



Norges miljø- og
biovitenskapelige
universitet

Masteroppgave 2022 30 stp

Fakultet for miljøvitenskap og naturforvaltning

Effekten av prøvetreutvalg og beregningsmetoder på nøyaktighet og presisjon til volum, middelhøyde og overhøyde på prøveflatenivå

Johan Stubsjøen Storås

Skogfag

Forord

Denne masteroppgaven markerer slutten på min 5-årige mastergrad i skogfag ved Fakultetet for miljøvitenskap og naturforvaltning (MINA) på Norges miljø- og biovitenskapelige universitet (NMBU).

Jeg ønsker å rette en stor takk til Dr. Ole Martin Bollandsås som har vært min veileder gjennom denne prosessen. Tusen takk for all hjelp med valg av oppgave, behandling av data, statistikk og R-studio. Jeg har satt stor pris på din behjelpelighet, faglig veiledning og at du alltid har vært tilgjengelig når det var behov for det.

En stor takk rettes også til medstudenter og øvrige forelesere for fem fine år på skogfagstudiet.

Til slutt vil jeg også rette en stor takk til familie og samboer som har bidratt med motivasjon gjennom studiet.

Norges miljø- og biovitenskapelige universitet

Ås, 16. mai 2021

Johan Stubsjøen Storås

Sammendrag

Rasjonell forvaltning av skogressursene bygger på at vi har god og oppdatert informasjon om skogen. På eiendomsnivå blir slik informasjon anskaffet gjennom skogbruksplantakster. Skogbruksplantakster blir i dag basert på den arealbaserte metoden som kombinerer fjernmålte data og feltdata for å lage prediksjonsmodeller som beskriver de ulike biofysiske egenskapene til skogen. Feil i feltobserverte verdier for ulike skoglige parametere på prøveflatenivå vil være bestemmende for kvaliteten til prediksjonsmodellene som utvikles og anvendes i taksten. Det kan være vanskelig å avgjøre hvilke feltprosedyrer og beregningsmetoder som vil gi best resultat uten at man utfører tester på et materiale hvor fasiten er kjent. En unik kilde til slike data er hogstmaskindata sammen med enkelttreposisjoner, da slike data åpner for analyser der man kan simulere ulike prøveflateutvalg, felt- og seleksjonsprosedyrer. Formålet med denne studien var med utgangspunkt i hogstmaskindata med presise enkelttreposisjoner å simulere ulike strategier for prøvetreutvalg og antall prøvetrær for så å etablere en metodikk som gir mest nøyaktig og presise estimer for overhøyde, middelhøyde og volum på prøveflatenivå. Predikering av høyder på trær uten høydemålinger ble basert på tariffkubering og høyder fra volumfunksjon og utvikling av lokale høyde-diameter modeller (H-D) basert på Näslund funksjonen. Datamaterialet ble samlet inn i Hurdal og Etnedal kommune og besto av 183 701 trær, hovedsakelig gran med innslag av furu og lauvtreslag.

Prøvetreutvalg med relaskop var etter resultatene fra denne studien den seleksjonsprosedyren som ga mest presise og nøyaktige prediksjoner. For middelhøyde ble det oppnådd en nøyaktighet og presisjon på 3.7 cm (MD) og 2.2 cm (SE). For overhøyde ble det tilsvarende oppnådd en nøyaktighet på 19.2 cm (MD) og presisjon på 6.0 cm (SE). For volum ble det oppnådd en nøyaktighet og presisjon på 0.004 m³ og 0.012 m³. Tilfeldige og systematiske feil ble i stor grad påvirket av antall prøvetrær, hvor effekten av økt antall prøvetrær var mest tydelig for høydeprediksjoner fra H-D modellene. For tariffkubering og bruk av såkalte «baklengshøyder» fra volumfunksjon var det mindre effekt av økt antall prøvetrær.

