



Norges miljø- og
biovitenskapelige
universitet

Masteroppgave 2023 30 stp

Fakultet for miljøvitenskap og naturforvaltning

Effekten av redusert arealdekning av tilgjengelig beregningsceller på presisjonen til bonitetsestimat ved anvendelse av direkte metode for skogbonitering

Håkon Næss Sandum

Skogfag

Forord

Denne 30 studiepoengs mastergradsoppgaven markerer slutten på en fullført 2-årig mastergrad i skogfag ved Fakultet for miljøvitenskap og naturforvaltning (MINA) på Norges miljø- og biovitenskapelige universitet (NMBU).

Jeg ønsker å rette en stor takk til min hovedveileder; Dr. Ole Martin Bollandsås for hjelp med valg av oppgave, og utforming av problemstilling. Jeg har satt stor pris på din faglige veiledning, og at du alltid har vært svært tilgjengelig til å svare på spørsmål gjennom hele arbeidet med oppgaven – fra feltarbeidet til databehandling og skriveprosessen.

En stor takk rettes også til min tilleggsveileder, Maria Åsnes Moan for bistand til databehandling og interessante diskusjoner rundt oppgavens problemstilling.

Til slutt vil jeg takke øvrige forelesere og medstudenter for 2 svært lærerike og interessante år.

Norges miljø- og biovitenskapelige universitet

Oslo, 12. mai 2023

Håkon Næss Sandum

Sammendrag

Rasjonell skogforvaltning krever nøyaktig og presis informasjon om skogen og skogmarka. Bonitet har vist seg å være en variabel som fastsettes med betydelig usikkerhet ved tradisjonelle skogbruksplantakster, i tillegg har de tradisjonelle boniteringsmetoder vært arbeidsintensive, og forutsatt at det gjøres omfattende feltarbeid. Fordi bonitet er en variabel som er svært sentral ved planlegging av skogbrukstiltak er den også knyttet til store nåverditap når den er tilknyttet usikkerhet. Noordermeer et al. (2018) presenterte to nye teknikker for bonitering av skog i Norge. Disse teknikkene – kalt «direkte metode» og «indirekte metode» – baserer seg på implementering av FLS-data og arealbasert metode for skogtakasjon til å estimere bonitet. Ved bruk av den direkte metoden tilpasses modeller basert på laservariabler fra to forskjellige tidspunkt, og deretter predikeres bonitetsverdier for gridceller lagt over skogarealet som skal boniteres. Gjennomsnittsverdien av de predikerte verdien brukes som endelig estimat på skogens bonitet.

Fordi skoger er komplekse, dynamiske systemer vil det over tid oppstå forstyrrelser som kan påvirke trærnes overhøydeutvikling eller FLS-variablene som beregnes for skogarealet. Dette gjør at ikke alle gridceller egner seg for prediksjon av bonitet, som medfører at disse må tas ut før beregningene kan utføres. Det er foreløpig ikke kjent hvilken effekt dette uttaket av gridceller vil ha på bonitetsestimater, og det er derfor dette var fokus for denne oppgaven.

For å studere effekten av redusert arealdekke av beregningsceller tilgjengelig til prediksjon ble det utført simulering av ulike nivåer av tilgjengelige beregningsceller. Dette ble gjort ved å først tilpasse modeller basert på laserdata fra to forskjellige tidspunkt (2010 og 2022). Det ble tilpasset modeller for prediksjon av H_{40} -bonitet basert på disse variablene. Fordi det ble antatt stor innbyrdes variasjon mellom laservariablene ble det lagt ekstra vekt på å unngå multikollinearitet, samtidig som modellene skulle klare å forklare variasjonen i dataene på en god måte. Det ble testet to forskjellige modelleringsteknikker, mixed-effect modeller og treslagvsie modeller, for å se om det var noen forskjell mellom teknikkene. De tilpassede modellene ble brukt til å predikere bonitetsverdier innen grid lagt over enkelte bestand. Selve simuleringsprosessen besto av å trekke utvalg av ulik størrelse fra 5 % til 95 % i 5 % klasser (5 %, 10%, ..., 95 %). Det ble trukket 10 000 sampler for hver utvalgsprosent, og basert på utvalgsgjennomsnittene ble middelfeilen estimert for hvert bestand og hver utvalgsprosent. For å sjekke at antallet iterasjoner ble satt høyt nok til gi pålitelige estimater av middelfeilen ble det beregnet en variansstabiliseringskriterium basert på funn gjort av McRoberts et al. (2022). Fordi middelfeilen må antas å være avhengig av bonitetsvariasjonen innen bestand, ble det også treslagssammensetning og bonitetsvariasjonen beregnet for alle bestand.

Modelleringsteknikkene presterte svært likt, men de treslagvise modellene presterte marginalt bedre. Middelfeilen viste seg å avta med økende utvalgsprosent, der den avtok mest for små verdier av beregningsceller. Variansstabiliseringskriteriet viste at det bare ble utført nok iterasjoner i litt over halvparten av simuleringene, men i de tilfeller det ikke ble utført nok iterasjoner lå kriteriet svært nærme grensen som ble satt for å si at kriteriet var oppfylt. Fordi trenden til middelfeilutvikling var så tydelig, og fordi antallet iterasjoner måtte antas å ligge svært nær grensen, ble det allikevel antatt at resultatet ville blitt det samme dersom antallet iterasjoner hadde blitt økt.

Simuleringen ble utført med tilfeldige utvalg av gridceller, og tok derfor ikke hensyn til den romlige autokorrelasjonen som stort sett er til stede i romlige data. Det blir derfor gitt forslag til hvordan simuleringsarbeidet kan bli utført for å ta hensyn til dette ved en annen anledning.

Abstract

Rational forest management requires accurate and precise information. Site index has been shown to be determined with considerable errors when it is estimated for use in forestry, in addition, the traditional methods are also very labor-intensive, and rely on extensive field work. Site index is a very important variable when planning for forestry measures, and it is linked to large net present value losses when it is associated with uncertainty. Noordermeer et al. (2018) presented two new techniques for assessing site index in Norwegian forests. These methods are called “direct method” and “indirect method”. The two methods are based upon implementation of ALS-data and the area-based approach used for forest assessment. The direct method uses models fitted to laser derived metrics from two different point in time to predict site index values for a grid tessellating the area to be assessed. The mean value of the cells is used as the final estimate of a stands site index.

Because forest are complex, dynamic systems, disturbances that can affect the trees height development or the laser derived metrics, will occur over time. The implication of which, is that not all grid cells are suitable for prediction of site index. The cells not suitable for prediction must be removed before the site index can be estimated. The effect of removing gridcells are currently not known, thus it was the main focus of this thesis.

To study the effect of reduced area coverage of cells suitable for prediction of site index, an intensive simulation was carried out for different levels of cells. This was done by first fitting linear regression models based on laser derived metrics from two point in time (2010 & 2022). It was assumed large multicollinearity between the derived metrics, thus extra care was taken to make sure the selected model concurred the principle of parsimony – that is, a model with enough complexity to explain the variance without being overfitted. Both mixed-effects models and species-specific models were fitted. The fitted models were used to predict the site index values of grids laid over selected stands. The simulation was conducted by randomly sampling 5 % up to 95 % of the gridcells in 5 % classes (5 %, 10 %, ..., 95 %). 10 000 samples were randomly picked for each stand and each sampling fraction. The standard error of the mean value was calculated as the standard deviation of the 10 000-sample means. To check if the number of iterations in the simulation procedure was sufficient a variance-stabilization criterion after findings made by McRoberts et al. (2022) was calculated for each stand and sampling fraction. Because the standard error is assumed to be dependent on the site index variation within each stand, the tree species distribution and site index variability within each stand was calculated.

The standard error was shown to decrease with increasing sampling fraction, where the effect was largest for small fractions. Based on the variation-stabilization criterion it was concluded that the number of iterations was sufficient only in about half of the simulations. Though, in the cases where the criterion was not met, the criterion was quite close to the threshold. The effect of decreasing standard error with increasing sampling fractions was really pronounced, and it was assumed that the result would be the same, even if the number of iterations was to be increased.

The simulation was carried out with random sampling of grid cells; thus, it doesn't account for the spatial autocorrelation that usually is present in spatial data. Suggestions are given for how the simulation can be carried out to account for the autocorrelation if the study is to be repeated.

Innhold

Forord	I
Sammendrag	II
Abstract	III
1. Innledning	1
1.1 Skogressurser i Norge	1
1.2 Planleggingsteori	2
1.3 Skogtaksasjon	3
1.4 Flybåren laserskanning (FLS)	5
1.5 Bonitering	7
1.6 Problemstilling	8
2. Materiale og metode	9
2.1 Studieområdet	9
2.2 Datagrunnlag	10
2.2.1 Feltregistrerte data	10
2.2.2 FLS-data	12
2.3 Analyser	13
2.3.1 Tilrettelegging av data for analyser	13
2.3.2 Bestandsvariasjon	14
2.3.3 Modellering	14
2.3.4 Prediksjon og simulering	17
3. Resultater	19
3.1 Bestandsvariasjon	19
3.2 Modellering	21
3.3 Prediksjon og simulering	23
4. Diskusjon	27
4.1 Bestandsvariasjon	27
4.2 Modellering	28
4.3 Prediksjon og simulering	30
5. Konklusjon	32
6. Litteratur	33
Vedlegg 1 – Bonitet og bonitetsvariasjon på bestandsnivå	i
Vedlegg 2 – Utvikling i middelfeil ved økende utvalgsprosent	iv

1. Innledning

Store deler av Norges landareal er skogkledd, og skogbruk er en viktig økonomisk sektor. Skog som økosystem har også mange andre funksjoner enn bare virkeproduksjon, og er av stor samfunnsmessig viktighet. Det medfører at et aktivt skogbruk må tilrettelegge sin aktivitet for å tilpasse seg etter samfunnets forventninger. I tillegg er skogbruk svært arealkrevende og opererer med lang tidshorisont som gir stor usikkerhet. Planlegging av skogskjøtselstiltak blir derfor en svært kompleks prosess, og en rasjonell forvaltning forutsetter at det utformes planer basert på nøyaktig og presis informasjon om egenskapen til skogen og skogsmarka.

Denne planleggingsmessige kompleksiteten knyttet til aktivt og bærekraftig skogbruk, gjør at det er viktig å ha med seg det store bildet også når man studerer enkeltkomponenter i takst og planlegging. Denne innledningen presenterer derfor bakgrunnsinformasjon om norsk skog, viktigheten av økonomisk utnyttelse av tømmerressursene og en kort presentasjon av hvilke sertifiseringsordninger som brukes i Norge for å gi sluttbruker trygghet for at skogressursene forvaltes på en bærekraftig måte. Rasjonell skogforvaltning bygger på at det utarbeides gode planer, og rasjonelle planer bygger på planleggingsteori. Derfor presenteres ulike teoretiske tilnærminger til hvordan planlegging kan og bør utføres. Uavhengig av valg av planleggingsmetode er det helt avgjørende at informasjonen som brukes er av god kvalitet. I Norge har vi lang tradisjon for skogtakstasjon og det gis en oversikt over hvilke takstsystemer som er i bruk i dag, og hvordan disse har blitt utført i et historisk perspektiv. Det har blitt gjort store teknologiske fremskritt innen måleutstyr, og vi har i dag sensorer med større presisjon og kapasitet som lar oss samle inn store mengder presise data på en kostnadseffektiv måte. I tillegg har det blitt gjort store fremskritt innen utviklingen av datamaskiner, som gjør at vi klarer å prosessere og nyttiggjøre oss av de store datamengdene som samles inn. Resultatet av dette er at laserdata, som gir store mengder med heldekkende, objektive data for store skogarealer har blitt stadig viktigere. Den historiske utviklingen og det teoretiske grunnlaget til laserdata blir presentert. Korrekt fastsettelse av skogmarkas evne til å produsere trevirke har vist seg å være spesielt viktig med hensyn på økonomien i skogdriften. I Norge blir skogmarkas evne til å trevirke uttrykt som høydebonitet etter H_{40} -systemet. Dette systemet, samt ulike metoder for beregning av denne verdien blir presentert. Studier har vist at det kan være store feil knyttet til bonitering med de tradisjonelle metodene. Derfor har det i nyere tid blitt forsøkt med implementering av laserdata til dette arbeidet. Resultatene har vist seg å være lovende, og disse nye metodene blir presentert. En av metodene baserer seg på modellbasert estimering av bonitet, og er kalt «direkte metode». Analysene som ble gjort i denne oppgaven baserte seg på denne metoden, og forsøkte å hjelpe oss å forstå mer om under hvilke skogforhold denne nye metoden egner seg til bonitering av skogmark.

1.1 Skogressurser i Norge

Norske skoger har en stående kubikkmasse på nesten 1 milliard m^3 fordelt på 120 000 km^2 , som vil si at nesten 38 % prosent av Norges landareal er skogkledd, hvorav omtrent 70 % av dette er klassifisert som produktivt skogareal (SSB, 2022a). Den årlige tilveksten har de senere årene ligget ganske stabilt på et nivå på om lag 24 millioner m^3 (SSB, 2022b). Skogreising fra midten av 1900-tallet og en avvirkning som er lavere enn tilveksten har gjort at stående kubikkmasse har økt i Norge de siste 100 årene. Avvirkning av virke for salg har økt jevnt siden starten av 2000-tallet, og har de siste årene ligget stabilt rundt 10 millioner m^3 per år. I 2022 ble det avvirket 11,5 million kubikkmeter, som er det høyeste hogstkvantumet noensinne.

Skogbruk er i en særstilling i forhold til annen økonomisk aktivitet i det at den er svært arealkrevende og har en lang tidshorisont der et normalt omløp fra planten stikkes i jorda til treet avvirkes strekker seg over 60 – 120 år. Store arealer gjør at det vil være variasjoner i terrengforhold og produktivitet, og

lang tidshorisont bidrar til at det er stor usikkerhet knyttet til potensiell markedsendringer, klimaendringer og politiske forhold. I tillegg er trærne både et produksjonsmiddel og et sluttprodukt, slik at det hele tiden må gjøres en avveining mellom å realisere kapitalen gjennom avvirkning, eller om skogen skal få stå lenger og forrente seg. Skogen er også mer enn bare tømmer og har mange funksjoner. Det er et stadig økende fokus på det biologisk mangfold og økosystemtjenestene skogen produserer. Skogens funksjon som karbonlager og habitat for biomangfold er særlig dagsaktuelle temaer. Mange av skogens funksjoner er ivaretatt gjennom naturmangfoldlovens bestemmelser (Naturmangfoldloven, 2009) og skogbruksloven har som formål å sikre en bærekraftig forvaltning av landets skogressurser (Skogbrukslova, 2005). I praksis blir dette kontrollert gjennom sertifiseringsordninger. Den største sertifiseringsordningen i Norge, med hensyn på areal, er norsk PEFC skogstandard (PEFC, 2022). Sertifiseringsordningen skal gjøre det mulig å følge virket gjennom verdikjeden og gi forbrukeren trygghet om at produktet de kjøper kommer fra skoger som er forvaltet på en bærekraftig måte, og som tar hensyn til klima, miljø og folk. Standarden ble revidert i perioden 2020 til 2022. Skognæringen, klima- og miljøorganisasjoner og forskningsinstitusjoner var deltagende i dette arbeidet. Standarden er tilpasset norske forhold, men den er samtidig i tråd med internasjonale kriterier. Standarden har i alt 30 kravpunkter som skal sikre hensyn til biologisk mangfold, kulturminner og friluftsliv. Det stilles også krav til planleggingsprosessen, der det i endel tilfeller må konsulteres eksterne kilder for informasjon. En mindre utbredt sertifiseringsordning i Norge er FSC (FSC, 2016), også denne ordningen forsøker å gjøre tømmeret sporbart, slik at det er mulig å kontrollere at virket kommer fra skoger forvaltet og driftet på en bærekraftig måte. Friluftslivet er også ivaretatt gjennom friluftslovens bestemmelser, som sikrer at enhver har rett til å oppholde seg og ferdes i naturen (Friluftsloven, 1957). Loven sikrer allmenhetens rett til å oppholde seg og ferdes i naturen slik at friluftsliv kan drives som en trivselskappende, helsebringende og miljøvennlig fritidsaktivitet. Dette til tross for at nesten 80 % av norsk skog er privateid og fordelt på om lag 125 000 skogeierdommer (SSB, 2022b).

1.2 Planleggingsteori

Skal vi klare å ta rasjonelle valg for et så komplekst, dynamisk system som skogen er, hvor det er store arealer med til dels konkurrerende interesser på de samme arealene, er vi avhengig av å få oversikt over ressursene, og bruke denne oversikten aktivt inn i en planleggingsprosess. Planleggingsteori forsøker å si noe om hvordan beslutninger kan fattes på best mulig vis. Det har blitt utviklet en rekke ulike teorier og tilnærminger for hvordan planlegging bør utføres.

Det er en egen retning innen planleggingsteori som går på å fatte rasjonelle valg, og dette har endt i en teoretisk modell som ofte omtales som «den rasjonelle planleggingsmodellen» (Taylor, 1998; Uzonwanne, 2016). Lindblom (1959) beskriver den rasjonelle planleggingsmodellen som umulig for komplekse problemer fordi den blir for kompleks og omfattende for komplekse problemer fordi det er umulig å ta høyde for alle potensielle handlingsalternativ og konsekvenser. Han argumenterer for at greinmetoden («*branch method*») er en bedre tilnærming. Metoden baserer seg på at det gjøres små endringer av det som har vært. Metoden er i så måte mindre omfattende og fundamental enn den rasjonelle modellen. Ved å ta utgangspunkt i det som er eksisterende praksis, og gjøre små endringer på denne, er det færre handlingsalternativer som må vurderes.

Dror (1964) sier at teorien til Lindblom er mer sofistikert, nærmere knyttet til virkeligheten og bedre tilpasset menneskelig natur, men han påpeker også at metoden forutsetter at dagens situasjon må være ønskelig – er dagens situasjon ikke ønskelig, vil det ikke være fornuftig å bygge videre på den og det vil være mer hensiktsmessig å finne en ny løsning. Etzioni (1967) legger til at man er avhengig av et overordnet mål for at det skal være mulig å holde styr på i hvilken retning endringene fører, og for at ikke alternativer som kan føre til nyskaping blir oversett. Kritikken resulterte i en metode kalt

«Mixed-Scanning» som bruker trekk ved de to ovennevnte modellene (Etzioni, 1967). Metoden kan oppsummeres ved at det først skaffes oversikt over situasjonen uten at det legges for mye vekt på detaljer. Deretter brukes denne oversikten til å identifisere potensielle problemområder, og så gjøres det en grundigere og mer detaljorientert planlegging for disse.

Det er altså flere ulike tilnærminger for hvordan planlegging bør utføres, alle med sine problemer. Det de har til felles er at det uansett forutsetter at det skaffes en viss oversikt over hva problemet er – vi trenger informasjon om problemstillingen. Det er utført en rekke studier på presisjonen og kvaliteten til informasjonen som foreligger ved skogbruksplanlegging, og det er funnet at disse dataene er tilknyttet en del tilfeldige og systematiske feil (Eid, 1992; Eid, 1996; Eid & Nersten, 1996; Gislås, 1982). Det er dessuten vist at taksasjon utført av ulike taksatorer i det samme området gir betydelig variasjon i registreringene, særlig for variabler som fastsettes, i hvert fall delvis, basert på en viss skjønnsmessig vurdering av taksator (Kangas et al., 2004; Nersten & Næsset, 1992; Næsset, 1994). En studie om planlegging på store skogeiendommer i Sverige fant at det brukes mye ekstra tid og ressurser på planlegging dersom den tilgjengelige informasjonen er av lav kvalitet og tilknyttet stor usikkerhet (Ulvdal et al., 2022). Informasjon om skogens tilstand og utvikling blir i hovedsak skaffet til veie gjennom taksasjon.

1.3 Skogtaksasjon

Skogtaksasjon har lang tradisjon i Norge og den utføres hovedsakelig på to romlige skalaer – på nasjonalt nivå gjennom landskogtakseringen, og på lokalt nivå gjennom skogbruksplantakster. De ulike taksttypene skal dekke forskjellige behov. Den nasjonale taksten, kalt landskogtakseringen, har til hensikt å gi data som kan brukes til å utarbeide statistikk som i stor grad brukes til politiske formål, mens dataene fra de lokale takstene i hovedsak brukes som grunnlag i kunnskapsbasert skogskjøtsel.

Norge opprettet, som første i verden, en heldekkende landskogtakst for å få oversikt over, og studere utviklingen i skogressurser på nasjonalt nivå. Takstopplegget har gjennomgått flere endringer gjennom årene siden landsskogtaksten ble etablert. I dag gjennomføres taksten gjennom at koordinatfestede prøveflater lagt i et nettverk som dekker hele Norges areal blir målt i felt hvert 5. år. Nettverket består av flater lagt i et 3 x 3 km grid på områder under barskoggrensa, over barskoggrensa og i Finnmark er avstanden mellom flater større. Et slikt opplegg gir informasjon over skogressursene slik de er ved registrering, men fordi det brukes faste flater får vi også lange tidsserier som gjør det mulig å følge utviklingen over tid. Dataene som samles inn danner grunnlaget for nasjonal og regional statistikk over skogressursene, og brukes som grunnlag for rapportering i henholdt til Kyotoprotokollen og klimakonvensjonen (NIBIO, 2023).

