHYSICS SERIES. Elsevier.
- Wind. (2025). *Om CorRES*. Tilgjengelig fra: <https://corres.windenergy.dtu.dk/using-corres>. (lest 30.04.25)
- Wood. (2017). *Generalized Additive Models. An Introduction with R*: CHAPMAN & HALL.

- Wood. (2019). *Checking & Selecting GAMs*: Conférence Universitaire de Suisse Occidentale.
Tilgjengelig fra: <https://statistique.cuso.ch/fileadmin/statistique/part-3.pdf>. (lest 30.04.25)
- Wood. (2025). *Mixed GAM Computation Vehicle with Automatic Smoothness Estimation*.
Tilgjengelig fra: <https://cran.r-project.org/web/packages/mgcv/mgcv.pdf> (lest 21.04.25).
- Wood. (2011). Practical variable selection for generalized additive models. *Computational Statistics & Data Analysis*, Volume 55, Issue 7: 2372-2387.
- Xia.(2023). Optimization design of passive residual heat removal system based on improved genetic algorithm. *Annals of Nuclear Energy*, Volume 189, 1 September 2023, 109859.



Norges miljø- og biovitenskapelige universitet
Noregs miljø- og biovitenskapelege universitet
Norwegian University of Life Sciences

Postboks 5003
NO-1432 Ås
Norway