Abstract

In forest management, we require reliable and updated information that describes the forest resources to make rational management decisions. Operational forest inventories are carried out to make such information available, whereas today these are usually conducted according to an area-based approach that utilizes remotely sensed data combined with field data. Prediction models derived from the relationship between the remotely sensed data and field data are then used to predict various biophysical properties of the forest. Errors in field-observed values for various forest parameters will therefore determine the quality of the prediction models used in the inventory. It can be difficult to determine which field procedure and calculation methods yields the best results without performing tests on a material where the results are known. Harvester data with accurate single-tree positions is a unique source of such data, as it makes analyses where one can simulate different field procedures possible. The purpose of this study was by using harvester data with accurate single-tree positions to simulate different selection strategies and number of sample trees, and then to establish which methodology provides the most precise and accurate estimates for dominant height, Lorey's mean height, and volume at the sample plot level. Prediction of heights for trees without height measurements was based on tariffkubering and heights derived from reversing the volume function and development of local height-diameter models (H-D) based on the Näslund function. The data used in this study consisted of 183 701 trees collected in Hurdal and Etnedal municipality and mainly comprised of Norway spruce, with some pine and deciduous trees.

The results from this study suggest that sample trees should be selected with relaskop, where the inclusion probability of a tree is proportional to its size. For Lorey's mean height an accuracy and precision of 3.7 cm (MD) and 2.2 cm (SE) were achieved at the plot level. For dominant height, accuracy and precision of 19.2 cm and 6.0 cm were achieved. For volume at the plot level, accuracy and precision of 0.004 m³ and 0.012 m³ were achieved. Random and systematic errors were affected by the number of sample trees, where the effect of an increased number of sample trees was most evident for height predictions from the H-D models. There was less effect of an increased number of sample trees for tariffkubering and the use of so-called «backward heights» from volume functions.

Innholdsfortegnelse

Forord	ii
Sammendrag	iv
Abstract	vi
1. Innledning.....	1
1.1 Introduksjon.....	1
1.2 Skogtaksering.....	2
1.3 Hogstmaskindata	7
1.4 Problemstilling	8
2. Material og metode.....	9
2.1 Studieområde	9
2.2 Datamateriale	10
2.3 Data prosessering	11
2.4. Simulering av prøvetreutvalg og seleksjonsprosedyre.....	12
2.4.1 Tilfeldig utvalg av prøvetrær	13
2.4.2. Systematisk utvalg av prøvetrær	13
2.4.3 Relaskoputvalg av prøvetrær	14
2.5. Estimering av volum, middelhøyde og overhøyde	14
2.5.1 Volumberegninger	14
2.5.2 Grunnflateveid middelhøyde	16
2.5.3 Overhøyde.....	17
2.6. Statistiske analyser	18
3. Resultater	19
4. Diskusjon	27
6. Konklusjon	30
6. Litteratur.....	31
7. Vedlegg – Plot.....	33
7.1 Volum.....	33
7.2 Middelhøyde – målte høyder	36
7.3 Middelhøyde – predikerte høyder	38
7.4 Overhøyde	41
7.5 Overhøyde - korrigert	44

1. Innledning

1.1 Introduksjon

Av Norges landareal er 14 millioner hektar dekket av skog, som utgjør om lag 37% (SSB, 2020). I 2020 ble det avvirket totalt 12 millioner m³ tømmer, noe som tilsvarer halvparten av den årlige tilveksten på over 24 millioner m³. De viktigste treslagene, både økonomisk og med tanke på volum er norsk gran (*Picea abies* L.), furu (*Pinus sylvestris* L.) og bjørk (*Betula pubescens* L.). Norske skoger eies i all hovedsak av privatpersoner, hvor 77% av ca. 125 000 eiendommer er tilknyttet privat eierskap (SSB, 2020).

I tillegg til produksjon av tømmer, har skogen en rekke funksjoner og goder som skal ivaretas. For samfunnet vil skogen være en viktig kilde til rekreasjon, friluftsliv og opplevelser. For de fleste skogeiere er skogen en kilde til inntekt hvor fokuset er rettet mot produksjon av tømmer til salg for å sikre økonomisk gevinst. Tømmerproduksjon er en tid og arealkrevende produksjon. Avhengig av bonitet, skogens produksjonsevne, kan et omløp med produksjon av tømmer strekke seg over 60 – 120 år. Gjennom omløpet er det derfor viktig at skogen skjøttes på best mulig måte for å sikre denne gevinsten. Dette kan innebære planting av ønsket treslag etter hogst, ungskogpleie, tynning og sluttavvirkning.