Næsset (2014) gir en detaljert beskrivelse av den historiske utviklingen innen skogbruksplantakster i Norge – de viktigste momentene presenteres her. Skogtaksasjon ble utført så tidlig som slutten av 1800 – tallet, men metodikken har endret seg i takt med økende kunnskapsgrunnlag og teknologiske fremskritt. Under en vanlig takst forsøkes det å gi informasjon for alle bestand slik at den endelige skogbruksplanen dekker hele takstområdet. Målet er at dataene skal kunne brukes til utarbeiding av behandlingsforslag på taktisk og strategisk nivå. På 50- og 60-tallet ble bestandsgrenser definert med bakgrunn i flyfoto og topografiske kart. Disse bestandene ble deretter oppsøkt i felt. Relaskop ble brukt til å utarbeide volumestimer, og det ble i tillegg gjort en subjektiv vurdering av vekstforhold, treslagsfordeling og lignende. Målingene ble brukt til å utarbeide et behandlingsforslag til de ulike bestandene. Sent på 70-tallet, og mot 90-tallet ble det tatt i bruk stereografisk fotogrammetri for å lette arbeidet. Dette verktøyet gjorde det mulig å gjøre målinger av trehøyder, i tillegg kunne det gjøres en vurdering av treslagsfordeling og kronedekke direkte i bildene. Ved bruk av etablerte volummodeller ble det også mulig å predikere volum med bakgrunn i disse målingene. Ettersom mange

av målingene kunne gjøres direkte i bildene ble behovet for feltarbeid redusert. Et viktig poeng ettersom feltarbeid er tidkrevende, og det er ansett som en av de store kostnadsdriverne knyttet til skogtaksasjon. Ved bruk av stereografisk fotogrammetri ble feltarbeid utført for å kalibrere og verifisere fototolkningene, og eventuelt avgjøre spesifikke skogskjøtselstiltak. Store heldekkende takster ble vanlig etter at det ble bestemt at det skulle gis tilskudd til skogtaksasjon dersom arbeidet ble gjort på tvers av eiendommer. Det har medført at vi i Norge har lang tradisjon for store heldekkende takster basert på fototolkning med støtte i feltarbeid. På slutten av 90-tallet ble det gjort flere fremskritt innen skogtaksasjon. Fotogrammetri ble digitalisert, og det ble gjort en rekke studier om implementering av laserdata (Næsset, 2002a; Næsset, 2002b). Samtidig som den nye teknologien ble tatt i bruk ble det testet ut en ny måte å utføre skogbruksplantakster (Næsset, 1997a; Næsset, 1997b; Næsset & Bjerknes, 2001; Næsset, 2002b). Denne metoden har blitt kjent som «den areal-baserte metoden». En metode som kan deles i flere steg (Næsset, 2014):

1. *Bestandsinndeling*: Skogområdet som takseres deles inn i bestand basert på tolkning av ortofoto og fotogrammetri. Inndelingen gjøres manuelt og baserer seg på at skogen skal deles inn i behandlingsenheter som er mest mulige like med hensyn på variabler som treslag, alder, vekstforhold og lignende.
2. *Feltarbeid*: Data samles inn gjennom feltmålinger gjort på prøveflater. Prøveflatene blir lagt ut over hele området. Flatene legges normalt ut basert på en stratifisering, som er med på å sikre at flatene blir fordelt på en rekke ulike skogtyper.
3. *Innsamling av FLS-data og prosessering av disse*: Laserdata samles inn for hele interesseområdet. Det legges et grid over hele området med celler som er like store som prøveflatene brukt i felttaksten. På bakgrunn av punktskyen fra laserdataene beregnes det de variabler for hver gridcelle.
4. *Modelltilpasning*: Basert på feltdataene og beregnede variabler fra laserdataene tilpasses det regresjonsmodeller. En ønsket biofysisk egenskap ved skogen – slik som volum, grunnflate eller høyde – brukes som uavhengig variabel, og blir forsøkt forklart ved bruk av variablene beregnet fra FLS-dataene som avhengig variabel.
5. *Bestandsvis estimering*: De tilpassede modellene brukes til å predikere responsvariablene ved at verdien til den uavhengige variabelen, beregnet for den aktuelle gridcellen brukes i modellen. Etter at det er predikert en verdi for alle gridceller blir verdiene aggregert til et endelig estimat på bestandsnivå.

Det må presiseres at disse fem stegene er én, generell måte for implementering av den areal-baserte metoden med laserdata. Det finnes også andre tilnærminger, for eksempel ved at det brukes laserdata til å utføre bestandsinndelingen i steg 1.

I perioden etter at de første studiene om bruk av laserdata, har tilgangen på datamaskiner med stadig raskere og større prosesseringskraft gjort at vi kan nyttiggjøre oss av stadig mer informasjon. Dette gjør at det er et stort potensiale for framtidens skogtaksasjon – et potensiale som per i dag er til dels utnyttet, og implementering av digitale løsninger er i så henseende et svært dagsaktuelt tema.

I 2020 ble det startet opp et nytt forskningsprosjekt med sikte å implementere digitale løsninger for å bidra med økt effektivitet, og dermed sikre norsk skogsektor forblir internasjonalt konkurransedyktig (SmartForest, 2021b). Prosjektet er ledet av norsk institutt for bioøkonomi (NIBIO), og er et samarbeidsprosjekt mellom aktører fra skogsektoren, offentlig sektor, teknologiselskaper og flere

forskningsinstitusjoner. Arbeidet er delt opp i seks «arbeidspakker», der de ulike pakkene retter seg mot ulike deler av forsyningskjeden, en oversikt over disse er tilgjengelig gjennom SmartForest (2021c). Den ene arbeidspakken er knyttet til datainnsamling for skogområder, og laserdata er et tema som er tillagt stor vekt.

1.4 Flybåren laserskanning (FLS)

Fjernmåling er innsamling av data om et objekt uten at det noen gang er fysisk kontakt med objektet. Fjernmåling kan utføres med en rekke ulike metoder. Det er mange måter å skaffe fjernmålingsdata, og det skilles på aktive og passive sensorer. En aktiv sensor sender ut et signal, og registrerer energien som reflekteres (retur/ekko). Passive systemer sender ikke ut noe signal, men baserer seg på at objektet selv sender ut eller reflekterer energi. Et vanlig kamera er et eksempel på en passiv sensor, da det baserer seg på at objektet reflekterer sollys. Ortofoto er dermed en form for passiv sensor brukt til skogbruksformål. Radio detection and ranging (Radar) og Light Detection And Ranging (LiDAR) er aktive sensorer som baserer seg på at det er sensoren selv som sender ut et signal, og at returene blir registrert.

Fordelen med fjernmåling er at det kan samles inn data for store arealer på relativt kort tid, og de kan gi vegg-til-vegg dekning av objektive data på en kostnadseffektiv måte. Til operativt skogtaksasjon kan ulike typer sensorer påmonteres en rekke ulike plattformer, avhengig av hva formålet med datainnsamlingen er. Fly, helikopter og droner er eksempler på plattformer som brukes ved innsamling av data i skog.

LiDAR sensorer sender ut nærinfrarødt lys, og det gjøres en måling av tiden fra lyspulsene blir sendt ut til et ekko blir registrert. Siden lysets hastighet er kjent og konstant, kan det beregnes hvor stor avstand det er mellom flyet og objektet som reflekterte lyset. Ved påmontering av slike sensorer på fly er det to metoder som brukes. Profilerende laser sender laserpulser rett ned under flyet – mot flyets nadir punkt – og laserskanner som også sender ut pulsene i sideretningene i forhold til flyets kurs. Gjennom registrering av tid fra utsendt lyspuls til retur oppdages, produseres det bare avstander fra fly til objekt. For at disse dataene skal bli meningsfylte må det også gjøres en rekke andre registreringer. Flyets koordinater (x, y, z) måles med GPS, og pitch, roll og heading registreres ved bruk av flyets INS (Inertial Navigatoin System). Skannervinkel må også være kjent. Ved bruk av alle disse tilleggsopplysningene kan hver enkelt retur koordinatfestes. Koordinatfesting av alle laserpulser gjør at det produseres en tredimensjonal punktsky.

Den tredimensjonale punktskyen gir i seg selv lite informasjon – dataen må prosesseres. Ved å kjøre punktskyen gjennom algoritmer, kan den skilles i punkter basert på om de sannsynligvis stammer fra bakketreff eller fra vegetasjonstreff. Hvordan punktene er fordelt i forhold til hverandre brukes som informasjon til denne inndelingen. Punkter som er klassifisert som bakketreff brukes så videre til å utvikle en digital terrengmodell (DTM). Det gjør det mulig å si noe om hvordan vegetasjonstreffene fordeler seg over terrenget – med andre ord, hvordan kronedekket og biomassen fordeler seg over skogbunnen. Denne beskrivelsen blir gjort gjennom at det beregnes to typer variabler – høydepersentiler og tetthetsvariabler.

Først settes det en terskel 2 meter over terrengmodellen, og alle punktene over denne terskelen anses som vegetasjonstreff. Verdien ble presenter av Nilsson (1996), og hensikten er å redusere effekten av feilklassifiserte bakkepunkter, stubber, steiner og lignende. Høyden til denne terskelen er ikke valgt basert på empiri, men er mer eller mindre «tilfeldig» valgt, og den kan derfor ikke anses som optimal. Høydefordelingen til punktene over 2 meter kan representeres ved hjelp av høyder ved ulike

persentiler av fordelingen, såkalte høydepersentiler. Høydepersentiler beskriver hvor stor andel av punktene som er under en gitt høyde. For eksempel tilsvarer høydepersentil 90 den høyden i meter der 90 % av punktene ligger under, og 10 % av punktene ligger over. Slike persentiler blir ofte berenget i 5 % klasser fra 5 – 95 %. Tetthetsvariabler blir beregnet ved at det bestemmes hvor mange variabler man vil ha, for eksempel 9, og deretter blir avstanden mellom maksimalhøyden og 2 metersgrensen delt i 9 like store deler. Dersom maksimalhøyden er 11 meter er det 9 meter mellom maks høyden og 2 metersgrensen. En inndeling i 9 variabler ville da gitt en inndeling på 1-meters klasser. Selve tetthetsvariablene blir beregnet som andelen treff mellom maksimalpunktet og høyden til den ønskede variabelen, delt på totalt antall punkter (mellom maks og 0 meter). Det er vist at slike variabler avledet fra laserdata kan brukes til å beskrive en skogs kronedekke på en god måte, og at en slik klassifisering av punktene videre kan brukes til å beskrive skogens biofysiske egenskaper (Lefsky et al., 1999; Magnussen & Boudewyn, 1998).

For at informasjonen av inndelingen av punktskyen i høydepersentiler og tetthetsvariabler skal være nyttig, kan oppsettet til den areal-baserte metoden følges. Det må gjøres noen registreringer i felt av en ønsket biofysisk variabel, f.eks. volum. Basert på den feltmålte verdien og laserdataene kan det tilpasses regresjonsmodeller med feltmålt biofysisk egenskap som avhengigvariabel og laservariablene som uavhengige variabler. Videre brukes modellene til prediksjon i gridceller av samme størrelse som prøveflatene brukt i feltregistrering. Aggregering av de predikerte verdiene gir ønsket variabel på bestandsnivå. Det er også foreslått en annen metode, kalt enkelttremetoden, som et alternativ for å kunne nyttegjøre seg av laserdataene (Hyppä & Inkinen, 1999).

Allerede på 70-tallet ble det forsøkt med implementering av LiDAR til skogbruksformål (Vauhkonen et al., 2014). Den gang ble det brukt profilerende laser. Sener har det også gjennomført forsøk med bruk av laserskanner med stort og lite fotavtrykk. Laser med stort fotavtrykk bruker en lysstråle med en diameter på 5 – 10 meter, laser med lite fotavtrykk skyter pulser med en diameter på 0,1 – 2 meter. De første forsøkene i Norge ble utført på slutten av 90-tallet (Næsset, 1997a; Næsset, 1997b). Dataen ble samlet inn ved bruk av laserskanner med lite fotavtrykk, og ble brukt til å estimere middelhøyde, som videre kunne brukes til beregning av volum.

Laserdata brukes i dag aktivt til operasjonell skogtaksasjon i flere land, deriblant Norge. Bonitering av skogmark er et område ved skogtakst som har vist seg å kunne ha stor nytte av implementering av laserdata, og det er et av områdene SmartForest fokuserer på. Temaet har hatt egne konferanser, og det er pågående forskningsprosjekter knyttet mot bonitet (SmartForest, 2021a). Eid (2000) så på verdien av informasjon. Dette ble gjort gjennom kostnad-pluss-tap analyser («*cost-plus-loss*»). En metode som baserer seg på at kostnaden av data er todelt. Den ene komponenten er kostnaden knyttet til innsamling av data, og den andre komponenten er kostnaden knyttet til tapt nåverdi som følge av suboptimal skogskjøtsel på grunn av usikkerhet i de innsamlede dataene. Denne studien viste at bonitet vil gi betydelige nåverditap når den er vedheftet feil.

En annen studie fant at bonitet, fastsatt ved operasjonell takst, er fastsatt med både tilfeldige og systematiske feil, og at disse feilene kan bli over 15 % for enkelte bestand (Eid, 1992). Næsset (1994) så på bonitering av samme område utført av forskjellige taksatorer, og konkluderte med at bare 15 – 51 % av arealene var vurdert likt. Lignende resultater ble funnet av Gisnås (1982).

Vi sitter altså igjen med et misforhold der bonitet er vedheftet store feil, og gir store nåverditap når den er vedheftet feil. Det er derfor behov for kostnadseffektive metoder som reduserer feilnivået i boniteringsarbeidet.

1.5 Bonitering

Bonitet er en kvantifisering av skogmarkas evne til å produsere trevirke. Bonitering utføres i all hovedsak som høydebonitering etter H_{40} -systemet i Norge (Tveite, 1977; Tveite & Braastad, 1981). Høydeboniteten er et uttrykk for trærnes overhøydeutvikling over brysthøydealder. Overhøyden er definert som aritmetisk gjennomsnitt av høyden til de 100 grøvste trærne per hektar – målt i meter. Brysthøydealder er den gjennomsnittlige alderen – målt i brysthøyde (1,3 meter over bakken) – til de samme trærne. Brysthøydealder og overhøyde brukes som inngangsvariabler i boniteringsfunksjoner for å finne skogens høydebonitet. For H_{40} -systemet blir denne høyden oppgitt i meter ved en referansealder på 40 år. H_{40} -bonitet er en kontinuerlig variabel, men ved praktisk bruk oppgis den normalt i 3-meters klasser. Høydeboniteten brukes som inngangsverdi i produksjonstabeller for å uttrykke skogmarkas produksjonsevne som volum per arealenhet – normalt $\text{m}^3 \text{ha}^{-1} \text{år}^{-1}$. Funksjonene gitt av Tveite (1977) og Tveite og Braastad (1981) har et ganske begrenset gyldighetsområde. De forutsetter blant annet at bestandene er ensaldrete, at hovedtreslaget utgjør minst 80 % av bestandets grunnflate, høydeveksten må ikke være hemmet av overstandere i ungdommen, bestandene bør være minst 20 år, de kan ikke være gjødslet, og bestandets overhøyde og gjennomsnittsalder må ligge innenfor kurvenes gyldighetsområde. Bestandet kan heller ikke ha vært grøftet under trærnes levetid. I 2011 ble det tilpasset nye boniteringskurver for gran og furu delvis basert på data fra landsskogtakseringen (Sharma et al., 2011). Sammenliknet med de eldre modellene fra Tveite (1977) og Tveite og Braastad (1981), viste de nye modellene ganske lik høydeutvikling fram til omtrent 60 år, men raskere høydevekst for eldre bestand.

For at vi skal kunne høydebonitere trenger vi egnede trær. Trærne må blant annet være dominerende, uten råde og toppbrekk og de må være over 20 år i brysthøydealder. I situasjoner der slike trær ikke er tilgjengelig kan det benyttes andre metoder. Nilsen og Larsson (1992) beskriver et system for vegetasjonsbonitering. Systemet baserer seg på at det gjøres registrering av enkelte variable på voksestedet – slik som vegetasjonstype, høyde over havet osv. – disse brukes som inngangsverdier i nomogrammer, som så returnerer skogmarkens H_{40} -bonitet. Det er også forsøkt å finne boniteringsmetoder for yngre skog (Eid & Aas Moen, 1993).

Med økt kapasitet til datainnsamling og databehandling har det blitt økt fokus på å kunne bruke denne informasjonen også til bonitering av skogmark. Noordermeer et al. (2018) presenterer to forskjellige metoder for beregning av bonitet på bakgrunn av laserdata. Metodene som presenteres kalles for «direkte metode» og «indirekte metode». Dette er boniteringsmetoder som baserer seg på at skogens overhøydeutvikling over en kjent tidsperiode kan brukes til å uttrykke skogmarkens produksjonspotensiale – såkalt høydedifferensiell bonitering. Den indirekte metoden bruker laserdata fra to tidspunkt (T1 & T2) til å gi estimer på dominerende høyde ved de to tidspunktene. Overhøyden ved T1 og invertering av boniteringsfunksjonene for H_{40} -systemet brukes til å finne bestandets antatte brysthøydealder for ulike boniteter. Deretter sammenliknes forventet høydeutvikling basert på disse kurvene, og observert høydeutvikling mellom T1 & T2. De to boniteringskurvene som passer best med observert høydeutvikling blir valgt ut, og deretter gjøres det en lineærinterpolering mellom de to kurvene til å predikere boniteten. Den direkte metoden forutsetter at det er tilgjengelig feltobservert bonitet for en del flater i tillegg til laserdata fra to tidspunkt. Modeller tilpasses med feltobservert bonitet som responsvariable og diverse variabler beregnet fra laserdataene som forklaringsvariabler. Deretter legges et heldekkende grid over arealet bonitet skal predikeres for, og modellene brukes til prediksjon for hver enkelt gridcelle basert på laservariablene for den aktuelle gridcelle – tilsvarende systemet for areal-basert skogtakst. Funnene i artikkelen tyder på at den direkte metoden gir de mest presise estimer, men den indirekte metoden har en fordel i at den ikke forutsetter feltarbeid. De to metodene er grundigere forklart i Noordermeer et al. (2018).

Det har blitt utført en kostnads-pluss-tap analyse av ulike boniteringsmetoder (Noordermeer et al., 2021). Det ble vist at valg av metode er av betydning. Den direkte metoden hadde blant de høyeste kostnaden til datainnsamling, men på grunn av høyest presisjon ble totalkostnaden lavest. Den indirekte metoden hadde lavere kostnader knyttet til datainnsamling, men var blant de dårligste med hensyn på presisjon. Den indirekte metoden presterte allikevel godt med hensyn på totalkostnad, og ble bare slått av den direkte metoden. Boniteringsmetodene presentert av Noordermeer et al. (2018) ser derfor ut til å være gode substitutter til dagens praksis, gitt at vi har tilgang på gode laserdata fra to tidspunkt.

1.6 Problemstilling

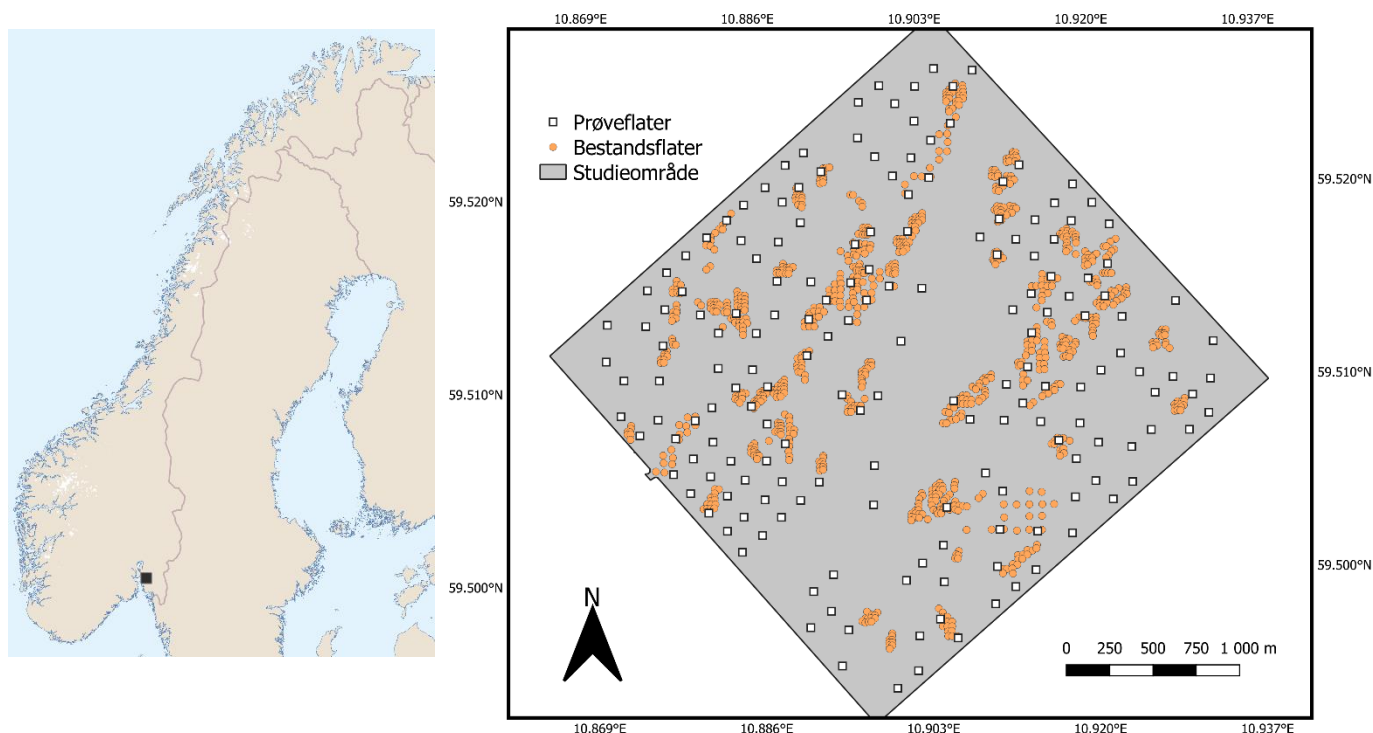
Analysen av presisjon og nåverdiberegninger av dagens boniteringsmetoder har vist at det er behov for nye, bedre og mer kostnadseffektive metoder for å bestemme vekstpotensialet i norske skoger. Dette er også et av fokusområdene til prosjektet SmartForest som har til hensikt å sørge for at skogsektoren tar del i den teknologiske utviklingen, slik at den kan fortsette å være konkurransedyktig også i fremtiden. Den direkte metoden utviklet av Noordermeer et al. (2018) ser ut til å være et godt alternativ til bonitering av skogmark på en kostnadseffektiv måte gjennom implementering FLS-data og den arealbaserte metoden for skogtaksasjon. Bonitering av skogmark forutsetter at skogens overhøyde ikke har vært forstyrret. Fordi laserdata samles inn ved to tidspunkt, og skoger er komplekse økologiske og biologiske systemer som stadig er i endring, må det antas at det for enkelte gridceller vil forekomme forstyrrelser som påvirker overhøydeutviklingen over perioden beregningene gjøres. Det medfører at enkelte gridceller ikke kan brukes til prediksjon av bonitet fordi høydeendringen som måles som forskjellen i høyder målt med laser, ikke representerer den naturlige overhøydeutviklingen på den aktuelle cella. Forstyrrelsen kan for eksempel skyldes at et stort tre blåser over ende, eller at et eller flere dominerende trær har blitt avvirket. En slik celle vil derfor være uegnet for bonitering med bitemporale laserdata. Det er imidlertid slik at skogskjøtsel, slik som for eksempel en lavtynning, ikke nødvendigvis påvirker overhøydeutviklingen. Allikevel endrer inngrepet kronestrukturen som i sin tur vil påvirke egenskapene til laserpunktskyene. En slik celle vil også i prinsippet være uegnet for bonitering hvis prediksjon av bonitet blir foretatt med de samme modellene som er tilpasset celler helt uten forstyrrelser. Klarer man imidlertid å klassifisere slike celler der overhøydeutviklingen er uforstyrret selv etter et inngrep som en egen klasse, kan man tilpasse egne modeller for et slikt stratum. Det har blitt gjort flere studier på hvordan man kan klassifisere beregningsceller som «egent» eller «uegnet» for bonitering og dette gjøres også operativt i dag. Det er imidlertid fortsatt usikkerhet knyttet til hvordan man skal behandle bestand der klassifikasjonen viser at det er en miks mellom egnede og uegnede beregningsceller. Det vites foreløpig ikke hvor stor andel egnede beregningsceller som er nødvendig for å kunne gi et bonitetsestimat for et bestand og den tilhørende presisjonen. Det er naturlig å anta at variasjonen i bonitet innad i et bestand vil være bestemmende for dette. Dersom det ikke er noen variasjon i bonitet, og alle gridceller har samme predikerte verdi, så spiller det ingen rolle hvilken celle som blir valgt – alle vil gi samme estimat på bestandsboniteten. Er det derimot stor innbyrdes variasjon i bonitet i de enkelte bestand vil hver celle antas å ligge lenger fra den faktiske bestandsverdien, og det er trolig behov for flere celler dersom det skal utarbeides gode estimater.

Formålet med denne oppgaven har vært å analysere effekten av redusert arealdekning av beregningsceller klassifisert som egnet for bonitering, på presisjonen til bestandsvis estimat av bonitet i arealbasert lasertakst etter direkte metode for skogbonitering presentert av Noordermeer et al. (2018). Middelfeilen vil avhenge av variasjonen i populasjonen som er utgangspunkt for utvalget – stor variasjon gir stor middelfeil, og lite variasjon gir lav middelfeil. Resultatene måtte derfor antas å avhenge av studieområdets bonitetsvariasjon, og følgelig var det også ønskelig å gi en beskrivelse av bonitetsvariasjonen innen studieområdet.

2. Materiale og metode

2.1 Studieområdet

Datamaterialet brukt i denne studien er hentet inn fra et forsøksområde i Våler kommune i Viken fylke (59°51' N, 10°90' Ø, 70 – 120 moh.). Studieområdet er omtrent 850 ha stort, og er en aktivt skjøttet skog, hovedsakelig bestående av gran (*Picea abies* (L.) Karst.) og furu (*Pinus sylvestris* L.), med innslag av lauvtrær – hovedsakelig bjørk (*Betula pubescens* L.). Granbestandene ligger stort sett i de høyproduktive, lavereliggende og fuktige områdene, og avvirkes hovedsakelig gjennom flatehogst. Furubestandene avvirkes i stor grad gjennom frøtrestillinger, og de ligger typisk på de høyereliggende, tørre arealene som er mindre produktive. En skisse over studieområdets utforming og beliggenhet er gitt i Figur 1.



Figur 1

Et Norgeskart med studieområdets beliggenhet – markert med sort firkant – kan sees til venstre. Til høyre er det en oversikt over det 850 ha store studieområdet. De 178 prøveflatene – lagt i et systematisk grid over hele området – er tegnet inn med hvite firkanter, og de 924 bestandsflatene – lagt i systematiske grid innen bestand – er tegnet inn som oransje sirkler. Heldekkende laserdata er samlet inn for området i 2010 og 2022. Det ble gjort registreringer i felt på alle prøveflatene og bestandsflatene i 2010/11 og 2022, i tillegg ble det utført bonitering av prøveflatene i 2013.

2.2 Datagrunnlag

Det ble utført feltarbeid for innsamling av data i perioden mai til november i 2022. I alt er det samlet inn laserdata for området i tre omganger, men det er kun to av disse som er aktuell for arbeidet i denne studien – 2010 og 2022.

2.2.1 Feltregistrerte data

I 1998 ble det etablert to typer prøveflater i Våler (Næsset, 2002a; Næsset, 2002b). Det ene settet med flater ble lagt ut i systematiske grid innen enkelte bestand. Registreringen utført på disse flatene har i denne studien fungert som bakkesannhet innen de enkelte bestand. Avstanden mellom flatene var 20 – 60 meter med 14 – 30 flater per bestand. Bestandene ble valgt subjektivt basert på en flyfototakst utført i 1996, og utvalget ble gjort for å dekke en rekke ulike sammensetninger av alder, vekstforhold og treslagsfordelinger. Disse flatene er videre omtalt som bestandsflater. I tillegg til bestandsflatene ble det lagt ut prøveflater i et grid som dekker hele forsøksområdet. I denne studien har disse flatene blitt brukt som grunnlagsdata for modelltilpasning. Disse flatene her heretter omtalt som prøveflater. Alle flatene – prøveflater og bestandsflater – ble målt i 2010 og 2011 (Næsset et al., 2013). I 2013 ble det utført bonitering av prøveflatene der de fire grøveste trærne av det dominerende treslaget ble valgt som boniteringstrær. Disse fire trærne ble høydemålt, og det ble tatt borprøver for aldersbestemmelse av to av trærne (Bollandsås et al., 2019). Kart over beliggenheten til prøveflatene og bestandsflatene er gitt i Figur 1.

Første steg av feltarbeidet i 2022 var gjenfinning av de nevnte flatene. GPS-utstyr ble brukt for å finne posisjonen til flatene. Under forrige omdrev ble flatesentrum merket ved utsetting av trepinner og spiker. Gjenfinning av trepinnene sikret at flatesentrum ble liggende på eksakt samme plass som ved tidligere takster. Det var av ulike årsaker ikke alltid mulig å finne igjen trepinnene, i slike tilfeller ble metalldetektor brukt til gjenfinning av den nedlagte spikeren, som sørget for nøyaktig lokalisering av eksisterende flatesentrum. For hver flate ble det gjort en vurdering av om flaten lå i ungskog (h.kl. I & II) eller produksjonsskog (h.kl. III – V), der skog med en middelhøyde større enn 8 meter ble vurdert som produksjonsskog. Fordi det i det videre arbeidet bare skal jobbes med bonitering av produksjonsskog, er det bare feltinstruksen for h.kl. III - V som er beskrevet under.

Prøveflater:

I alt er det 178 prøveflater fordelt utover hele studieområdet, av disse ble 136 vurdert til å ligge i produksjonsskog under feltarbeidet i 2022, det er disse som brukes i det videre arbeidet. Prøveflatene hadde en størrelse på 400 m², som tilsvarer en radius på 11,28 meter i horisontalplanet. Det ble utført totalklaving der det ble gjort registreringer for alle trær med en diameter i brysthøyde (dbh) ≥ 4 cm. Treets tilstand – levende eller dødt, treslag og dbh ble registrert for alle trær. I tillegg ble trærnes avstand og retning fra flatesentrum registrert – på den måten er det mulig å i ettertid stedfeste hvert enkelt tre. Grunnflate per hektar ble målt med relaskop før trærne ble klavet. Prøvetrær ble valgt ut med en sannsynlighet proporsjonal med trærnes individuelle grunnflater. Dette ble gjort ved at et forhåndsprogrammert Excel ark akkumulerte grunnflaten til trærne etter hvert som de ble klavet, og hver gang grunnflatesummen til de innmålte trærne nådde en satt terskelverdi, ble det aktuelle treet merket som prøvetre. Denne terskelverdien ble satt på bakgrunn av relaskopmålt grunnflate og et ønske om 10 prøvetrær per prøveflate. Fordi relaskop ble brukt til å vurdere grunnflaten brukt til beregning av terskelverdiene, og fordi bruk av relaskop gjør at et areal ulikt flatens areal blir vurdert, vil det faktiske antallet trær som blir valgt avhenge av hvor representativ flaten er i forhold til skogen rundt. Et prøvetreutvalg etter denne prosedyren medfører at alle prøvetrærne blir stående innenfor

flate radien, noe som ikke nødvendigvis er tilfellet ved vanlig relaskopbasert utvalg, da relaskopet vurderer et areal ulikt flatens areal.

I tillegg til prøvetrærne ble det valgt ut fire boniteringstrær. Som ovennevnt ble det utført en bonitering av prøveflatene i 2013, og denne dannet grunnlaget for boniteringsarbeidet i 2022. Boniteringstrærne fra 2013 ble identifisert ved bruk av avstand og retning fra flatesentrum målt i 2013, og disse trærne ble høydemålt i 2022. Fordi alderen ble bestemt i 2013 kunne ny alder beregnes ved å legge til 9 år. Dersom enkelte trær ikke ble gjenfunnet ble de største trærne av det dominerende treslaget valgt slik at det ble fire boniteringstrær totalt.

Ikke alle flater ble bonitert i 2013, f.eks. fordi de den gang lå i h.kl. I – II. For disse flatene ble de fire grøvste trærne av det dominerende treslaget valgt som boniteringstrær, men trær vurdert til å være livsløpstrær fra forrige omløp ble ekskludert. Samtlige av de valgte boniteringstrærne ble høydemålt, og det ble tatt borprøve for aldersbestemmelse av to av trærne. Husholdningsalder ble brukt for å kompensere for eventuell undertrykt høydevekst i ungdommen.

Bestandsflater:

Bestandsflatene hadde en radius i horisontalplanet på 8,92 meter, som tilsvarer et areal på 250 m². Bestandsflatene er lagt ut basert på bestandsinndelingen slik den var i 1998, det ble den gang lagt ut 924 flater totalt. I enkelte tilfeller var bestandsgrensene endret, slik at de gikk gjennom etablerte flater. Det ble for denne studien utarbeidet en ny bestandsinndeling. Det er en plan om å utarbeide ortofoto for hele området, men dette arbeidet er ikke påbegynt enda. Derfor ble den nye bestandsinndelingen basert på siste kjente bestandsinndeling – utført av Viken i 2015 – og flybilder fra Norge i bilder. Bilder fra 2021 var tilgjengelige for deler av området, men ikke hele. I de tilfeller det ikke var nye flybilder tilgjengelig ble det brukt laserdata. Fordi den nye bestandsinndelingen kan gå gjennom etablerte flater, vil det kunne være både ungskog og produksjonsskog på én flate. I slike tilfeller ble andelen produksjonsskog registrert som prosent av flatearealet, og de to delene ble målt etter gjeldende instruks for aktuell aldersklasse. Også her ble alle trær ≥ 4 cm i brysthøyde klavet, og treslag og treets tilstand (levende/dødt) ble registrert. Prøvetreutvalget på disse flatene skjedde etter samme prosedyre som på prøveflatene, men her var det bare ønskelig med fire trær. Høyden til prøvetrærne ble registrert.

De to grøvste trærne av det dominerende treslaget ble valgt som boniteringstrær – husholdningsalder og høyde ble registrert for begge. Også her ble trær vurdert til å være livsløpstrær ekskludert. Studieområdet består av flere eiendommer, enkelte ganske små. Det ble ikke hentet inn tillatelse til å ta borprøver for alle de små eiendommene, noe som medførte at ikke alle bestandsflatene ble bonitert. I alt 556 bestandsflater ble vurdert til produksjonsskog og bonitert – det er disse bestandsflatene som skal brukes i det videre arbeidet. Målingene som ble gjort på prøveflatene og bestandsflatene under feltarbeidet i 2022 er oppsummert i Tabell 1.

Tabell 1

Deskriptiv statistikk av dbh, høyde og alder gjort på prøveflater og bestandsflater under feltarbeidet i 2022.

Treslag	Antall trær	%	Diameter (cm)			Høyde (m)			Alder (år)		
			Range	Gj.snitt	SD	Range	Gj.snitt ¹	SD	Range	Gj.snitt	SD
Prøveflater (n = 136)											
Gran	4522	51	4 - 54.1	13.69	8.32	1.6 - 36.8	18.41	6.80	31 - 175	61.70	31.19
Furu	2285	36	4 - 52.5	16.69	8.70	7.6 - 28.5	17.89	3.49	36 - 175	93.32	46.62
Lauv	1938	12	4 - 39.7	10.49	6.45	4.8 - 30.6	15.79	5.59	35 - 83	51.00	16.78
Bestandsflater (n = 556)											
Gran	10771	46	4 - 50.4	13.17	7.79	1.8 - 34.3	18.05	6.42	10 - 185	56.50	30.83
Furu	7005	43	4 - 50.7	16.14	8.27	2.0 - 32.9	18.53	3.65	21 - 203	76.43	42.66
Lauv	4151	11	4 - 47.5	10.26	6.49	4.6 - 32.0	17.18	6.25	13 - 112	45.12	22.27

%; Prosent av grunnflate, SD: Standardavvik

¹ **Grunnflateveid middelhøyde:** Ettersom prøvetreutvalget er gjort med en sannynelighet proporsjonal med grunnflaten, vil et aritmetisk gjennomsnitt av de målte høydene være det samme som grunnflateveid middelhøyde.

2.2.2 FLS-data

Det har vært utført heldekkende laserscanning av feltområdet i Våler i flere omganger. I arbeidet med denne oppgaven er det brukt laserdata fra to tidspunkter, 2010 (T1) og 2022 (T2).

I løpet av 2022 ble det samlet inn laserdata i flere omganger ved bruk av ulike metoder og instillinger. Det er gjort funn som tyder på at faktorer slik som punktetthet, pulsrepetisjonsrate, flyhøyde og hvilken FLS-sensor som er brukt kan påvirke egenskapene i punktskyen som genereres (Gobakken & Næsset, 2008; Næsset, 2009). Det var derfor ønskelig å bruke de laserdataene fra 2022 som var mest like målingene fra 2010. Flyvingene ble i begge tilfeller utført i starten av juli. Det vil si at datane ble samlet inn i en periode der lauvtrærne har blader, og størstedelen av det aktuelle årets høydetilvekst er unnagjort. Det betyr at perioden dekker 12 vekstsesonger. En oppsummering av laserdataene som er brukt i det videre arbeidet er gitt i Tabell 2.

Det ble lagt et heldekkende grid med en cellestørrelse på 250 m² over hele området. Det ble beregnet laservariabler for alle cellene. Variablene som ble beregnet var høydepersentiler fra 5 % til 95 % i 5 % klasser (H5, H10, ..., H95). Det ble også beregnet variabler for gjennomsnittlig- og maksimal høyde (H_{mean} & H_{max}). Alle variablene ble beregnet for begge tidspunkt, T1 og T2. For å kunne skille variablene er de indeksert med tidspunkt (H5_{T1}, H10_{T1}, ..., H95_{T1}; H5_{T2}, H10_{T2}, ..., H95_{T2}; H_{mean.T1}, H_{max.T1}; H_{mean.T2}, H_{max.T2}). For å beskrive høydeutviklingen over perioden ble det beregnet utvikling i hver enkelt laservariabel som verdien ved T2 minus verdien ved T1. Endringsvariablene ble gitt prefikset Δ (ΔH5, ΔH10, ..., ΔH95 & ΔH_{mean}, ΔH_{max}).

Tabell 2*Oppsettparametere for laserdataene samlet inn ved de to tidspunktene - 2010 og 2022.*

Parameter	2010	2022
Dato	2.juli	6.juli
Instrument	Optech ALTM Gemini	Riegl VQ1560II-S
Gjennomsnittlig flyhøyde (m)	900	3500
Gjennomsnittlig flyhastighet (m s ⁻¹)	80	80
Skannervinkel (°)	+/- 13.8	+/- 32
Pulsrepetisjonsrate (kHz)	100	500
Skannefrekvens (Hz)	55	83
Punkttetthet (punkt m ⁻²)	7.3	2.2

2.3 Analyser

2.3.1 Tilrettelegging av data for analyser

Cellene som ble lagt over området for beregning av laservariabler måtte klassifiseres med hensyn på egnethet til bonitering, og det ble satt krav til positive verdier for variablene ΔH_{90} og ΔH_{mean} . Det var de egnede cellene som ble brukt i det videre arbeidet, og de er antatt å utgjøre hele bestandet. Gridcellene klassifisert som egnet er heretter bare omtalt som «beregningceller». Henvisning til de uegnede cellene blir eksplisitt uttrykt.

Etter den nye bestandsinndelingen fordelte de 556 bestandsflatene seg på 75 bestand, med alt fra 1 til 20 flater per bestand. Boniteten til bestandsflatene ble beregnet som høydebonitet etter H_{40} -systemet ved bruk av boniteringsfunksjoner gitt av Sharma et al. (2011).

De 136 prøveflatene ble bonitert etter funksjonene gitt av Sharma et al. (2011). Flatene fordelte seg da med 68 flater bonitert som gran, 64 flater bonitert som furu og 4 flater bonitert som bjørk. Bonitering forutsetter at trærnes overhøydeutvikling er uforstyrret (Tveite, 1977; Tveite & Braastad, 1981). Derfor ble flater med negativ høydeutvikling fjernet fra datasettet. Dette ble gjort ved at flater som viste negative verdier for ΔH_{90} og ΔH_{mean} ble tatt ut – altså samme kriterium som for beregningcellene. Etter dette utvalget var det igjen 66, 61 og 4 flater for henholdsvis gran, furu og bjørk – det er disse flatene som ble brukt ved tilpasning av modeller.

At prøveflatene og bestandsflatene var av ulik størrelse medførte enkelte beregningsmessige utfordringer. Ved anvendelse av den arealbaserte metoden bør gridcellene som det skal predikeres verdier for, være like store som prøveflatene som er brukt til modelltilpasning ettersom laservariablene avhenger av størrelsen til arealet de beregnes for (Magnussen & Boudewyn, 1998). For at laservariablene brukt til modelltilpasning skulle være tilpasset prediksjon for størrelsen til beregningcellene, ble laservariablene til prøveflatene – som i utgangspunktet er 400 m² – beregnet ut fra sirkulære flater på 250 m² lagt i sentrum av hver prøveflate.

2.3.2 Bestandsvariasjon

Under feltarbeidet ble det bonitert på det dominerende treslaget på den aktuelle flaten – der dominerende treslag ble definert som treslaget med størst grunnflate. En slik metode gjør at det i mange tilfeller blir liggende flater med ulikt boniteringstreslag innen samme bestand. Etter som bonitet er en bestandsvariabel, var det ønskelig å ha kun ett boniteringstreslag per bestand. Derfor ble treslagsfordelingen til bestandet beregnet som prosentvis grunnflateandel for hvert treslag. Treslaget med størst grunnflate uttrykt i prosent, ble valgt som boniteringstreslag for bestandet. Alle flater bonitert på en annet treslag enn dette ble konvertert ved bruk av funksjonene gitt av (Braastad, 1983). Endelig bonitetsestimater for hvert bestand ble beregnet som gjennomsnitt av alle bestandsflater innen det aktuelle bestandet.

Bestandsflatene som danner grunnlaget til beregningene som er gjort for bonitetsvariasjonen innen bestand var lagt i systematiske grid. Slike, såkalte systematiske prøveflatetakster er svært utbredt som samplingsdesign til skogregistreringsformål i Norge, men det medfører noen utfordringer med hensyn på den statistiske inferensen som gjøres for sampelet. I geografiske data må det antas at det er romlig autokorrelasjon som gjør at det må antas at nærliggende punkter er sterkere korrelert enn punkter som ligger lenger unna hverandre. Det har vist seg at for slike data, der det er strukturer i grunnlagsdataene, vil systematiske sampel ofte bedre fange variasjonen i populasjonen enn det vanlig enkelt tilfeldig sampling gjør (Cochran, 1946; Cochran, 1977; Madow & Madow, 1944; Madow, 1949). For beregning av varians kan slike sampel anses som et spesialtilfelle av enkel tilfeldig sampel. Problemet med denne tilnærmingen er at vi i realiteten har en utvalgsstørrelse på bare én tilfeldig valgt enhet ($n = 1$). Årsaken til dette er at ved systematisk utlegg av flatene vil alle flater være definert i det første flate legges ut tilfeldig. Konsekvensen er at det ikke finnes noen forventningsrett estimator for feilen til middeltallet (Cochran, 1977). For å bøyte med dette problemet har det blitt forsøkt med teknikker som tar hensyn til autokorrelasjonen i populasjonen gjennom estimering av variansen lokalt (Aune-Lundberg & Strand, 2014). Det ser ut til at slike estimeringsteknikker presterer bedre enn vanlig varians estimator for tilfeldige utvalg når de brukes på systematiske sampel. Det ble allikevel besluttet å bruke vanlig estimator for tilfeldige sampel i denne oppgaven. Selv om de lokale estimeringsteknikkene tilsynelatende medfører økt presisjon, vil de uansett ikke gi et forventningsrett estimat. Vanlig estimator til bruk i tilfeldige utvalg har også den fordelen at den er intuitiv og enkel i bruk. Denne estimeringsteknikken er også vanlig å bruke, noe som medførte at beregning av variansen etter denne metoden kunne sammenliknes direkte med tidligere studier. Estimatoren for standardavvik ved vanlig tilfeldig sampling, som ble brukt i denne studien, er gitt av Formel 1.

$$SD = \sqrt{\frac{\sum_i^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Formel 1

Standardavvik estimator for vanlig tilfeldig sampling.

2.3.3 Modellering

Det finnes ulike tilnærminger til hvordan regresjonsmodeller tilpasses datasettet som foreligger. I dette tilfellet ble det forsøkt med to ulike metoder – mixed-effect modeller tilpasset hele datasettet og treslagsvise modeller tilpasset observasjonene til de enkelte treslagene. Deskriptiv statistikk over laserdataene som ble brukt ved modelltilpasning er gitt i Tabell 3.

Tabell 3

Deskriptiv statistikk over laserdataene som ble brukt til modellering.