Selv om norsk skog i all hovedsak er eid av privatpersoner vil det imidlertid være åpent for allmennheten å bruke skogsområdene til rekreasjon og friluftsliv. Dette reguleres gjennom allemannsretten med hjemmel i «lov om friluftslivet». Denne loven sikrer at alle som måtte ønske, skal kunne bruke Norges skoger som arena til opplevelser, friluftsliv og rekreasjon. Dette medfører ofte at befolkningen vil vise interesse av hvordan skogen skjøttes og ser ut. Skogen er også en viktig arena for dyreliv og biologisk mangfold, hvor mange arter er tilknyttet skogen som habitat. Dette reguleres gjennom «lov om skogbruk» med egen forskrift om bærekraftig skogbruk. Denne reguleringen vil legge begrensninger for hvordan skogeier kan skjøtte skogen, nettopp for å sikre at vi som samfunn bevarer de funksjonene skogen har for det biologiske mangfoldet.

Omsetningen av tømmer og produkter av tømmeret foregår i et internasjonalt marked. Det har derfor blitt et krav å kunne dokumentere at skogen forvaltes på en bærekraftig måte.

Dette innebærer at både økonomiske, økologiske og sosiale hensyn ivaretas ved forvaltningen av skogen (PEFC, 2022). En slik dokumentasjon i Norge blir i all hovedsak regulert gjennom PEFC skogstandard. Dette er en sertifisering som markedet krever for at de skal være villig til å omsette tømmeret. Standarden setter opp en rekke krav som er med på å styre hvordan skogen kan forvaltes.

Rasjonell forvaltning av skog vil være betinget av god informasjon om ressursene som skal forvaltes. Skogeiendommene i Norge er ofte delt opp i mindre enheter, bestand, hvor hvert bestand er homogen med tanke på treslag, utviklingstrinn, alder, hogstklasse o.l. Dette har sin bakgrunn i introduksjonen av «bestandsskogbruket» på midten av 1900-tallet, hvor flatehogst og planting ble den nye standarden for skogbruket. Beslutninger tilknyttet skjøtselen av de ulike bestand vil bero på parametere som beskriver bestandets innhold og tilstand, som stående volum, alder, bonitet, høyde, tetthet, tilvekst mfl. (Eid, 2008). En slik ressursoversikt utarbeides gjennom det som kalles skogtaksering.

1.2 Skogtaksering

Fra slutten av 1900-tallet og de påfølgende årene, har skogbruket fått mindre betydning for totaløkonomien til skogeierne, noe som kan være en viktig årsak til at betalingsvilligheten for taksering og skogbruksplaner er blitt mindre hos skogeierne (Eid, 2008). På bakgrunn av denne utviklingen har det blitt introdusert subsidier som nettopp skal sørge for å stimulere til økt aktivitet innen skogregistrering og arealtaksering i et fremtidsrettet og bærekraftig skogbruk. Dette reguleres gjennom «forskrift om tilskudd til skogbruksplan med miljøregistrering». Forskriften lister opp en rekke kravpunkter som en skogbruksplan skal inneholde for at skogeier skal være berettiget for tilskudd. Skogbruksplanen skal for hvert enkelt bestand, omfatte informasjon om areal, hogstklasse, bonitet, volum fordelt på treslag, alder, tilvekst og miljøverdier knyttet til biologisk mangfold, landskap, friluftsliv og kulturminner (*Forskr. om skogbruksplanlegging med miljøreg.*, 2004).

I Norge blir skogtaksering tradisjonelt utført på to måter med to ulike formål, hvor Landsskogtakseringen sørger for data på nasjonalt nivå og skogbruksplantakster sørger for lokale data på eiendomsnivå.

Landsskogtakseringen, opprettet i 1919, som den første i verden for å overvåke utviklingen i skog på nasjonal skala, danner grunnlaget for nasjonale, skogpolitiske beslutninger, samt for internasjonal rapportering i henhold til Kyotoprotokollen og klimakonvensjonen (Nibio, 2021). Takseringen gjennomføres utelukkende gjennom feltbaserte, repeterte utvalgsmålinger på permanente prøveflater (Næsset, 2014). Prøveflatene danner et nettverk over hele Norges areal og er koordinatbestemt slik at det alltid måles den samme flaten ved ny måling. Dette gjør det mulig å tallfeste hvordan skogen utvikler seg over tid, ettersom man kan sammenligne ny måling med tidligere målinger. Hvert femte år oppsøkes prøveflatene for å kartlegge skogtilstanden, samt hvordan den har utviklet seg siden forrige måling.