Variabel	T1 (m)			T2 (m)			Δ (m)		
	Range	Gj.snitt	SD	Range	Gj.snitt	SD	Range	Gj.snitt	SD
H70	0.1 - 24.18	12.63	4.34	4.24 - 28.1	16.26	4.19	0.12 - 7.89	3.63	1.54
H75	0.12 - 24.68	13.22	4.29	6.25 - 28.66	16.84	4.07	0.33 - 7.5	3.62	1.54
H80	0.16 - 25.08	13.82	4.24	7.02 - 29.11	17.38	4.01	0.2 - 8.05	3.56	1.55
H85	0.21 - 25.59	14.44	4.24	7.67 - 29.72	17.95	4.02	0.36 - 8.31	3.51	1.58
H90	0.27 - 26.27	15.16	4.27	8.56 - 30.53	18.59	4.02	0.32 - 8.55	3.44	1.61
H95	0.44 - 27.11	16.22	4.16	9.13 - 31.17	19.49	3.96	0.46 - 8.69	3.27	1.63
Hmean	0.1 - 19.42	9.31	3.51	3.67 - 24.53	12.45	4.07	-3.48 - 7.06	3.15	1.76
Hmax	1.39 - 31.09	19.33	4.04	10.43 - 33.28	21.99	3.92	-1.4 - 9.04	2.66	1.77

T1: 2010, T2: 2022, Δ : Endring (T2-T1), SD: Standardavvik

HX: Høydepersentil X, Hmean: Gjennomsnittshøyde, Hmax: Maksimumshøyde

Det ble tilpasset treslagsvisse, lineære modeller for gran, furu og bjørk på formen gitt av Formel 2. Bonitet ble brukt som responsvariabel og ulike kombinasjoner av laservariablene ble forsøkt som uavhengige variabler. Modellene ble tilpasset med minste kvadraters metode (MKM). Det ble vist stor innbyrdes korrelasjon mellom laservariablene ($|r| = 0,32 - 0,99$). For å unngå uhensiktsmessig stor multikollinearitet mellom forklaringsvariablene ble det satt krav til at *Variance Inflation Factor* (VIF) ikke kunne overstige 5. Det vil si at andelen forklart variasjon mellom hver av forklaringsvariablene i modellen ikke får overstige 50 %. I tillegg ble det satt krav til at alle parameterestimat knyttet til forklaringsvariablene i modellen skulle være signifikante på et 5 % nivå, som sikrer at alle variablene bidrar til modellenes evne til å predikere responsvariabelen. Det ble forsøkt med tilpasninger med 1 – 3 forklaringsvariabler. 3 variabler ble satt som øvre grense for å unngå at modellen blir «overtilpasset» (overfitting), og således ikke er gyldig ved prediksjon i andre, lignende datasett. Siden det bare er fire flater tilgjengelig til modelltilpasning for bjørk, ble det bare forsøkt med 1 – 2 forklaringsvariabler – det er umulig å tilpasse mer komplekse modeller med bare fire observasjoner siden det trengs $n - p$ frihetsgrader for å finne en løsning med MKM, der n er antall observasjoner og p er antall parametere i modellen. RMSEP (*Root Mean Square Error of Prediction*) ble brukt som seleksjonskriterium. Ved å velge modellen som minimerer RMSEP, velges modellen som minimerer kvadratavviket til feilleddene, der dette er beregnet gjennom en kryssvalideringsprosess. Før en endelig modell ble valgt ble det også utført en subjektiv vurdering av hvorvidt modellen tilfredsstiller vanlig modellantakelser ($\epsilon \sim N(0, \sigma)$ i.i.d.), og at parameterestimatene var logiske. Denne subjektive vurderingen ble gjort for å vurdere om modellen kunne antas å representere en generell sammenheng og ikke kun være en kvantifisering av sammenhengen i datasettet brukt til modelltilpasning. For eksempel må stor høydeutvikling antas å være synonymt med god vekst, og følgelig også høy bonitet. Altså må det videre kunne antas at parameterestimatet til en høydeutviklingsvariabel skal være positivt. Det må imidlertid påpekes at dette forholdet kompliseres noe av at høydeutviklingen ikke er stabil gjennom et omløp. For svært

gamle trær kan høydeveksten ha kulminert, og høydeveksten bli lav selv på gode boniteter. Det ble på forhånd bestemt at dersom en modell viste betydelige avvik fra modellantakelsene eller ga ulogiske parameterestimater kunne det tillates en modell med høyere RMSEP, gitt at denne bedre tilfredsstiller de øvrige kriteriene.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2$$

Formel 2

Modellform brukt ved tilpasning av treslagsvise modeller med to forklaringsvariabler (x_1 og x_2). Feltmålt H_{40} -bonitet ble brukt som responsvariabel (y). β_0 , β_1 og β_2 er parameterne som estimeres. Ved modelltilpasning av bare én forklaringsvariabel strykes leddet $\beta_2 x_2$.

Mixed-effect modeller har noen fordeler sammenliknet med de treslagsvise modelltilpasningene. Mixed-effect modeller er ansett som robuste fordi de tillater korrelasjon innad i grupper, og dermed at antakelsen om uavhengige observasjoner som er identisk fordelt er ikke blir like viktig. Det tilpasses en modell til det fulle datasettet (main-effect), deretter justeres disse basert på klynger av ulike faktorer (random-effect). I dette tilfellet er treslag faktoren det justeres for, som vil si at det er tre klynger – gran, furu og bjørk. Modeller av denne typen tilpasses normalt slik at det gis forskjellig parameterestimat for skjæringspunktet med y-aksen (konstantleddet), eller for både konstantleddet og stigningskoeffisienten. Det er mulig å tilpasse modeller der tilfeldige effekter kun beregnes for stigningstallet, men dette er lite brukt i praksis. Også her var det et problem at det var få observasjoner for bjørk. Det ble derfor forsøkt tilpasset modeller med ulikt skjæringspunkt ved bruk av 1 og 2 laservariabler som forklaringsvariabler der den tilfeldige effekten tas hensyn til ved bruk av treslag (Formel 3). Både AIC (Akaike Information Criterion) og BIC (Bayesian Information Criterion) kan brukes til å vurdere modellens prediksjonsevne. Begge kriteriene straffer modellkompleksitet for å unngå overfitting, men BIC er strengere med hensyn på modellkompleksitet. Derfor ble BIC valgt som seleksjonskriterium i dette tilfellet.

$$y = (\beta_0 + \alpha) + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2$$

Formel 3

Modellform brukt ved tilpasning av mixed-effect modeller med to forklaringsvariabler (x_1 og x_2). Feltmålt H_{40} -bonitet ble brukt som responsvariabel (y). α , β_0 , β_1 og β_2 er parameterne som estimeres. β_0 -parameteren representerer tilpasningen til alle observasjonene (main-effect), og α -parameteren representerer effekten av ulike treslag (random-effect). Ved modelltilpasning av bare én forklaringsvariabel strykes leddet $\beta_2 x_2$.

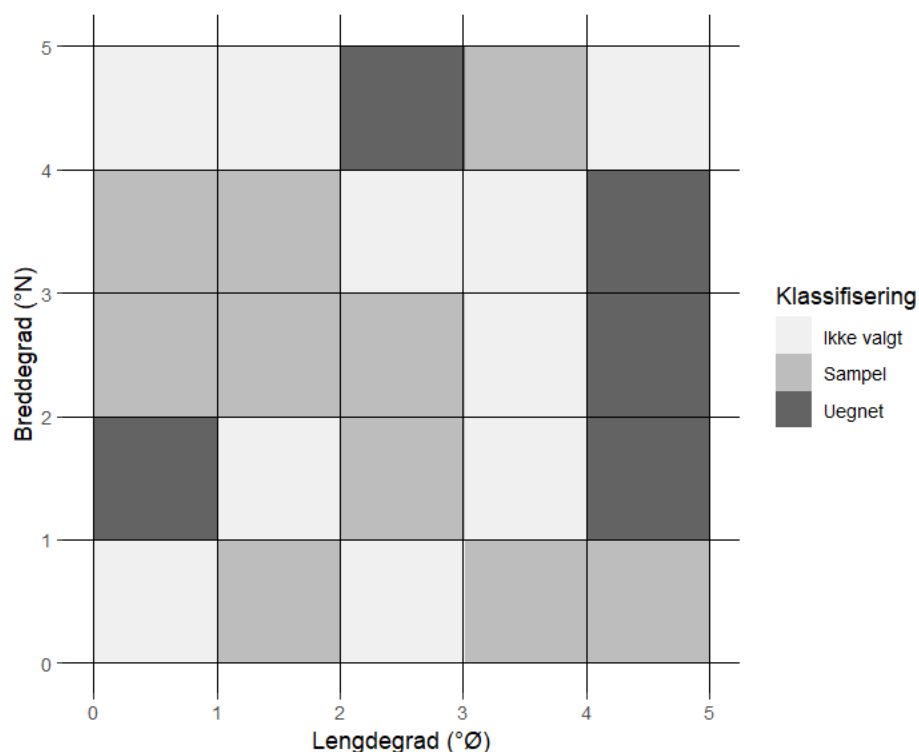
For å vurdere de valgte modellene for de to metodene mot hverandre ble predikerte verdier for hver beregningscelle sammenliknet med bakkesannhet – der bakkesannheten var bonitetsverdien beregnet for enkeltbestand under 2.3.2. Differansene mellom beregningscellenes verdi og bakkesannhet dannet grunnlaget for vurdering av modellene. Den beste modellen ble definert til den modellen som ga minst spredning i differansene, og minst systematiske feil.

2.3.4 Prediksjon og simulering

Klassifiseringen av beregningscellenes egnethet resulterte i at de 75 bestanden det ble gjort feltnmålinger for ble redusert til 56 bestand, der det var alt fra 31 til 577 beregningsceller per bestand. Tilpassede regresjonsmodeller ble brukt til å predikere en bonitetsverdi per beregningscelle. Modellen tilhørende boniteringstreslaget ble brukt for alle celler innen det aktuelle bestandet. Gjennomsnittet av predikert bonitetsverdi for alle beregningsceller innad i et bestand ble brukt som det endelige estimatet på bestandsbonitet.

Simuleringen ble gjort ved å trekke ut en prosentandel av beregningscellene. Det utvalgte sampelet representerte de cellene som ble antatt egnet, og følgelig ble de gjenstående cellene antatt å være uegnet. Dette ble gjort for alle de 56 bestandene i 5 % klasser fra 5 % til 95 % (5 %, 10 %, 15 %, ..., 95 %). For hver prosentandel og hvert bestand ble det gjort 10 000 tilfeldige utvalg. Middelfeilen til de enkelte bestandene ble beregnet som standardavviket til de 10 000 sampelgjennomsnittene for hver prosentandel egnede celler. Det produserte ett middelfeilestimat per utvalgsprosent for hvert bestand. Middelfeil er et egnet kriterium i dette tilfellet fordi det uttrykker spredningen til middelveidene til ulike sampel trukket fra den samme populasjonen. Altså vil stor middelfeil bety at hvilke celler som er tilgjengelig potensielt kan ha stor effekt på bonitetsestimatet, mens lav middelfeil vil si at hvilke celler som er tilgjengelig vil ha mindre effekt på det endelige bonitetsestimatet.

Enkel kombinatorikk viser at det for små bestand er færre enn 10 000 potensielle kombinasjoner av celler (nCr). Dette var et problem ved små og store relative utvalg (5-10 % og 90-95 %). Konsekvensen av dette er at dersom det trekkes 10 000 sampel, så vil de samme samplene definitivt velges gjentatte ganger. Dersom alle potensielle sampel har blitt trukket, vil ikke flere utvalg tilføre noe ekstra informasjon til estimatet av middelfeilen. Fordi utvalget ble gjort helt tilfeldig var det mulig at enkelte sampel ble trukket gjentatte ganger, mens andre ikke ble trukket i det hele tatt. Etter hvert som de fleste samplene er trukket, vil sannsynligheten for å trekke et sampel som ikke allerede er trukket bli stadig mindre. Resultatet er at de samme samplene trekkes gjentatte ganger, uten å tilføre tilleggsinformasjon. For tilfeldige utvalg må det antas at utvalgsgjennomsnittene vil tendere mot den sanne middelveiden til populasjonen, og på grunn av at simuleringsprosedyren var beregningsintensiv, ble det vurdert at det var uhensiktsmessig å trekke flere sampel enn nCr for de små bestandene. På grunn av dette ble nCr beregnet for hvert bestand, og dersom nCr var mindre enn 10 000 ble antallet iterasjoner satt lik nCr .



Figur 2

Figuren viser klassifisering av beregningsceller som «egnet» eller «uegnet» og et teoretisk utvalg av 50 % av cellene for et tenkt bestand med 25 gridceller totalt. Det ble først gjort en klassifisering av hvorvidt de enkelte cellene er egnet til prediksjon av bonitet ved bruk av ΔH_{90} og ΔH_{mean} . Celler med negative verdier for disse variablene ble klassifisert som uegnet, i dette eksempelet 5 celler (mørk grå). De gjestående 20 cellene ble ansett som den nye totalen. Det medfører at det ved simulering av at 50 % av cellene er egnet til prediksjon vil trekkes 10 tilfeldige celler (grå), følgelig er de resterende 10 cellene i simuleringen antatt å være uegnet til prediksjon (lys grå). Denne utvalgsprosessen ble gjentatt 10 000, eller nCr ganger for hvert bestand og utvalgsprosent.

Antallet iterasjoner utført ved simulering ble valgt tilfeldig, fordi det ble antatt å være nok til å gi pålitelige estimater. Fordi prosessen var svært beregningsintensiv representer dette antallet iterasjoner også øvre grense av hva som er praktisk gjennomførbart med tilgjengelige ressurser. Det var derfor ønskelig å gjøre en vurdering av om dette antallet faktisk var tilstrekkelig, og eventuelt om estimatene kan få tilfredsstillende presisjon selv ved et lavere antall iterasjoner. Det ble beregnet et eget kriterium for å sjekke at antallet iterasjoner ble satt høyt nok. Kriteriet baserer seg på funn gjort av McRoberts et al. (2022), der det antas at det er utført nok iterasjoner når variansen til utvalgene stabiliseres. Med andre ord sier kriteriet at det er utført nok iterasjoner når middelfeilestimatet ikke endres hvis det utføres flere iterasjoner. Kriteriet er videre omtalt som «variansstabiliseringskriteriet». Under er det gitt en kort forklaring av hvordan beregningene ble utført, for en mer detaljert beskrivelse se McRoberts et al. (2022).

Beregning av variansstabiliseringskriteriet baserer seg på bootstrapping der det trekkes et ønsket antall sampel ($i = 1, 2, \dots, n_{boot}$). I dette tilfellet var altså n_{boot} lik 10 000 sampel innen hvert bestand for hver utvalgsprosent. For hvert sampel beregnes det et utvalgsgjennomsnitt. For hver nye iterasjon beregnes det et standardavvik for alle utvalgsgjennomsnitt til alle de utførte iterasjonene (SD_{TOT}). I tillegg beregnes standardavviket til de siste 50 % av iterasjonene (SD_{50}). Kriteriet sier at det er utført

nok iterasjoner når absoluttverdien til forholdstallet mellom SD_{TOT} og SD_{50} er mindre enn eller lik 0,5 %. Iterasjonsnummer første gang kriteriet ble nådd ble registrert, og i de tilfeller kriteriet aldri ble nådd innen utførte iterasjoner, ble den laveste observerte verdien registrert.

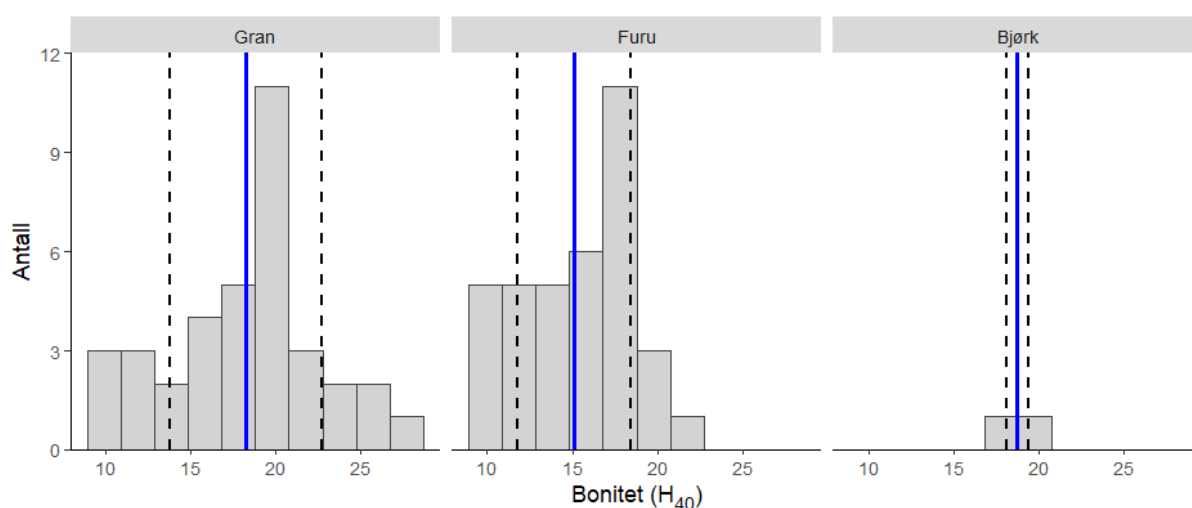
3. Resultater

3.1 Bestandsvariasjon

Beregning av grunnflatesum for alle flater innen bestand, og valg av treslaget med størst grunnflatesum som boniteringstreslag resulterte i at 36 bestand ble bonitert som gran, 36 bestand ble bonitert som furu og 2 bestand ble bonitert som bjørk. Det dominerende treslaget utgjorde alt fra 35 % til 97 % av grunnflatesummen i bestandet. 5 granbestand, 8 furu bestand og ingen av bjørkebestandene hadde en grunnflate over 80 % for det dominerende treslaget.

I felt ble 264 av de totalt 556 bestandsflatene bonitert som gran, 275 ble bonitert som furu og 17 ble bonitert som bjørk. Flatene som var bonitert på feil treslag ble konvertert. Da denne konverteringen var gjennomført var henholdsvis 223, 319 og 14 flater bonitert som gran, furu og bjørk (Tabell 4).

Bonitet på bestandsnivå ble beregnet som gjennomsnitt av alle bestandsflater i de enkelte bestand. Et histogram over treslagsvis bonitet for bestandene er gitt i Figur 3. Gran viste størst spredning i bonitetsverdier, med laveste bonitetsverdi på 9,1 meter og største bonitetsverdi på 26,9 meter. Furu viste tilsvarende spredning mellom laveste og høyeste verdi, med 9,2 meter som laveste verdi og 22,1 meter som høyeste verdi. Gran ($SD = 4,52$ m) viste også en større spredning i bonitetsverdier mellom bestand enn furu ($SD = 3,31$ m). Bjørk viste en vesentlig lavere differanse mellom høyeste og laveste bonitetsverdi (18,3 – 19,9 m), i tillegg til at variasjonen mellom bestandene var vesentlig lavere ($SD = 1,13$ meter). Den gjennomsnittlige bonitetsverdien til furu (15,1 meter) var betydelig lavere enn de gjennomsnittlige bonitetsverdiene for gran (18,2 m) og bjørk (19,1 m).



Figur 3

Treslagsvis fordeling av bonitet på bestandsnivå. Middelverdi markert med heltrukken blå linje, og standardavvik markert med stiplet svart linje.

Variasjonen i bonitet innad i bestand ble beregnet som standardavvik mellom bonitetsverdien til alle bestandsflater innen de enkelte bestand. Fordi bestandsgrensene hadde endret seg noe siden

bestandsflatene ble etablert i 1998, var det i 12 av bestandene bare én flate. Det medførte at det ikke var mulig å beregne noe standardavvik som estimat på variasjonen. Dette var tilfellet for 5 granbestand og 7 furubestand. Bjørk ga i snitt den høyeste variasjonen i bonitet innad i bestand (SD = 3,73 meter), og gran (SD = 3,15 meter) ga i snitt større variasjon innen bestand enn furu (SD = 1,94 meter) som var treslaget med lavest bonitetsvariasjon innen bestand. Fordelingen til standardavvikene beregnet mellom bestandsflater innen samme bestand er oppsummert i Tabell 4 og vist grafisk i Figur 4. Gran viste den største spredningen i variasjon innen bestand (SD = 0,08 – 6,69), og var det treslaget med både største og laveste variasjon mellom flater innen samme bestand. Der den største variasjonen mellom flater ble observert for bestand der hoved treslagsblandingen var stor. Spredningen til bonitetsvariasjonen for furubestandene var betydelig mindre (0,75 – 2,99 m). Bjørk hadde klart minst avvik mellom største og laveste bonitetsvariasjon innen bestand (2,63 – 4,84 m). Bjørk var det treslaget som i snitt hadde høyest bonitetsvariasjon for enkeltbestand, etterfulgt av gran, mens furu hadde minst gjennomsnittlig bonitetsvariasjon (Tabell 4).

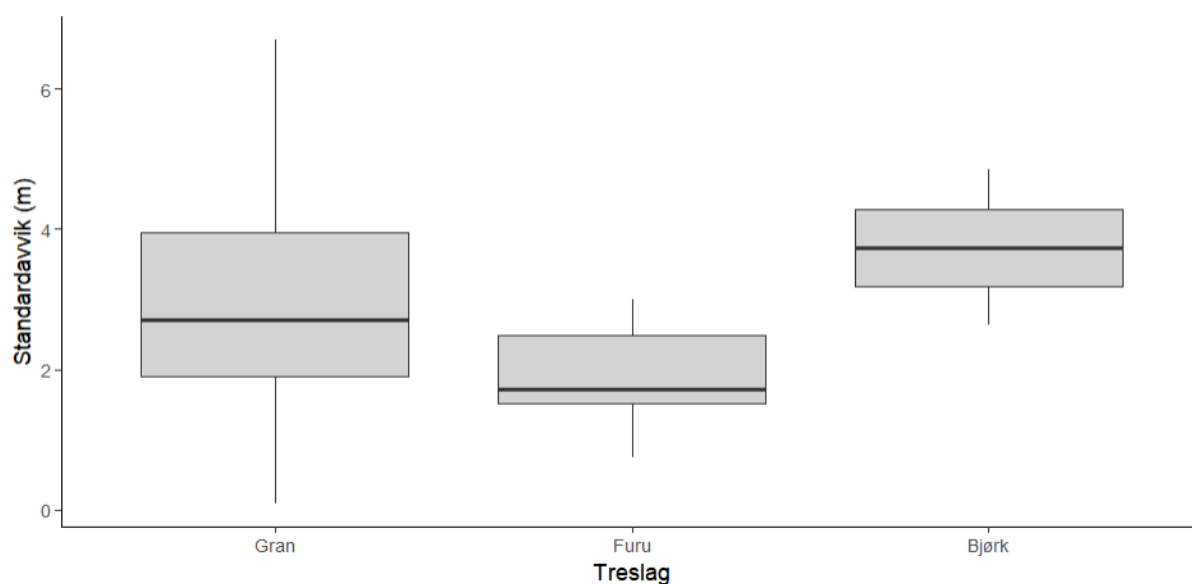
Beregningene som er utført av prosentvis grunnflatesum og bonitetsvariasjon kan sees enkeltvis for alle bestand i vedlegg 1.

Tabell 4

Boniteten og bonitetsvariasjon oppsummert per treslag. Antall flater er basert på hvilket treslag som ble antatt å være dominerende utfra grunnflatesummen målt i felt. Variasjon i bonitet innen det enkelte bestand (SD) er vurdert basert på feltmålt bonitet på alle bestandsflater innen de aktuelle bestandene.

Treslag	Bestand (n)	Flater (n)	H ₄₀ (m)			SD (m)		
			Range	Gj.snitt	SD	Range	Gj.snitt	SD
Gran	36	223	9.1 - 26.9	18.21	4.52	0.08 - 6.69	3.15	1.63
Furu	36	319	9.2 - 22.1	15.11	3.31	0.75 - 2.99	1.94	0.63
Bjørk	2	14	18.3 - 19.9	19.10	1.13	2.63 - 4.84	3.73	1.56

H₄₀: Høydebonitet ved referansealder 40 år, SD: Standardavvik



Figur 4

Fordelingen til standardavvik beregnet mellom bestandsflater i samme bestand.

3.2 Modellering

Det ble forsøkt med svært mange forskjellige modelltilpasninger for de treslagsvise modellene, og det ble det observert en tydelig trend til at parameterestimatene for liknende laservariabler ofte var svært like mellom modeller. For eksempel, for modeller som brukte trehøyde ved ett av tidspunktene og høydeutvikling i perioden, lå parameterestimatet knyttet til høyden ved ett av tidspunktene ofte mellom 0 og 1 og parameterestimatet knyttet til høydeutviklingen mellom 2 og 3 for alle høydepersentiler. Det medførte at modellene presterte svært likt med hensyn på seleksjonskriteriet RMSEP. Modellene presterte også svært likt med hensyn på andel forklart varians (R^2_{adj}). For gran og furu klarte ikke de tilpassede modellene å forklare mer enn 50-60 % av variasjonen i dataene. For gran og furu var det modellene med laservariabel fra T1 og høydeutvikling over perioden som jevnt over ga de beste tilpasningene. Variabler knyttet til de øvre sjiktene av kronedekket (H85 – H95) så også ut til å prestere bedre enn persentiler lavere i kronedekket. Modeller med bare én variabel klarte ikke å forklare like mye av variasjonen i dataene og tilførsel av en tredje variabel ga problemer med multikolinearitet uten betydelig reduksjon av RMSEP. Modellene som presterte best for gran og furu med hensyn på RMSEP ble vurdert for vanlige modellantakelser, men ingen betydelige avvik ble funnet, og følgelig ble modellene med lavest RMSEP valgt. Modelltilpasning for bjørk viste en del av de samme tendensene funnet for gran og furu, men det var enda mindre variasjon mellom modeller med ulike variabler. Persentilene lavere i kronedekket så også ut til å prestere noe bedre enn for de to andre treslagene, men fortsatt dårligere enn persentilene tilknyttet de øverste delene av kronedekket. Modellene for bjørk klarte også å forklare langt mer av variasjonen i dataene, med 95 – 99 % av variasjonen forklart. RMSEP ble også langt lavere for bjørk enn de to andre treslagene. På grunn av at modellene ble tilpasset på bakgrunn av bare fire observasjoner var det svært vanskelig å vurdere hvorvidt modellene tilfredsstilte modellantakelsene. Det var ingen åpenbare avvik fra modell

antakelsene, og derfor ble modellen med lavest RMSEP valgt. De treslagsvise modellene tilpasset for de tre treslagene er gitt i Tabell 5.

Ved tilpasning av mixed-effect modeller ble det også forsøkt med svært mange kombinasjoner av laservariabler. Modellene viste mange av de samme tendensene som ved tilpasning av modeller for hver enkelt treslag. De ulike modelltilpasningene resulterte i svært like parameterestimer på tvers av modeller, og modeller med to variabler presterte jevnt over bedre enn modeller med én eller tre variabler. Modellene med laservariablene for de øverste sjiktene i kronen presterte jevnt over best, men i motsetning til de treslagsvise modellene presterte variablene knyttet til T2 bedre enn variablene for T1. Det var ganske store avvik i seleksjonskriteriet BIC de beste og dårligste modellene, men det var svært jevnt mellom de beste. Den endelige modellen som ble valgt hadde en BIC verdi på 673. Denne modellen er gitt i Tabell 5.

Tabell 5

Treslagsvise modeller tilpasset med RMSEP som seleksjonskriterium, og blandet-effekt modeller tilpasset med BIC som seleksjonskriterium.

Treslag	Modell	R^2_{adj}	RMSEP
Treslagvise modeller			
Gran	$H_{40} = -1.99 + 0.67 H_{85T1} + 2.28 \Delta H_{90}$	0.58	3.17
Furu	$H_{40} = -0.66 + 0.49 H_{90T1} + 2.32 \Delta H_{95}$	0.54	3.04
Bjørk	$H_{40} = -2.82 + 1.06 H_{80T1} + 2.18 \Delta H_{85}$	0.99	0.16
Mixed-effect modeller			
Main effect	$H_{40} = -0.59 + 0.64 H_{80T2} + 1.65 \Delta H_{95}$		
Gran	$H_{40} = -0.89 + 0.64 H_{80T2} + 1.65 \Delta H_{95}$		
Furu	$H_{40} = -2.02 + 0.64 H_{80T2} + 1.65 \Delta H_{95}$		
Bjørk	$H_{40} = 1.15 + 0.64 H_{80T2} + 1.65 \Delta H_{95}$		

H_{XT1} : Høydepersentil X ved T1 (m), H_{XT2} : Høydepersentil X ved T2 (m)
 ΔH_X : Utvikling i høydepersentil X mellom T1 og T2 (m)
 $H_{mean,T1}$: Gjennomsnittshøyde ved T1 (m), $H_{mean,T2}$: Gjennomsnittshøyde ved T2 (m)
 $H_{max,T1}$: Maksimumshøyde ved T1 (m), $H_{max,T2}$: Maksimumshøyde ved T2 (m)
 ΔH_{mean} : Utvikling i gjennomsnittshøyde mellom T1 og T2 (m), ΔH_{max} : Utvikling i maksimumshøyde mellom T1 og T2 (m)

Etter å ha funnet den mixed-effect modellen og de treslagvise modellene som best tilfredstilte modellkriteriene som ble satt, ble de to modelleringsteknikkene sammenliknet for å finne endelig modell til bruk i simuleringsarbeidet. For alle gridceller klassifisert som egnet med hensyn på prediksjon ble det predikert bonitetsverdier ved bruk av de treslagvise modellene og mixed-effect modellen. Sammenlikning av predikert og feltmålt verdi ble brukt til å beregne differanser for de to modellene. Deskriptiv statistikk for differansene beregnet for de to modelleringsteknikkene framkommer av Tabell 6. De to metodene viste seg å prestere svært likt. Prediksjonene fra begge metodene lå i snitt 2 meter under feltmålt bonitet. Plotting av differansene mot bonitetsverdier viste at denne tendensen skyldes at predikert bonitet i bestand med gode boniteter lå betydelig under den feltmålte verdien. Effekten ble særlig fremtredende i bestand der boniteten var 20 meter eller høyere.

Også spredningen til differansene viste seg å være svært like for de to modelleringsteknikkene. Standardavviket til differansene var for begge modellene tilnærmet lik 3,4 meter. Etter klassifisering av celler for egnethet var det bare ett bjørkebestand igjen. For samtlige celler i dette bestandet var predikert bonitetsverdi lavere enn feltmålt verdi. Verdiene varierte mellom -2,5 meter og -14 meter for begge modelltypene. Den deskriptive statistikken beregnet for de to metodene viser at forskjellen mellom metodene er på centimeternivå – presisjon bedre enn det vi i praksis har grunnlag til å trekke konklusjon utfra basert på dataene. Den marginale forskjellen som er observert gjør at modellene i praksis må antas likeverdige. Det måtte gjøres et valg av modell, og fordi de treslagvise modellene presterte marginalt bedre, ble disse valgt til det videre arbeidet.

Tabell 6

Deskriptiv statistikk for differansene mellom predikerte og feltmålte verdier for de to modelleringsteknikkene.

	Differanse (m)		
	Gj.snitt	Median	SD
Treslagvise modeller	-2.11	-2.02	3.41
Mixed-effect modeller	-2.17	-2.08	3.46

SD: Standardavvik

3.3 Prediksjon og simulering

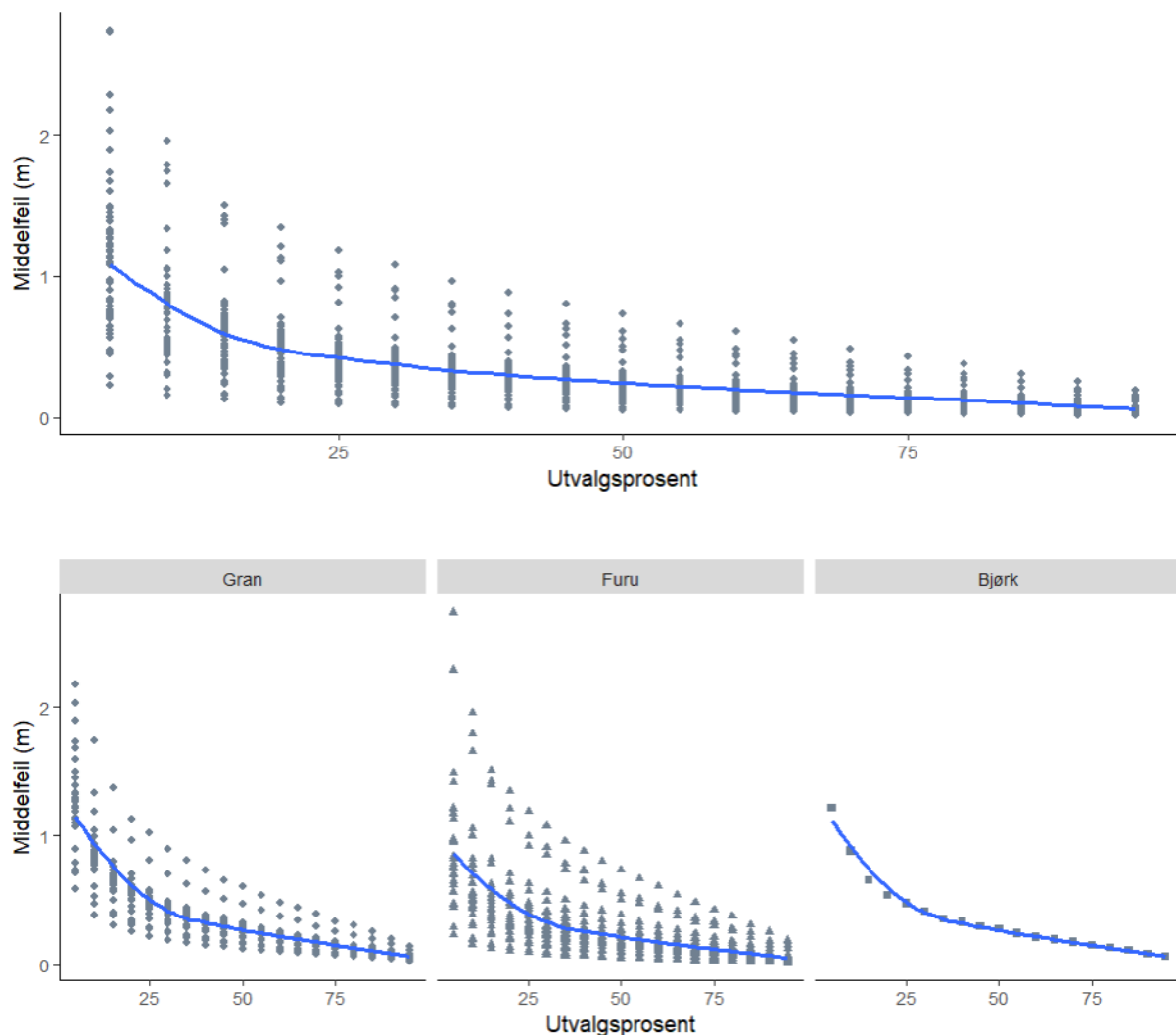
Simulering av middelfeilens utvikling ved økende utvalgsprosent viste en klar tendens til avtakende middelfeil ved økende andel beregningsceller (Tabell 7). Med en spredning fra 0,23 meter til 2,73 meter, var spredningen i middelfeil klart størst ved et utvalg av bare 5 % av cellene. Spredningen mellom maksimum- og minumsverdi avtok jevnt, og ved tilfeldig utvalg av 95 % av cellene var spredningen redusert til 0,01 – 0,19 meter. Gjennomsnittlig middelfeil for alle bestand viste også en synkende trend ved økende samplingsfrekvens. Ved å øke antallet celler fra 5 % til 95 % sank gjennomsnittlig middelfeil fra 1,12 meter til 0,06 meter. Det ble ikke observert noe veldig klart punkt der middelfeilen tydelig forbedres sammenliknet med foregående utvalgsprosent, men plotting viser at effekten til avtagende middelfeil muligens kan sies å være størst fram til 25 % av cellene blir brukt til bonitetsestimering (Figur 5). For bjørk er det vanskelig å se noen trend, ettersom beregningene kun ble utført for ett bestand. Men, ved sammenlikning mellom det ene bjørkebestandet det er utført beregninger for, og bestandene med gran og furu, kan det se ut til at bjørk følger den samme utviklingen i middelfeil som de to andre treslagene.

Tabell 7

Range og gjennomsnitt av middelfeil for alle bestand estimert gjennom simulering vist for enkelte utvalgsprosjenter.

Utvalgsprosent	Middelfeil (m)	
	Range	Gj.snitt
5	0.23 - 2.73	1.12
25	0.09 - 1.19	0.43
50	0.05 - 0.74	0.24
75	0.03 - 0.43	0.14
95	0.01 - 0.19	0.06

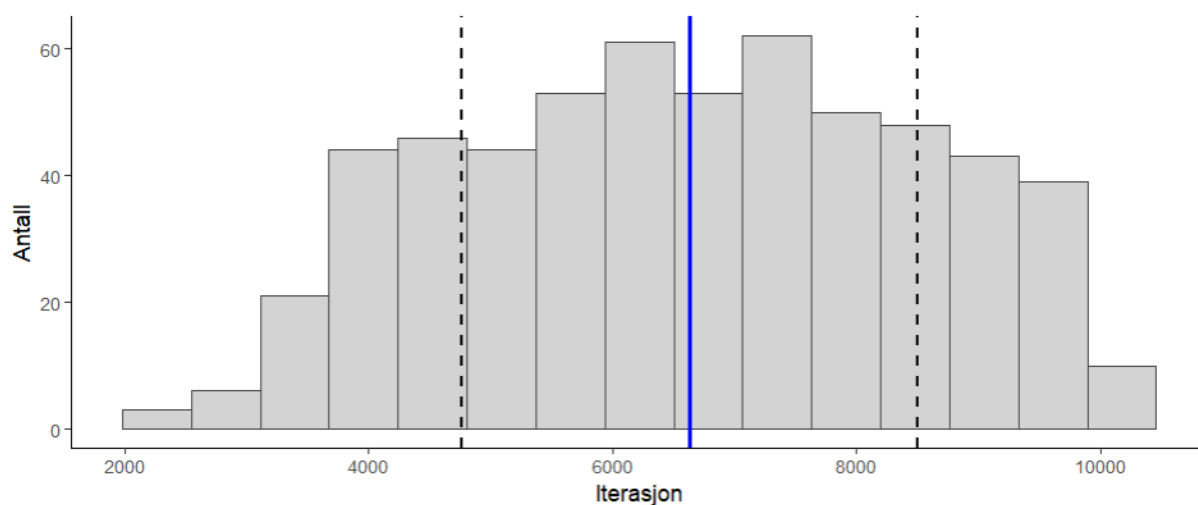
Plotting av middelfeilutviklingen viste trenden til avtakende middelfeil ved økende samplingsfrekvens, slik som beskrevet over. Basert på plottene ble det også observert at det er enkelte bestand som skiller seg ut med større middelfeil enn de andre (Figur 5). Det var særlig to granbestand, og tre furubestand som skilte seg ut. Middelfeilutviklingen ble derfor plottet for alle bestand, disse kan sees i vedlegg 2. Disse plottene viste at det er bestandene 248 og 469 som skiller seg ut for gran, og bestandene 295, 454, 449 som skiller seg ut for furu. Nærmere studie av bestanden viste at de to granbestandene var bestand med bonitetsverdier på 20,6 meter og 20,1 meter med forholdsvis stor intern bonitetsvariasjon med standardavvik mellom bestandsflater på henholdsvis 4,47 m og 6,54 meter. Gran var klart dominerende i begge bestand med en grunnflatesum som utgjorde henholdsvis 83 % og 75 % for de respektive bestandene. De tre furubestandene hadde bonitetsverdier på 9,2 meter, 14,6 meter og 14,7 meter. I bestandene 248 og 469 var det bare én bestandsflate, og den interne bonitetsvariasjonen er dermed ikke kjent. For det siste bestandet, 454, var standardavviket mellom bestandsflater på 2,99 meter. Med en grunnflate som utgjorde 81 %, var furu klart dominerende i bestand 295. I bestand 449 og 454 utgjorde furu bare henholdsvis 38 % og 35 % av grunnflaten. Bonitetsverdier, bonitetsvariasjon og treslagssammensetning for alle bestand kan sees i vedlegg 1.



Figur 5

Utvikling i middelfeil for økende utvalgsprosent av gridceller for alle simuleringer under ett (øverst) og fordelt på treslag (nederst).

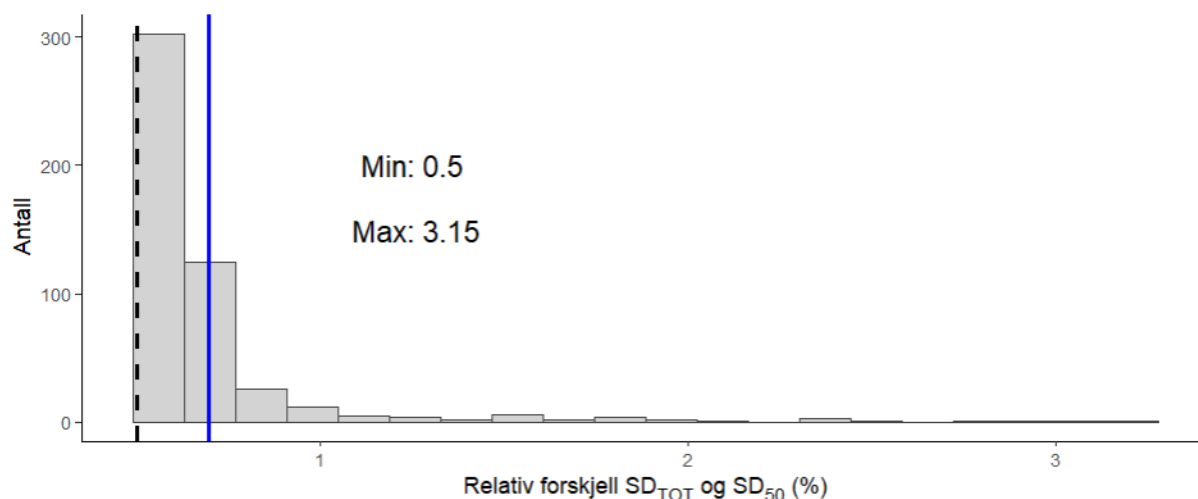
Med 57 bestand og 19 nivåer av prosentvise uttak av beregningsceller ble det totalt beregnet variansstabiliseringskriterium for 1083 uavhengige simuleringer. Disse beregningene viste at kriteriet ble nådd for 583 av simuleringene. Histogrammet i Figur 6 viser at antallet iterasjoner som måtte til for å nå kriteriet på 0,5 % danner en uniform, unimodal fordeling omkring gjennomsnittet. I snitt måtte det 6633 til for at variansstabiliseringskriteriet skulle nå kravet satt til 0,5 %, og standardavviket til fordelingen er på 1869 iterasjoner. Bestand 377 med en utvalgsprosent på 70 prosent utgjorde simuleringen som nådde en relativ forskjell på 0,5 % ved lavest antall iterasjoner, der kriteriet ble nådd etter 2084 iterasjoner. Bestand 262 med en utvalgsprosent på 85 % brukte 9999 iterasjoner på å nå kriteriet, som var det største antallet blant de bestandene og utvalgsprosentene som nådde 0,5 % innen alle iterasjonene som ble utført. Variansen stabiliserte seg for om lag 30 simuleringer for alle utvalgsprosentene. Det ble altså ikke sett noen effekt av utvalgsprosent med hensyn på om kriteriet ble møtt. For enkelte bestand ble kriteriet oppfylt ved flere nivåer av simuleringen enn for andre, med alt fra 4 ganger for bestand 400 og opp til 15 ganger for bestand 340.



Figur 6

Fordeelingen til antall iterasjoner nødvendig for å nå en relativ forskjell mellom SD_{TOT} og SD_{50} på 0,5% for de bestand og utvalgsprosenten der kriteriet ble møtt innen 10 000 eller nCr iterasjoner. Gjennomsnittlig antall iterasjoner nødvendig for å nå kriteriet på 0,5 % er indikert med blå linje, og tilhørende standardavvik er vist som sorte, stiplede linjer.