Den andre typen ressurskartlegging av skog er skogbruksplantakster, og skal primært være en ressursoversikt over individuelle skogeiendommer (Næsset, 2014). Hvert fylke i Norge utarbeider en egen hovedplan for skogbruksplanlegging som beskriver når og hvilke kommuner som skal utarbeide nye skogbruksplaner over en 10 års periode. Statsforvalteren administrerer prosjektet til denne prosessen. Videre blir det kartlagt interessen for skogbruksplan blant skogeierne i det aktuelle området. Takstopppdraget sendes deretter ut på anbud til aktuelle oppdragstakere med gitte kravspesifikasjoner til taksten. Deretter utføres taksten og produksjonen av skogbruksplanen, av planavdelingen til en av skogeierforeningene. Skogbruksplanen leveres som et produkt, gjerne digitalt, til skogeier. Hvor detaljert planen er, vil avhenge av hva skogeier har bestilt, men normalt vil den inneholde informasjon om volum per arealenhet, middelhøyde, bonitet, treslagssammensetning m.m. Historisk sett har denne type ressurskartlegging blitt gjennomført som ren feltbasert takst. I en slik type skogtakst baserer man seg på utvalg av skogen i form av prøveflater, hvor en fysisk oppsøker flatene i skogen og foretar målinger. Disse målingene danner videre grunnlaget for predikering og aggregering til bestandsnivå. Det ville blitt for kostbart og arbeidskrevende å måle hvert enkelt tre i skogen vi takserer, uavhengig om vi opererer på nasjonalt nivå som Landskogsstakseringen eller på eiendomsnivå i skogbruksplantakster. Det er derfor vanlig å basere feltmålingene på et utvalg av populasjonen vi ønsker å beskrive. Et sampel, eller prøveflate, er typisk sirkelrunde flater med areal på eksempelvis 100-250 m². På trærne innen prøveflatens areal blir det foretatt nødvendige målinger i henhold til hva en ønsker å beskrive. Et tres volum er ofte det vi er mest interessert i å predikere ettersom treets økonomiske verdi ofte er sterkt korrelert med volumet. Treets volum er i praksis umulig å måle på stående trær.

Det er derfor utviklet volumfunksjoner som kan predikere treets volum dersom man har målinger av treets diameter i brysthøyde (dbh) samt høyde. Diameter i brysthøyde blir typisk målt av taksator med klave, hvor klaving er en relativt enkel prosess og lett å utføre i felt. Høyden, lengden fra stubbeavskjær til toppen, er derimot mer krevende å måle, spesielt for større trær i tettere kronedekke. Det velges derfor ut et mindre utvalg innen prøveflaten for mer intensive målinger, deriblant høyde. Dette utvalget omtales ofte som prøvetrær. Som beskrevet av Fitje (1989) burde prøvetrær selekteres etter metoder som har «tvunget valg» for å unngå systematiske feil som følge av subjektive metoder hvor resultatene i stor grad avhenger av hvor god observatøren er til å velge ut prøvetrær. Ettersom det er en sterk sammenheng mellom diameteren og høyden til et tre, kan vi med relativt god presisjon predikere høyden for trærne vi ikke har høydemålinger for, ved hjelp av modeller (Fitje, 1989). Formen på høyde-diameter sammenhengen for et gitt treslag er som regel relativt stabil, men nivået kan variere med faktorer som bonitet og tetthet (Fitje, 1989). Overhøyde, definert som aritmetisk middelhøyde av de 100 grøvste trærne pr. hektar (etter diameter), er en størrelse som anvendes ved bonitering (Fitje, 1989). Bonitet er en beskrivelse av voksestedets evne til å produsere trevirke, hvor i Norge foregår bonitering etter H40-systemet som beskriver overhøyden til bestandet ved 40 år i brysthøyde. I forvaltningssammenheng vil beslutninger om avvirkningstidspunkt, plantetetthet og valg av foryngelsesmetode avhenge av boniteten til det aktuelle bestand. Middelhøyde (Lorey's mean height) defineres som direkte gjennomsnitt av høydene, vektet med trærnes grunnflate. Middelhøyden i et bestand betegnes som en av de viktigste bestand karakteristikkene i skogplanlegging (Næsset, 1997).