For 499 av simuleringene ble aldri kravet til variansstabiliseringskriteriet møtt. I de tilfellene ble laveste oppnådde prosentvise forskjell mellom SD_{TOT} og SD_{50} registrert. Fordeelingen til disse prosentene er gitt i Figur 7, og viser en svært positivt skjevfordelt kurve. Variansstabiliseringskriteriet strekker seg fra 0,5004 % til 3,15 %, med en gjennomsnittsverdi på 0,69%. 464 av observasjonene, altså om lag 93 %, ligger under 1 % relativ forskjell mellom SD_{TOT} og SD_{50} . Det var 9 simuleringer som aldri kom under 2 % i relativ forskjell. Dette var for bestandene 201, 262, 277, 296, 318, 449 og 454, og inntraff for 5 % og 95 % utvalg av flater. Dette var alle små bestand, slik at det ble utført nCr iterasjoner istedenfor 10 000.



Figur 7

Laveste relative forskjell mellom SD_{TOT} og SD_{50} observert for bestand og utvalgsprosenten der kriteriet 0,5 % ikke ble nådd innen 10 000 eller nCr iterasjoner. Gjennomsnittlig avvik i prosent er gitt av den blå linjen. Den svarte stiplede linjen indikerer kriteriet på 0,5 % for å anta at det er utført nok iterasjoner.

4. Diskusjon

4.1 Bestandsvariasjon

At de høyeste bonitetene ble observert for gran kan forklares med at gran trives i fuktigere høyproduktive søkk, og blir prioritert til de beste voksestedene. At gran også viste de laveste bonitetsverdiene kan forklares med at gran ofte prioriteres i norsk skogbruk, og det er en tendens til å la grana stå der andre treslag burde blitt prioritert. Typisk blir gran satt igjen på for tørre, skrinne områder der hovedtreslaget i utgangspunktet burde vært furu.

Gran var også det treslaget som viste størst og minst bonitetsvariasjon innen bestand. Den største variasjonen ble observert for bestand med stor treslagsblanding. Det er flere mulige årsaker til denne effekten. Ved bonitering av ulike treslag innen bestand ble feltmåltbonitet omregnet til boniteten for det dominerende treslaget. Konverteringsfunksjonen som er brukt er tilpasset på et ganske begrenset datamateriale, og særlig funksjonene for konvertering mellom bjørk og de to andre treslagene – gran og furu. Det er altså noe usikkerhet knyttet til hvor godt funksjonene klarte å konvertere bonitetsverdier mellom treslagene for dette datamaterialet. For det andre kan det også tenkes at treslagsblandingen faktisk er et uttrykk for bonitetsvariasjonen innen bestand. For eksempel kan det tenkes at furu blir stående på de tørreste områdene innen et granbestand, slik at bonitetsvariasjonen utnyttes gjennom treslagsblanding. Det er vist at treslagsblandinger kan påvirke produksjonsnivået i skogen (Jonsson et al., 2019). Det er altså mulig at treslagsblanding kan påvirke bonitetsverdiene til de enkelte flatene. Det kan også tenkes at bestandsinndelingen som er gjort ikke er tilfredsstillende, eller at forholdene i skogen har gjort at enkelt bestand ligger utenfor gyldighetsområdet til boniteringsfunksjonene. I bestand 469, som er bestandet med størst variasjon, ble det observert at alderen til bestandsflatene var todelt, der de fleste flatene hadde en alder rundt 60 år, og at de resterende flatene var nærmere 20 år. Bestandet er altså ikke ensaldret, boniteringsfunksjonene er derfor egentlig ikke gyldig.

At furubestandene viste lavest gjennomsnittlig bonitet er naturlig da disse typisk var lokalisert i de tørrere, høyereliggende, skrinne områdene med lavere vekstpotensial.

Bjørk var treslaget med høyest gjennomsnittlig bonitet, og hadde størst gjennomsnittlig bonitetsvariasjon av de tre treslagene. Det var bare to bestand som ble bonitert som bjørk, som er et for lite utvalg til å vise til å trekke en klar konklusjon. Bestand 596 var bjørkebestandet med størst variasjon, og av de ti bestandsflatene som var grunnlaget for beregningene var bare halvparten bonitert som bjørk, og de resterende ble regnet om fra gran og furu. I tillegg utgjorde bjørk bare 41 % av grunnflaten i bestandet. Bjørk ser dermed ut til å følge den samme generelle trenden observert for gran, der antall flater bonitert på hoved treslaget og hovedtreslagets grunnflateandel ser ut til å påvirke det endelige estimatet på bonitetsvariasjonen.

Sammenlikning av bonitetsvariasjonen med tidligere studier viste at variasjonen som ble funnet innen bestand er av samme størrelse som tidligere funn (Eid, 1992), og det så dermed ut til at bonitetsvariasjonen i studieområdet er representativ for norske forhold.

Fasit bonitet for de enkelte bestand ble vurdert som gjennomsnittet av alle bestandsflater innen de enkelte bestand. Dette baserer seg på designbasert sampling, der det antas at boniteten på de enkelte bestandsflatene er fast og kjent med sikkerhet. Det er allikevel flere grunner til å tro at dette ikke medfører riktighet. Bonitering av skogmark forutsetter at det gjøres registreringer av høyde og alder, og det er vist begge disse variablene er vedheftet en viss feil ved registrering, og det er vist at måling av bonitet utført for samme område av ulikt takstmannskap resulterer i forskjellig bonitetsverdi (Hansen, 2021; Næsset, 1994). Hvis disse feilene antas å være tilfeldige vil man allikevel treffe den

sanne bonitetsverdien i snitt, er feilene systematiske vil bonitetsverdien over- eller underestimeres. For bestand med mange bestandsflater kan det antas at feltmålt bonitet ligger nær det sanne snittet av flater, mens de nevnte effektene kan være et større problem i bestand med bare én flate. Dette er allikevel vanlig praksis for bonitering av skogmark, og det beste alternativet vi hadde for å skaffe bakkesannheten i dette tilfellet.

Et annet problem er at bonitet er en bestandsvariabel som her er målt på prøveflatenivå. Høydebonitet etter H_{40} -systemet er per definisjon overhøyden til de 100 grøvste trærne per hektar. Disse trærne er antakeligvis ikke jevnt fordelt utover bestandet – antakeligvis står disse trærne samlet på de beste voksestedene i bestandet. Det må derfor antas at de to grøvste trærne på de 250 m² prøveflatene i snitt er mindre enn de 100 grøvste trærne per hektar, som medfører at boniteten som har blitt målt trolig ligger noe under den virkelige bonitetsverdien.

Som nevnt innledningsvis har de Norske boniteringsfunksjonene for H_{40} -høydebonitet et temmelig snevert gyldighetsområde, og de forutsetter blant annet at hovedtreslaget skal utgjøre minimum 80 % av bestandets grunnflate (Braastad, 1983; Tveite & Braastad, 1981). Beregningene gjort for bestandsflatene innen de enkelte bestanden viste at dette var en antakelse som ble brutt for svært mange bestand (Vedlegg 1). Av de totalt 74 bestandene det ble samlet inn feltdata, så var det kun fem granbestand og åtte furubestand som tilfredsstilte dette kravet – ingen av de to bjørkebestandene tilfredsstilte kravet. Det vil si at 61 bestand ikke tilfredsstiller kravet til hovedtreslagets grunnflateandel. Altså er 80 % av bestandene utenfor gyldighetsområdet til boniteringsfunksjonene bare ved vurdering av ett av flere kriterier. Problemet knytter seg til boniteringsfunksjonen som er tilgjengelig for norske forhold, og det var ingen enkelt måte å løse dette problemet – dette er også et problem ved bonitering for utvikling av skogbruksplaner. Boniteringsfunksjonene til Sharma et al. (2011) er nyere funksjoner tilpasset på et ganske stort datasett, blant annet fra landsskogtaksten, og ble derfor ansett som det beste valget av boniteringsfunksjoner i dette tilfellet.

4.2 Modellering

Det ble antatt at multikollinearitet ville være et problem ved modelltilpasning. At liknende laservariabler produserte svært like parameterestimer, og at det var svært liten forskjell mellom modellen som ble tilpasset underbygger denne antakelsen, og støttes av det faktum at beregninger av VIF også viste at det ikke var mulig å tilpasse modeller med mer enn to forklaringsvariabler uten å få problemer med kollinearitet.

Ved tilpasning av treslagvise modeller ble det vist at modellene for gran og furu bare klarte å forklare omtrent 50-60 % av variasjonen i datamaterialet. Det vil si at det fortsatt var mye uforklart variasjon, og betydelig mindre enn ved tidligere studier av den direkte boniteringsmetoden (Noordermeer et al., 2018). Det ble forsøkt med svært mange ulike kombinasjoner av laservariablene, slik at dette måtte antas å være en konsekvens av datamaterialet som ble bruk i modelltilpasningene, og ikke en konsekvens av modelltilpasningene som ble gjort. Tilpasningen gjort for bjørk klarte å forklare langt mer av variasjonen, men i dette tilfellet må det antas å være en konsekvens av antallet flater som var tilgjengelig. Det ble vist at modellene ga betydelige negative verdier for alle celler i det ene bjørkebestandet det utført prediksjon. Dette kan være en effekt av at det bare var fire observasjoner tilgjengelig til modelltilpasning, som kan ha medført at modellene er for godt tilpasset de fire datapunktene og dermed ikke er egnet til generalisering og prediksjon. En alternativ forklaring kan være at bruken av ΔH_{90} og ΔH_{mean} ikke var en egnet metode for klassifisering av cellenes egnethet til bonitetsprediksjon i dette tilfellet. Få observasjoner gjorde også at det ikke var mulig å vurdere i hvilken grad de ulike modellantakelsene var brutt eller ikke.

Det ble observert at laservariabler knyttet til de øvre sjiktene av kronedekket presterte bedre enn variabler lenger ned. Dette stemmer godt overens med at bonitet er en variabel knyttet til bestandets overhøyde. Nærmere bestemt er bonitet knyttet til bestandets overhøyde utvikling, og det var derfor naturlig at variablene knyttet til høydeutviklingen i perioden bidro positivt til modellenes prediksjonsevne. At også variablene knyttet til ett av tidspunktene bidro til økt prediksjonsevne kan forklares med at bonitet normalt måles som overhøydeutvikling mellom bestandet etableringstidspunkt, og tidspunktet boniteringsarbeidet utføres. Trærnes høyde bidrar da med informasjon om den perioden vi ikke har laserdata for høydeutviklingen.

Bonitetsverdien brukt til modelltilpasning stammet fra prøveflatene på 400 m². At boniteten brukt til modellering er beregnet på en annen flate størrelse enn beregningscellene modellene skal predikere medførte noe problemer. Det må antas at sannsynligheten for å inkludere et stort tre er avhengig av flatestørrelsen, slik at det er litt mer sannsynlig med ett stort tre på en stor flate sammenliknet med en mindre flate. Altså vil feltmålt bonitet til prøveflatene være litt større enn for bestandsflatene. Det betyr at modellene ble tilpasset et datamateriale med litt høyere bonitetsverdier enn det modellene ble sammenliknet med. Dette var det i praksis vanskelig å gjøre noe med. Alle trær ble registrert med avstand fra flatesentrum, og det ville vært teoretisk mulig å fjerne trærne som har en avstand større enn 8,92 meter fra sentrum – som tilsvarer en størrelse på 250 m². Problemet med å gjøre dette er boniteten ble målt for de største trærne på hver flate, og disse kan stå hvor som helst på flata. Reduksjon av flatestørrelsen vil derfor kunne medføre at alle, ingen eller bare noen få bonitetstrær blir igjen. Det ble derfor besluttet at bonitetsverdien skulle beregnes for alle bonitetstrærne på den fulle flatestørrelsen. På bakgrunn av dette er det naturlig å tro at predikert bonitetsverdi vil ligge noe over den observerte, feltmålte verdien, men ved kontroll av differansene ble det motsatte observert.

Begge modelleringsteknikkene viste seg å gi modeller som predikerte bonitetsverdier som i snitt lå under feltmålt verdi for bestand med høy bonitetsverdi. Ingen slik trend ble observert da diagnoseplot ble studert under modelltilpasning, og forsøk med modeller som i utgangspunktet presterte dårligere med hensyn på kriteriene som ble satt, viste samme tendensen ved prediksjon for beregningscellene til tross for at heller ikke disse viste disse tendensene i diagnoseplot. Bonitetsverdier opp til 25 meter er også representert i datamaterialet som er brukt i modelltilpasningen, så problemet skyldes trolig ikke at det predikeres utenfor modellenes gyldighetsområde. Prøveflatene som er brukt som datagrunnlag i modelltilpasningen er lagt ut i et helt systematisk forband over hele studieområdet, og disse må antas å fange opp den faktiske tilstanden i skogen for hele arealet på en god og representativ måte. Bestanden ble derimot lagt ut basert på en subjektiv vurdering i 1998, for at de skulle dekke en rekke ulike skoglige forhold. Punktskyene i FLS-dataene og utviklingen i disse over tid vil trolig påvirkes av forholdene i skogen, blant annet med hensyn på treslagssammensetning (Magnussen & Boudewyn, 1998). Det kan tenkes at dette er med på å gjøre at bestandene som er valgt, og laserdataene som utarbeides for disse, ikke er fullt ut representative for arealet sett under ett, og at dette bidrar til at predikert bonitet er lavere enn feltmålt verdi for gode boniteter. Det er vist at treslagsblandinger kan medføre overproduksjon, underproduksjon eller lik volumproduksjon avhengig av treslagsblanding og andelen av de ulike treslagene (Jonsson et al., 2019). Den tredimensjonale kronestrukturen er også forskjellig mellom treslagene. Begge disse tingene kan tenkes å ha effekt på punktskyene som genereres. Arealer med god bonitet blir ofte prioritert ved investering i skogskjøtsel, da det er på disse arealene det forventes best avkastning. Det kan tenkes at det har blitt utført skogskjøtsel de siste 12 årene som påvirker laserpunktskyene, og dermed laservariablene, og at denne effekten er størst på de gode bonitetene da disse, som nevnt, blir prioritert. Det er også mulig at klassifiseringssystemet for enkeltcellers egnethet ikke klarte å skille på egnede og uegnede celler på en tilfredsstillende måte.

4.3 Prediksjon og simulering

Det ble vist en klar tendens til avtakende middelfeil ved økende utvalgsstørrelse. En naturlig utvikling etter som middelfeilen uttrykker utvalgsgjennomsnittets spredning rundt det sanne populasjonssnittet, og et større utvalg fanger opp mer av informasjonen i populasjonen. Det ble ikke observert noe klart punkt der vi kan si at estimatene blir markant bedre. Basert på funnene gjort her ser det ut til at middelfeilen utvikler seg temmelig jevnt ved økende antall celler, og generelt kan det sies at det er ønskelig med så mange beregningsceller som mulig. Fordi endringen i middelfeil så ut til å avta mest frem til punktet der 25 % av cellene er tilgjengelig, ser det ut til at i hvert fall 25 % av bestandet bør være klassifisert som «egnet» for at estimatene skal være pålitelige. At økningen i presisjonen knyttet til middelfeil estimatet er størst for små utvalg kan forklares med at etter hvert som utvalgsstørrelsen øker vil hver ekstra celle tilføre relativt sett mindre informasjon om populasjonen.

Selv om funnene i denne studien peker på at minimum 25 % av arealet bør være tilgjengelig til prediksjon, vil det endelige kravet til presisjon i bonitetsestimatet avhenge av alternative boniteringsmetoder som er tilgjengelig. Dersom under 25 % av cellene er tilgjengelig, men det ikke er noen god, alternativ boniteringsmetode tilgjengelig, vil estimatet være bedre enn at det ikke utarbeides noe estimat i det hele tatt.

Et problem med beregningene som er gjort for middelfeil i denne oppgaven er at de baserer seg på beregningsceller som er tilfeldig valgt, og som derfor ikke tar høyde for romlig autokorrelasjon. Forstyrrelsesdynamikk i boreale skoger har vist en tendens til aggregering (Kuuluvainen et al., 2014). Dette kan for eksempel forklares gjennom at en del av et bestand ligger mer tørkeutsatt til enn resten av bestandet, og at dette arealet dermed er mer utsatt for at tørkeperioder som medfører forstyrrelse knyttet til trærnes vekst og vitalitet. På bakgrunn av dette kan det antas at hvilke gridceller som blir klassifisert som egnet og uegnet også vil opptre i grupper. Det er flere måter dette kunne blitt implementert i beregningene. Et alternativ hadde vært å lage semivariogrammer for de enkelte bestandene basert på bestandsflatene for å si noe om på hvilken avstand romlig autokorrelasjon kan forventes. Denne informasjonen kunne blitt brukt ved at man antok at hele bestandet er egnet til prediksjon, og at det deretter simuleres forstyrrelseshendelser basert på den romlige korrelasjonen. Forstyrrelsene kunne blitt simulert gjennom at det først velges én tilfeldig celle, og nærliggende celler kunne blitt tildelt en sannsynlighet for å bli valgt basert på informasjonen fra semivariogramene, slik at nærliggende celler har større sannsynlighet for å bli valgt. Slike forstyrrelser kunne blitt modellert fram til det var igjen ønsket andel celler til beregning. Lignende metoder har blitt brukt tidligere for å modellere forstyrrelser i boreale skoger (Daniel et al., 2017). Et annet alternativ hadde vært å studere de cellene som ble klassifisert som uegnet for eventuelle trender med hensyn på spredning og lokasjon og lignende. Deretter kunne denne informasjonen blitt brukt til å gi cellene en sannsynlighet for å bli valgt. Å modellere inn romlig autokorrelasjon på denne måten ville vært svært interessant ettersom det etterligner naturlig dynamikk.

Kravet til variansstabiliseringskriteriet ble ikke møtt for litt under halvparten av simuleringene som ble utført. For disse må det antas at variansen enda ikke har stabilisert seg og at det ideelt sett burde blitt utført flere iterasjoner. Fordi simuleringsprosessen og beregning av variansstabiliseringskriteriet var svært beregningsintensive, ble kun iterasjonsnummeret knyttet til første gang kravet ble møtt registrert. Variansstabiliseringskriteriet vil variere noe mellom iterasjoner, og det er mulig at den falt under 0,5 %, men senere økte, for så å falle under dette nivået igjen, eller eventuelt forble over 0,5 %. På grunn av at variasjonsstabiliseringskriteriet ikke ble registrert for alle iterasjoner var dette ikke mulig å finne ut av i ettertid. Allikevel kan det kanskje sies at mest sannsynlig fortsatte den fallende trenden, i hvert fall i de aller fleste tilfeller. Dersom verdien økte over 0,5 % igjen, kan det da antas at den raskt

falt under dette nivået igjen, og følgelig at iterasjonsnummeret som ble registrert ligger nær det punktet der forholdet mellom variansene stabiliserer seg under 0,5 %.

For de simuleringene der kriteriet til variansstabiliseringskriteriet aldri ble møtt lå allikevel de fleste verdiene svært nære kriteriet. Det er derfor naturlig å anta at disse ville nådd kriteriet på 0,5 % dersom antallet iterasjoner hadde blitt økt noe. De største avvikene ble observert i de tilfeller der det ble utført færre enn 10 000 iterasjoner. Det ble utført færre enn 10 000 iterasjoner for disse bestandene, fordi antallet tilgjengelige celler gjorde at de samme samplene med sikkerhet ville blitt trukket gjentatte ganger, og dette ble antatt å ikke tilføre noen ekstra informasjon som ville bidratt til økt presisjon av middelfeil estimatet.

Basert på variansstabiliseringskriteriet burde det egentlig blitt utført flere iterasjoner, men trenden til avtagende middelfeil ved økende utvalgsprosent var såpass tydelig, at det er naturlig å tro at en økning i antall iterasjoner ville gitt svært like resultater, og at funnene i denne oppgaven derfor er til å stole på. Denne antakelsen forsterkes av at det under utarbeidelse av koden som er brukt til å utføre beregningene ble antallet iterasjoner satt til 5. For dette antallet observasjoner ble det observert at middelfeilestimatene varierte mer, men den generelle trenden til avtagende middelfeil ved økende utvalgsprosent var den samme.

Et problem med resultatene som er funnet i denne oppgaven er at de stammer fra bare ett forsøksområdet, og at det forsøksområdet har forholdsvis homogent og har liten høydespredning. Det medfører et temmelig begrenset gyldighetsområde for funnene som er gjort. Bonitetsvariasjonen innen bestand så ut til å variere med treslagssammensetningen, og det kunne vært interessant å gjøre en mer omfattende klassifisering av voksestedene gjennom utarbeidelse av enkelte bestandsvariable for å forsøke å si noe om dette påvirker presisjonen til middelfeilen – og dermed indirekte noe om kravet til antall beregningsceller nødvendig for gode estimater. For eksempel kunne bonitetsverdiene og variasjonen i disse blitt vurdert mot variabler slik som helningsretning, bratthet, fuktighet, jorddybde, høyde over havet og lignende.

Det er også naturlig å stille spørsmål ved om metoden som er brukt i denne oppgaven, der bonitet beregnes som en bestandsvariabel som gjennomsnittet av alle beregningsceller, vil fortsette å være like relevant i fremtiden. Ved fortsatte teknologiske framskritt innen sensorteknologi, posisjoneringssystemer og datamaskiners prosesseringskraft, kan det tenkes at det vil være mer hensiktsmessig å bruke informasjonen direkte på beregningscelle nivå uten å aggregere resultatene til bestandsverdier. Dette gjelder for bonitet så vel som andre biofysiske egenskaper vi ønsker å si noe om. Et slikt presisjonsskogbruk vil la oss utnytte de tilgjengelige ressursene svært effektivt. For eksempel kan bonitetsverdi på beregningscellenivå ved tynning brukes til å redusere treantall og volum i henhold til det som er optimalt gitt verdien til den enkelte beregningscelles bonitetsverdi, som vil medføre best mulig utnyttelse av skogmarkas produksjonsevne. Dersom en slik metode skal tas i bruk må det tas stilling til hvordan celler med manglende verdier skal behandles. For slike celler kunne det for eksempel være aktuelt å bruke romlige interpoleringsteknikker slik som Kriging eller *Inverse Distance Weighting* (IWD).

5. Konklusjon

Hensikten med oppgaven var å se på hvordan redusert arealdekke av beregningsceller egnet til prediksjon av bonitet vil påvirke presisjonen til de bestandsvise estimatene når direkte metode for skogbonitering blir benyttet. Det var også ønskelig å si noe om bonitetsvariasjonen innen studieområdet.

Det ble vist at middelfeilen påvirkes av andelen beregningsceller som er tilgjengelig til prediksjon av bonitet når denne beregnes på bestandsnivå som gjennomsnitt av alle tilgjengelige celler. Der økende arealdekke medførte økt presisjon for de bestandsvise estimatene. Ved å øke andelen beregningsceller fra 5 % til 95 % sank middelfeilen fra 1,12 meter til 0,06 meter. Det ble ikke observert noe klart punkt der presisjonen ble markant bedre sammenliknet med forutgående utvalgsprosent, men økningen i presisjon så ut til å være størst for små utvalg, frem til omtrent 25 % av arealet blir brukt til estimering av bonitetsverdien. Helt generelt kan det sies at det er ønskelig med så mange beregningsceller som mulig. Det kan også tenkes at metoden som ble brukt i denne oppgaven, der bestandvis bonitetsverdi blir beregnet som snittet av alle beregningsceller, blir byttet ut med skogskjøtsel der hver beregningscelle blir sett på som sin egen behandlingsenhet.

Bonitetsvariasjonen inne bestand i studieområdet viste seg å i snitt ligge mellom 2 og 4 meter, avhengig av treslag. Sammenlikning av bonitetsvariasjonen inne bestand fra denne oppgaven med tidligere studier, viste at variasjonen var på tilsvarende nivå som tidligere funn, og bonitetsvariasjonen kunne antas å være representative for norske forhold.

At datamaterialet som er brukt i oppgaven stammer fra kun ett studieområde, og fordi dette studieområdet er forholdsvis homogent med liten høydespredning, må resultatene antas å ha et begrenset gyldighetsområde. Det ble heller ikke tatt høyde for eventuell romlig autokorrelasjon, og det ville vært interessant å utføre nye studier der utvalget av beregningsceller gjøres med teknikker som tar hensyn til dette. Disse resultatene kunne med fordel blitt sammenliknet med andre bestandsvariabler for å øke gyldighetsområdet til funnene.

6. Litteratur

- Aune-Lundberg, L. & Strand, G.-H. (2014). Comparison of variance estimation methods for use with two-dimensional systematic sampling of land use/land cover data. *Environmental Modelling & Software*, 61: 87-97. doi: 10.1016/j.envsoft.2014.07.001.
- Bollandsås, O. M., Ørka, H. O., Dalponte, M., Gobakken, T. & Næsset, E. (2019). Modelling Site Index in Forest Stands Using Airborne Hyperspectral Imagery and Bi-Temporal Laser Scanner Data. *Remote Sensing*, 11 (9): 1020. doi: 10.3390/rs11091020.
- Braastad, H. (1983). Forholdet mellom høydebonitet og produksjonsevne for gran, furu og bjørk på samme voksested. *Aktuelt fra Statens Fagteneste for Landbruket*, 3: 50-59.
- Cochran, W. G. (1946). Relative Accuracy of Systematic and Stratified Random Samples for a Certain Class of Populations. *The Annals of Mathematical Statistics*, 17 (2): 164-177.
- Cochran, W. G. (1977). Sampling Techniques. I: *third edition*, s. 205-232. New York: John Wiley & Sons.
- Daniel, C. J., Ter-Miaelian, T., Wotton, B. M., Rayfield, B. & Fortin, M.-J. (2017). Incorporating uncertainty into forest management planning: Timber harvest, wildfire and climate change in the boreal forest. *Forest Ecology and Management*, 400: 542-554. doi: 10.1016/j.foreco.2017.06.039.
- Dror, Y. (1964). Muddling Through - "Science" or Inertia? *Public Administration Review*, 24 (3): 153-157. doi: 10.2307/973640.
- Eid, T. (1992). Bestandvis kontroll av skogbruksplandata i hogstklasse III-V. *Meddelelser fra Skogforsk*, 45 (7): 1-78.
- Eid, T. & Aas Moen, P. (1993). Bonitering i unge skogbestand. *Rapport fra Skogforsk*, 15/93: 1-33.
- Eid, T. (1996). Kontroll av skogbruksplandata fra "Understøttet fototakst". *Aktuelt fra Skogforsk*, 8-96: 1-21.
- Eid, T. & Nersten, S. (1996). Problemer omkring registreringer og planlegging for en skogeiendom i Birkenes kommune. Del 1; Sammenlikning av skogbruksplandata og kontrolldata. *Meddelelser fra Skogforsk*, 47 (8): 1-56.
- Eid, T. (2000). Use of uncertain inventory data in forestry scenario models and consequential incorrect harvest decisions. *Silva Fennica* 34 (2): 89-100.
- Etzioni, A. (1967). Mixed-Scanning: A "Third" Approach to Decision-Making. *Public Administration Review*, 27 (5): 385-392. doi: 10.2307/973394.
- Friluftsløven. (1957). *lov 28. juni 1957 nr. 16 om friluftslivet*. Tilgjengelig fra: <https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1957-06-28-16> (lest 02.03.2023).
- FSC. (2016). *FSC Chain of Custody-sertifisering*. Tilgjengelig fra: <https://connect.fsc.org/document-centre/documents/resource/302.2> (lest 02.03.2023).
- Gisnås, A. (1982). Skogkartlegging ved fototyding i kartkonstruksjonsinstrument. *Rapport fra Norsk institutt for skogforskning* 14/82: 1-40.
- Gobakken, T. & Næsset, E. (2008). Assessing effects of laser point density, ground sampling intensity, and field sample plot size on biophysical stand properties derived from airborne laser scanner data. *Canadian Journal of Forest Research*, 38 (5): 1095-1109. doi: 10.1139/X07-219.
- Hansen, E. A. A. (2021). *Nøyaktighet og presisjon ved høydemåling på enkeltrær*. Masteroppgave. Ås: Norges miljø- og biovitenskapelige universitet. Tilgjengelig fra: <https://hdl.handle.net/11250/2766061> (lest 22.04.2023).
- Hyppä, J. & Inkinen, M. (1999). Detecting and estimating attributes for single trees using laser scanner. *The Photogrammetric Journal of Finland*, 16 (2): 27-42.
- Jonsson, M., Bengtson, J., Gamfeldt, L., Moen, J. & Snäll, T. (2019). Levels of forest ecosystem services depend on specific mixtures of commercial tree species. *Nature Plants*, 5: 141-147. doi: 10.1038/s41477-018-0346-z.

- Kangas, A., Heikkinen, E. & Maltamo, M. (2004). Accuracy of partially visually assessed stand characteristics: A case study of Finnish forest inventory by compartments. *Canadian Journal of Forest Research*, 34 (4): 916-930. doi: 10.1139/x03-266.
- Kuuluvainen, T., Wallenius, T. H., Kauhanen, H., Aakala, T., Mikkola, K., Demidova, N. & Ogibin, B. (2014). Episodic, patchy disturbance characterizing an old-growth *Picea abies* dominated forest landscape in northeastern Europe. *Forest Ecology and Management*, 320: 96-103. doi: 10.1016/j.foreco.2014.02.024.
- Lefsky, M. A., Cohen, W. B., Acker, A., Parker, G. G., Spies, T. A. & Harding, D. (1999). Lidar Remote Sensing of the Canopy Structure and Biophysical Properties of Douglas-Fir Western Hemlock Forests. *Remote Sensing of Environment*, 70 (3): 339-361. doi: 10.1016/S0034-4257(99)00052-8.
- Lindblom, C. E. (1959). The Science of "Muddling Through". *Public Administration Review*, 19 (2): 79-88. doi: 10.2307/973677.
- Madow, W. G. & Madow, L. H. (1944). On the Theory of Systematic Sampling, I. *The Annals of Mathematical Statistics*, 15 (1): 1-24.
- Madow, W. G. (1949). On the Theory of Systematic Sampling, II. *The Annals of Mathematical Statistics*, 20 (3): 333-354.
- Magnussen, S. & Boudewyn, P. (1998). Derivations of stand heights from airborne laser scanner data with canopy-based quantile estimators. *Canadian Journal of Forest Research*, 28 (7): 1016-1031. doi: 10.1139/x98-078.
- McRoberts, R. E., Næsset, E., Saatchi, S. & Quegan, S. (2022). Statistically rigorous model-based inferences from maps. *Remote Sensing of Environment*, 279: 113028. doi: 10.1016/j.rse.2022.113028.
- Naturmangfoldloven. (2009). *Lov om forvaltning av naturens mangfold av 19. juni 2009*. Tilgjengelig fra: <https://lovdata.no/dokument/NL/lov/2009-06-19-100?q=naturmangfoldloven> (lest 02.03.2023).
- Nersten, S. & Næsset, E. (1992). Nøyaktighet av bestandstaksering med relaskop. *Meddelelser fra Skogforsk*, 45 (8): 1-22.
- NIBIO. (2023). *Landsskog-takseringen*. Tilgjengelig fra: <https://www.nibio.no/om-nibio/vare-fagdivisjoner/divisjon-for-skog-og-utmark/landsskogtakseringen> (lest 12.03.2023).
- Nilsen, P. & Larsson, J. (1992). Bonitering av skog ved hjelp av vegetasjonstype og egenskaper ved voksested. *Rapport fra Skogforsk*, 22/92: 1-43.
- Nilsson, M. (1996). Estimation of Tree Heights and Stand Volume Using an Airborne Lidar System. *Remote Sensing of Environment*, 56 (1): 1-7. doi: 10.1016/0034-4257(95)00224-3.
- Noordermeer, L., Bollandsås, O. M., Gobakken, T. & Næsset, E. (2018). Direct and indirect site index determination for Norway spruce and Scots pine using bitemporal airborne laser scanner data. *Forest Ecology and Management*, 428: 104-114. doi: 10.1016/j.foreco.2018.06.041.
- Noordermeer, L., Gobakken, T., Næsset, E. & Bollandsås, O. M. (2021). Economic utility of 3D remote sensing data for estimation of site index in Nordic commercial forest inventories: a comparison of airborne laser scanning, digital aerial photogrammetry and conventional practices. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 36 (1): 55 - 67. doi: 10.1080/02827581.2020.1854340.
- Næsset, E. (1994). Sammenlikning av ulike boniteringer av et skogområde. *Rapport fra Skogforsk*, 11/94: 1-21.
- Næsset, E. (1997a). Determination of mean tree height of forest stands using airborne laser scanner data. *ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing*, 52 (2): 49-56. doi: 10.1016/S0924-2716(97)83000-6.
- Næsset, E. (1997b). Estimating timber volume of forest stands using airborne laser scanner data. *Remote Sensing of Environment*, 61 (2): 246-253. doi: 10.1016/S0034-4257(97)00041-2.
- Næsset, E. & Bjerknes, K.-O. (2001). Estimating tree heights and number of stems in young forest stands using airborne laser scanner data. *Remote Sensing of Environment*, 78 (3): 328-340. doi: 10.1016/S0034-4257(01)00228-0.

- Næsset, E. (2002a). Determination of Mean Tree Height of Forest Stands by Digital Photogrammetry. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 17: 446-449. doi: 10.1080/028275802320435469.
- Næsset, E. (2002b). Predicting forest stand characteristics with airborne scanning laser using a practical two-stage procedure and field data. *Remote Sensing of Environment*, 80: 88-99. doi: 10.1016/S0034-4257(01)00290-5.
- Næsset, E. (2009). Effects of different sensor, flying altitudes, and pulse repetition frequencies on forest canopy metrics and biophysical stand properties derived from small-footprint airborne laser data. *Remote Sensing of Environment*, 113 (1): 148-159. doi: 10.1016/j.rse.2008.09.001.
- Næsset, E., Bollandsås, O. M., Gobakken, T., Gregoire, T. G. & Ståhl, G. (2013). Model-assisted estimation of change in forest biomass over an 11 year period in a sample survey supported by airborne LiDAR: A case study with post-stratification to provide "activity data". *Remote Sensing of Environment* 128: 299-314. doi: 10.1016/j.rse.2012.10.008.
- Næsset, E. (2014). Area-Based Inventory in Norway - From Innovation to an Operational Reality. I: *Forestry Applications of Airborne Laser Scanning*, s. 215-240: Springer.
- PEFC. (2022). *Norsk PEFC Skogstandard*. Tilgjengelig fra: <https://cdn.pefc.org/pefc.no/media/2023-02/27214b90-3bb3-481f-b321-06e8e5097d83/2c1a0fc1-543f-5067-9936-8a05e69f9433.pdf> (lest 02.03.2023).
- Sharma, R. P., Brunner, A., Eid, T. & Øyen, B.-H. (2011). Modelling dominant height growth from national forest inventory individual tree data with short time series and large age errors. *Forest Ecology and Management*, 262 (12): 2162-2175. doi: 10.1016/j.foreco.2011.07.037.
- Skogbrukslova. (2005). *Lov om skogbruk av 27. mai 2005*. Tilgjengelig fra: <https://lovdata.no/dokument/NL/lov/2005-05-27-31> (lest 05.05.2023).
- SmartForest. (2021a). *Annul Report 2021*. Tilgjengelig fra: <https://smartforest.no/wp-content/uploads/2022/09/Annual-Report-2021.pdf> (lest 05.03.2023).
- SmartForest. (2021b). *Bringing Industry 4.0 to the Norwegian forest sector*. Tilgjengelig fra: <https://smartforest.no/> (lest 05.03.2023).
- SmartForest. (2021c). *Work Packages*. Tilgjengelig fra: <https://smartforest.no/about-us/work-packages/> (lest 05.03.2023).
- SSB. (2022a). *Arealbruk og arealressurser*. Tilgjengelig fra: <https://www.ssb.no/natur-og-miljo/areal/statistikk/arealbruk-og-arealressurser> (lest 01.03.2023).
- SSB. (2022b). *Skogbruk*. Tilgjengelig fra: <https://www.ssb.no/jord-skog-jakt-og-fiskeri/skogbruk> (lest 01.03.2023).
- Taylor, N. (1998). *Urban Planning Theory since 1945*. I, s. 66-74. London: Sage.
- Tveite, B. (1977). *Boniteringskurver for gran*. Meddelelser fra Norsk institutt for skogforskning. Ås.
- Tveite, B. & Braastad, H. (1981). Bonitering av gran, furu og bjørk. *Norsk Skogbruk*, 4: 17-22.
- Ulvdal, P., Öhman, K., Eriksson, L. O., Wästerlund, D. S. & Lämas, T. (2022). Handling uncertainties in forest information: the hierarchical forest planning process and its use of information at large forest companies. *Forestry*: 1 - 14. doi: 10.1093/forestry/cpac028.
- Uzonwanne, F. (2016). Rational Model of Decision Making. I: *Global Encyclopedia of Public Administration, Public Policy, and Governance*, s. 1-6.
- Vauhkonen, J., Maltamo, M., McRoberts, R. E. & Næsset, E. (2014). Introduction to Forestry Applications of Airborne Laser Scanning. I: b. 27 *Forestry Application of Airborne Laser Scanning*, s. 1-16: Springer.

Vedlegg 1 – Bonitet og bonitetsvariasjon på bestandsnivå

Tabell 1

Bonitet, bonitetsvariasjon og treslagsfordeling oppgitt for alle bestand. Treslagsfordeling er beregnet basert på feltmålt grunnflate, og denne beregningen ligger til grunn for valg av boniteringstreslag. NA-verdier for standardavvik skyldes for få flater til å kunne utføre beregningene.

Bestand	Antall prøveflater (n)				Treslagsfordeling (%)			Bonitet (H ₄₀)	SD
	Totalt	Gran	Furu	Bjørk	Gran	Furu	Lauv		
145	3	0	2	1	24	41	35	F 10.1	2.49
146	3	0	3	0	35	46	19	F 12.1	1.66
150	1	0	1	0	4	85	11	F 15.4	NA
156	10	6	4	0	55	44	1	G 20.7	2.13
157	9	5	4	0	39	48	13	F 11.6	2.26
171	6	0	6	0	9	90	1	F 15.5	2.18
172	7	2	5	0	34	63	3	F 15.7	1.61
188	10	2	8	0	32	61	7	F 13.0	1.18
195	12	1	11	0	12	84	4	F 17.7	0.95
196	1	1	0	0	72	4	24	G 23.6	NA
201	4	1	3	0	28	67	5	F 18.4	2.49
215	1	1	0	0	72	26	2	G 25.5	NA
221	6	5	1	0	47	22	31	G 14.1	5.07
236	8	7	1	0	65	34	1	G 20.8	1.85
240	5	4	1	0	68	21	10	G 19.1	3.15
246	4	3	1	0	49	27	24	G 17.7	5.42
248	11	11	0	0	83	4	13	G 20.6	4.62
249	12	0	12	0	12	81	7	F 17.3	1.51
258	2	2	0	0	70	5	26	G 17.9	0.08
262	6	5	1	0	70	27	3	G 12.3	2.42
268	2	2	0	0	55	33	13	G 17.4	1.80
274	9	5	4	0	53	35	12	G 22.0	3.97
277	11	11	0	0	75	11	14	G 20.0	3.51
286	14	6	7	1	37	55	8	F 18.6	1.51
287	1	1	0	0	91	0	9	G 9.1	NA
295	1	0	1	0	13	81	6	F 9.2	NA
296	9	5	4	0	61	28	12	G 19.5	3.39
316	13	1	12	0	13	83	5	F 9.9	1.87
317	9	3	6	0	48	49	4	F 19.1	0.75
318	11	4	7	0	42	48	10	F 11.8	2.70

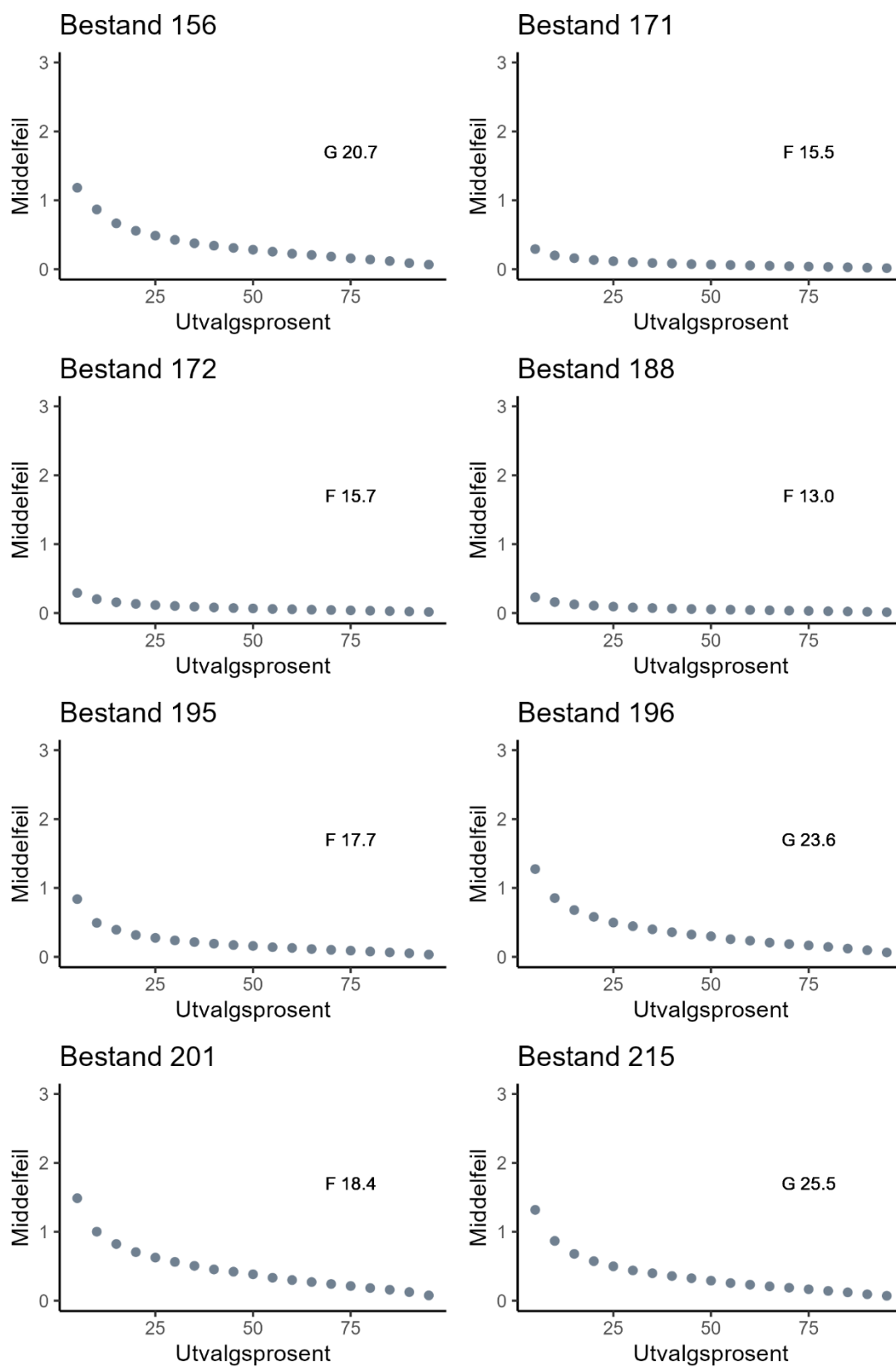
Tabell 1 (forts.)

Bestand	Antall prøveflater (n)				Treslagsfordeling (%)			Bonitet (H ₄₀)	SD
	Totalt	Gran	Furu	Bjørk	Gran	Furu	Lauv		
340	15	7	8	0	43	49	8	F 10.3	1.40
341	18	4	14	0	22	67	11	F 17.4	2.79
347	15	2	13	0	26	68	6	F 17.1	1.21
365	1	0	1	0	32	68	0	F 22.1	NA
369	6	2	0	4	47	10	43	G 19.9	2.71
374	1	0	1	0	21	74	4	F 18.0	NA
377	1	0	1	0	20	68	11	F 11.4	NA
379	2	2	0	0	61	12	27	G 15.9	1.75
382	3	3	0	0	78	2	19	G 15.8	1.37
384	14	1	13	0	14	83	3	F 9.5	1.23
385	15	0	15	0	10	84	6	F 16.9	1.48
388	15	1	14	0	16	74	10	F 17.7	2.35
389	9	7	2	0	53	23	23	G 19.5	3.03
390	5	4	1	0	65	22	13	G 16.1	5.94
396	12	9	3	0	63	20	17	G 16.8	5.03
399	9	4	5	0	44	47	9	F 13.5	2.36
400	11	6	5	0	53	41	6	G 9.3	1.58
407	3	3	0	0	77	23	0	G 20.4	1.51
409	7	3	4	0	34	64	1	F 18.8	2.35
428	14	13	1	0	75	19	6	G 21.8	3.30
429	3	1	2	0	47	31	22	G 11.9	3.94
435	15	5	10	0	42	51	6	F 14.3	2.98
444	10	4	5	1	34	39	28	F 17.3	2.52
449	1	0	1	0	34	38	28	F 14.6	NA
451	1	1	0	0	61	0	39	G 18.7	NA
454	15	9	4	2	35	35	30	F 14.7	2.99
457	4	3	1	0	51	34	15	G 11.5	3.82
460	20	10	10	0	43	54	4	F 11.0	1.70
461	14	14	0	0	79	6	15	G 23.9	2.25
469	6	6	0	0	75	11	14	G 20.1	6.54
474	10	10	0	0	91	0	9	G 26.9	1.74
485	4	2	2	0	40	56	4	F 18.9	1.60
486	14	1	13	0	23	68	8	F 15.8	1.72
488	1	1	0	0	97	3	0	G 20.1	NA

Tabell 1 (forts.)

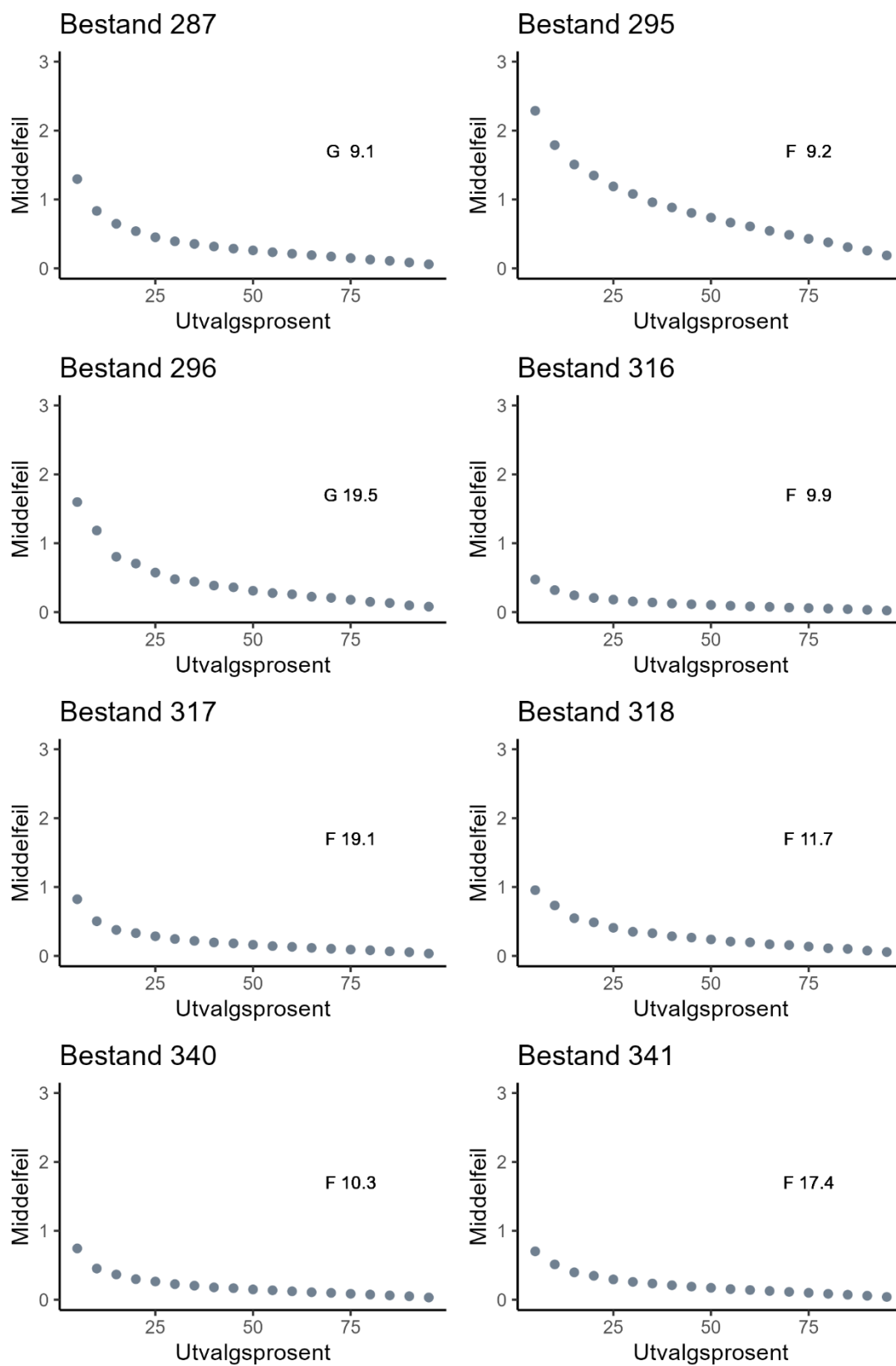
Bestand	Antall prøveflater (n)				Treslagsfordeling (%)			Bonitet (H ₄₀)	SD
	Totalt	Gran	Furu	Bjørk	Gran	Furu	Lauv		
491	2	0	2	0	25	70	5	F 15.6	2.75
501	12	7	5	0	45	43	12	G 13.4	2.49
502	1	0	1	0	37	56	7	F 15.3	NA
504	4	1	0	3	26	3	71	B 18.3	2.63
533	8	8	0	0	85	6	9	G 25.3	1.95
538	6	5	1	0	69	6	25	G 17.7	2.45
541	2	2	0	0	71	17	12	G 19.9	6.69
593	5	4	1	0	65	25	11	G 10.8	1.64
596	10	2	3	5	35	24	41	B 19.2	4.34
601	11	3	8	0	43	54	3	F 18.6	1.63

Vedlegg 2 – Utvikling i middelfeil ved økende utvalgsprosent

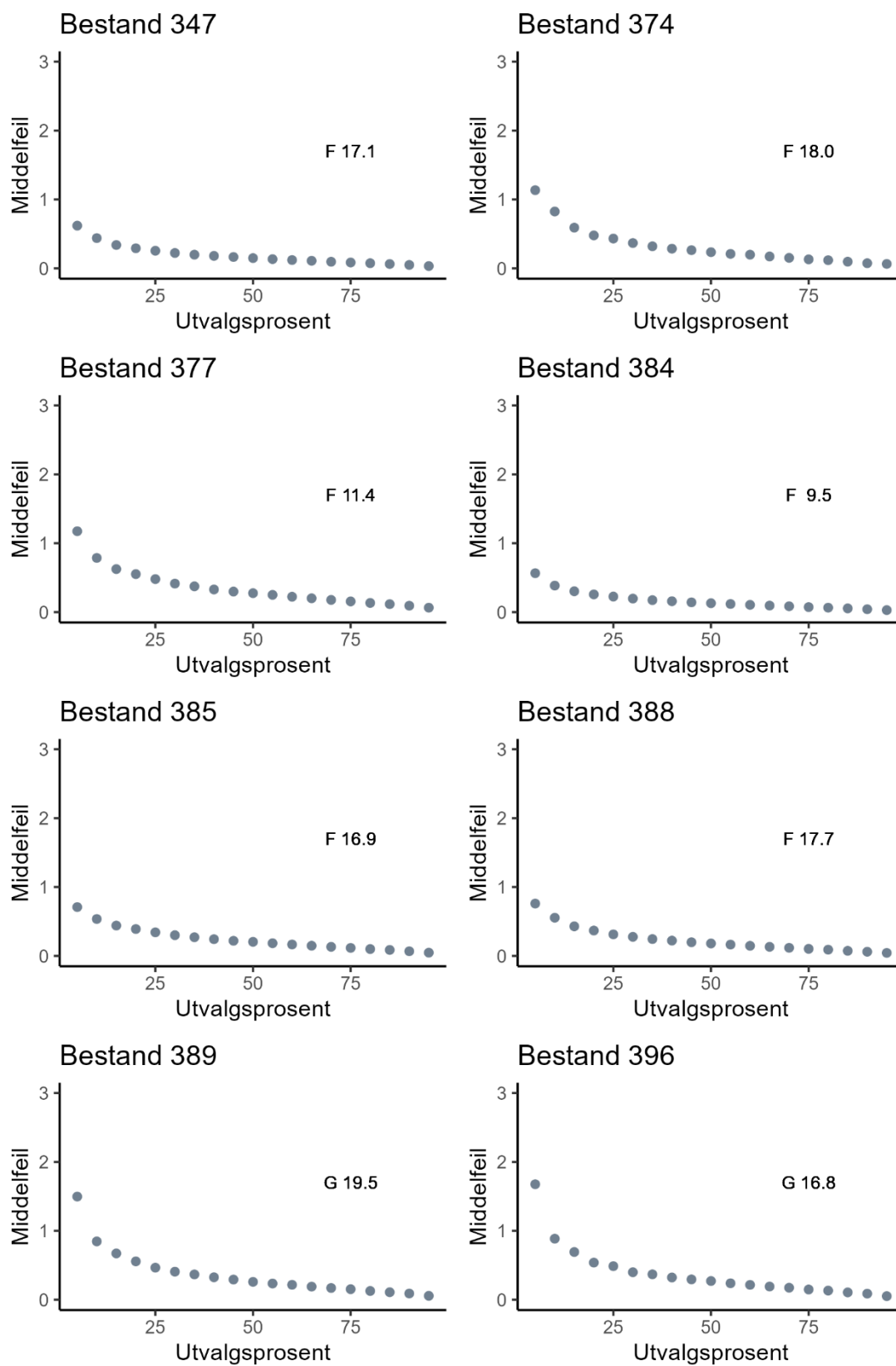


Figur 1

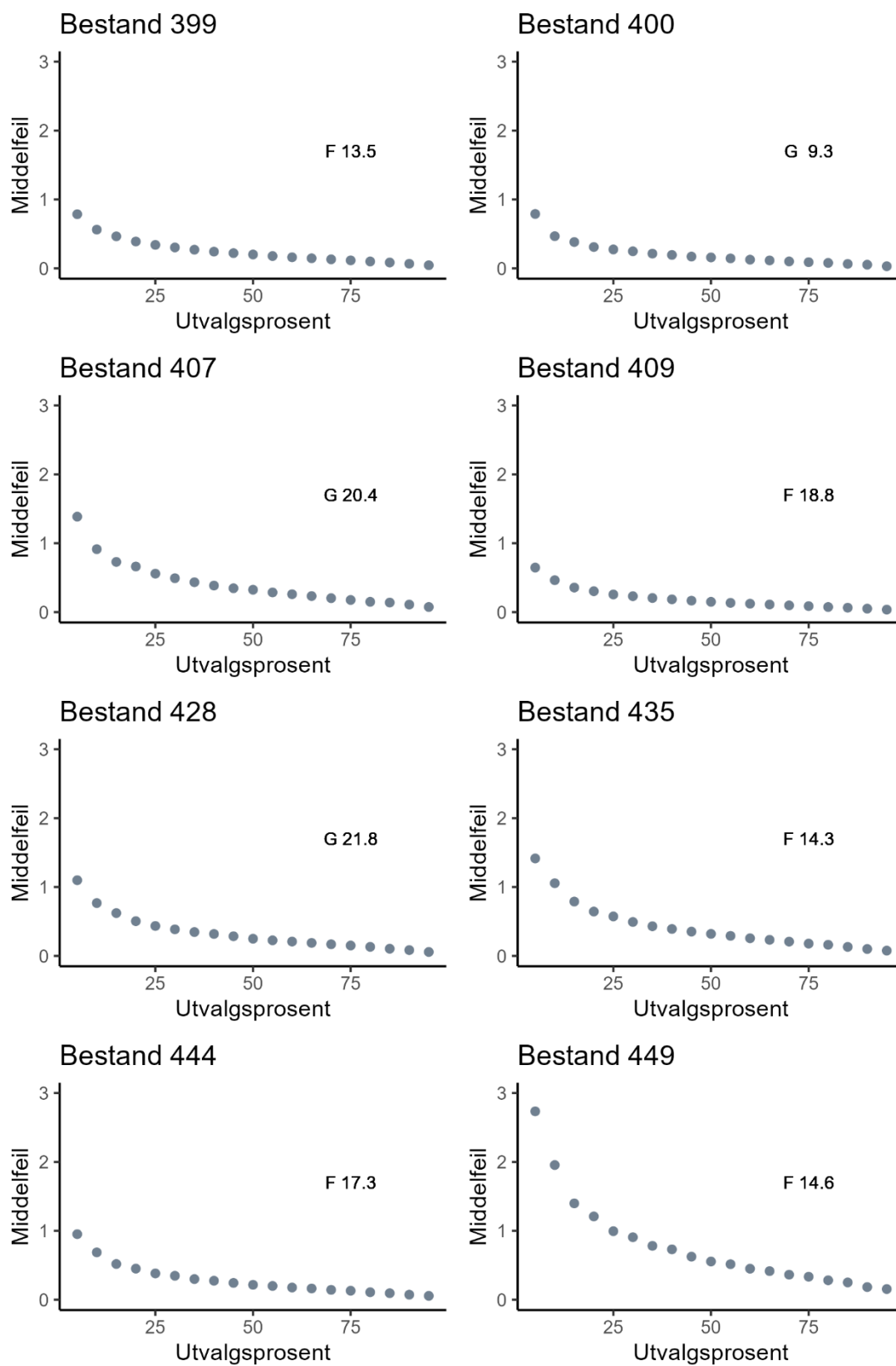
Utvikling i middelfeil over utvalgsprosent for alle bestand.



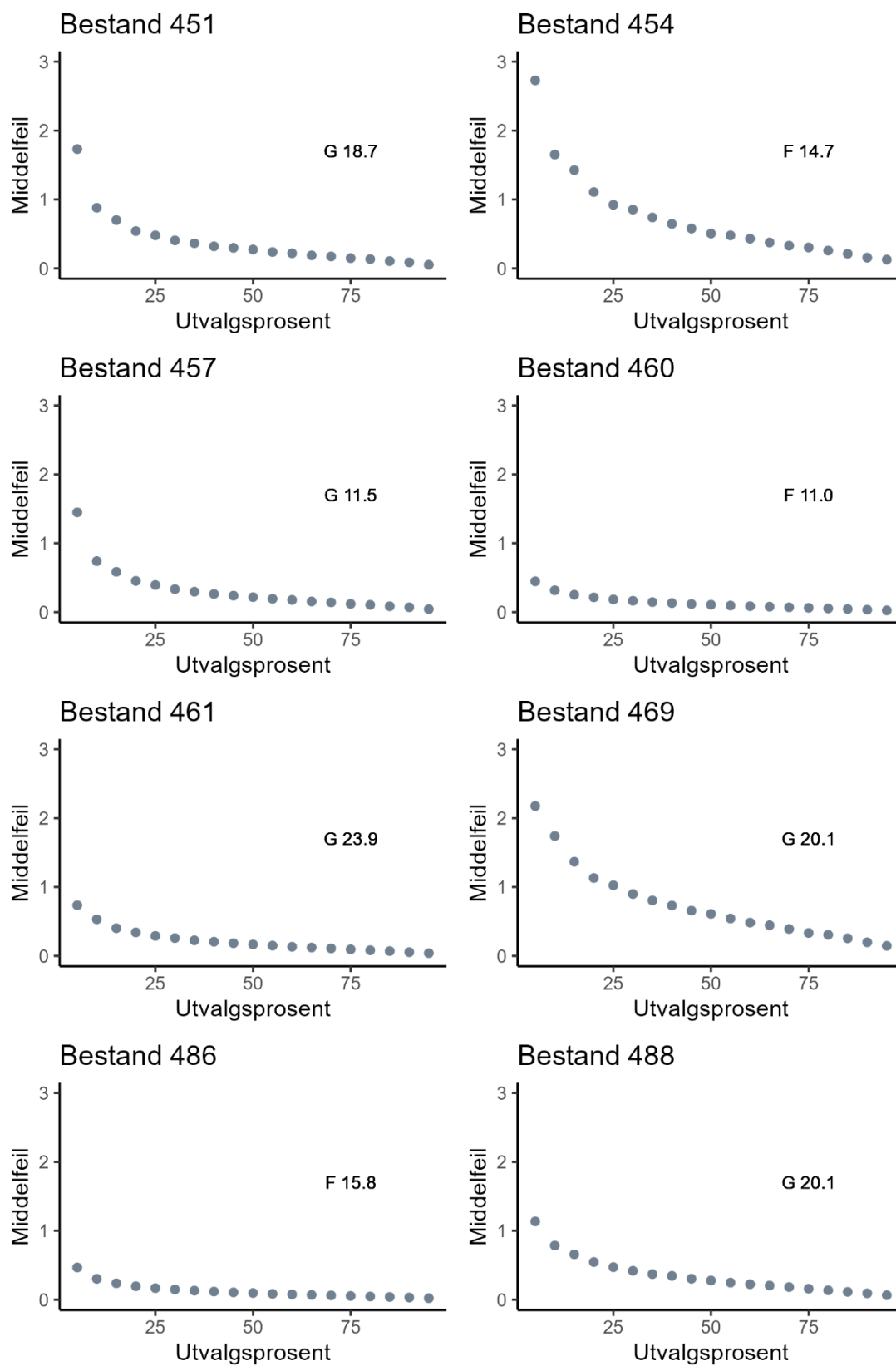
Figur 1 (forts.)



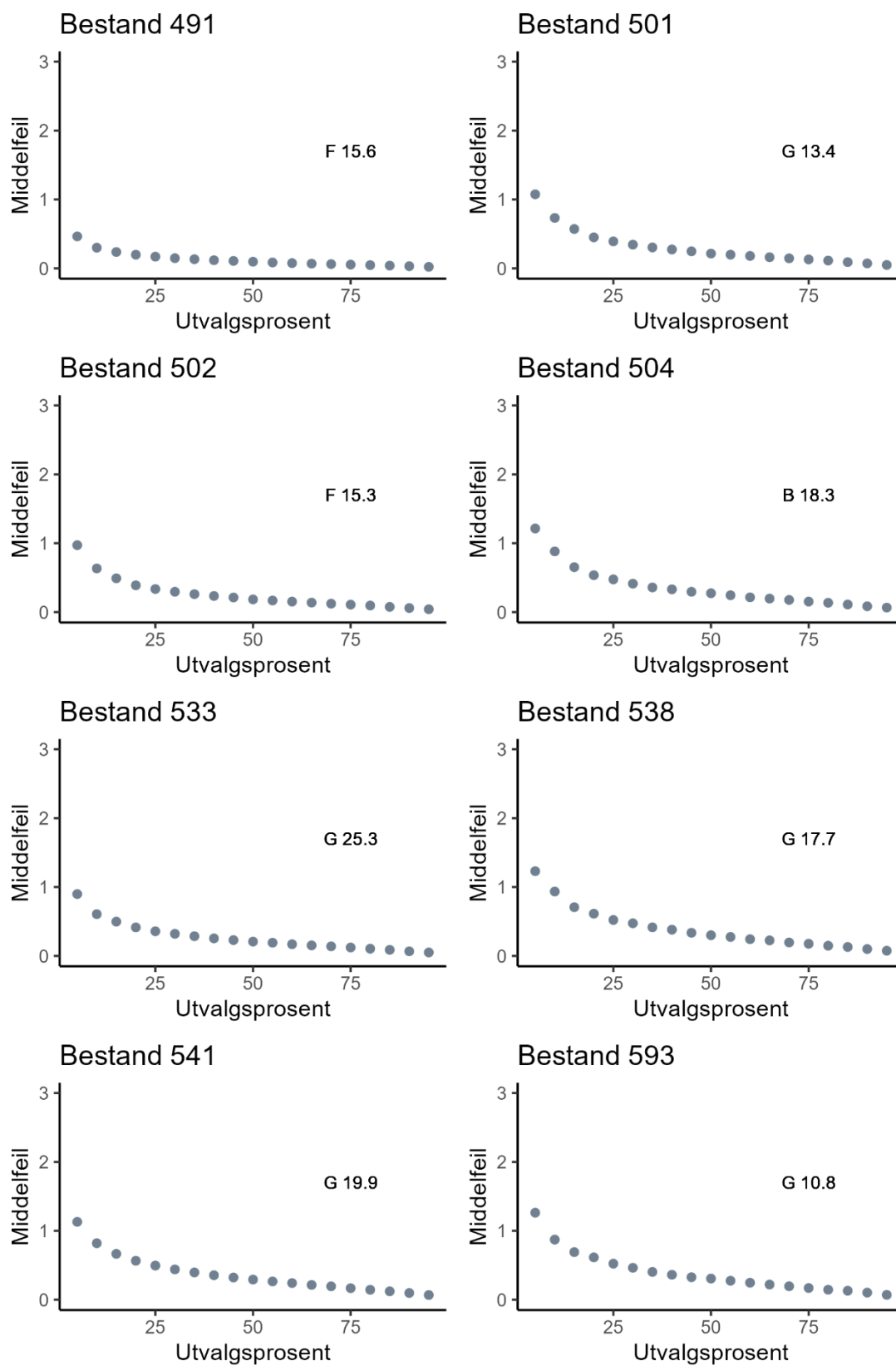
Figur 1 (forts.)



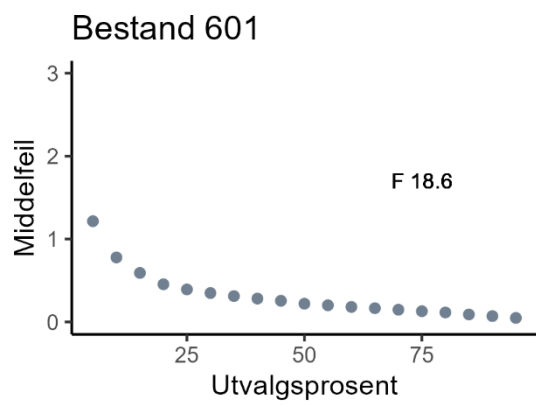
Figur 1 (forts.)



Figur 1 (forts.)



Figur 1 (forts.)



Figur 1 (forts.)



Norges miljø- og biovitenskapelige universitet
Noregs miljø- og biovitenskapelige universitet
Norwegian University of Life Sciences

Postboks 5003
NO-1432 Ås
Norway