Fysiske målinger og registreringer i skog er ressurskrevende, både i form av tid og arbeidsmengde. I takt med teknologisk utvikling og fremskritt, har skogtaksering gjennomgått et skifte i innhentning av informasjon om skogen. Tilgangen på ortofoto, stereo-fotogrammetri og fjernmåling i skog har gjort det mulig å kostnadseffektivisere takseringsprosessen, samt redusere behovet for feltarbeid. Dette førte til innføring av fototakst, som ble etablert som standarden for skogbruksplantakster i perioden 1975 til 1990 (Næsset, 2014). Fototakst er en takseringsmetode som baserer seg på fjernmålte data, hvor store deler av registreringene foregår innendørs ved tolking og måling i flybilder med stereoinstrument (Fitje, 1989). Det foretas bestandsinndeling og registrering av bestandsdata som blant annet, hogstklasse, bonitet, treslag og målbare størrelser som høyde, alder og volum (Fitje, 1989).

Metoden gjorde det mulig å redusere behovet for feltbaserte registreringer ettersom man i stor grad kan innhente informasjonen via fjernmålt data. En svakhet med fototakst er at registreringer basert på flybilder avhenger i stor grad fototolkerens skjønn, erfaring og lokalkunnskap som kan føre til risiko for feil og feilantakelser. Feltregistreringer var fortsatt en nødvendighet for å bekrefte eller kalibrerer skjønnnet til fototolkeren, men i langt mindre grad sammenlignet med ren feltbasert takst (Næsset, 2014). Videre utvikling av teknologi og metoder for fjernmålte data bidro til introduksjonen av flybåren laser skanning (FLS) i skogbruket. Tilgangen på FLS-data førte til at den arealbaserte metoden for skogtaksering på tidlig 2000-tallet ble etablert i operativ skogtaksering (Næsset, 2014). Skogtaksering etter denne metoden baseres på en kombinasjon av laserdata, feltdata og ortofoto. Metoden er beskrevet gjennom fem steg:

1. Bestandsinndeling. Skogen i området som skal kartlegges deles inn i bestand gjennom tolkning av egenskapene til skogen på ortofoto og/eller stereofotogrammetri. Manuell tolkning utføres for å bestemme egenskaper som f.eks. treslag og alder.
2. Feltbaserte prøveflater. Det utføres feltregistreringer i området gjennom prøveflater, som regel stratifisert, i systematiske grid med tilfeldig start eller systematisk kluster. Her blir det f.eks. registrert dbh på alle trær og høyde på noen trær (prøvetrær). Prøveflatene blir også georeferert slik at feltdata kan sammenstilles med FLS data.
3. Flybåren laserscanning (FLS) data for det aktuelle området blir anskaffet og prosessert. Det legges deretter et grid med beregningsceller over området hvor hver celle tilsvarer en prøveflate i størrelse, f.eks. 200 m². FLS dataene er en tredimensjonal punktsky som gir variabler som representerer høydefordelingen til hvert punkt, også kalt høydepersentiler, samt tetthetsvariabler.
4. Tilpasse modellene. Basert på de feltbaserte prøveflatene (trinn 2) utvikles det regresjonsmodeller for de biofysiske egenskapene; middelhøyde, overhøyde, grunnflate og volum som avhengige variabler som videre tilpasses med FLS variablene som uavhengige variabler.
5. Bestandsvise estimeringer. Her brukes utviklede modeller til å estimere biofysiske egenskaper for hver beregningscelle. Deretter aggregeres estimatene, som resulterer i estimater for bestandet.

Dagens skogbruksplantakster blir hovedsakelig utført basert på denne metoden (Næsset, 2014). Som metoden beskriver, er man fortsatt avhengig av feltbaserte målinger for å utvikle regresjonsmodeller mellom laserdata og feltdata for gridcellene.

Det er derfor viktig at de feltobserverte skoglige parameterne er nøyaktig og presist bestemt, ettersom de vil være bestemmende for kvaliteten til prediksjonsmodellene.

Tariffkubering er en metode for bestemmelse av volum hvor man benytter seg av den erfaringsmessige sammenhengen mellom dbh og høyde. Den er utnyttet til å lage høydeklasser for gran og furu, hvor høydeklasse er en betegnelse på en tabell eller funksjon som viser sammenhengen mellom dbh og høyde (eller dbh og volum) på enkelttreenivå (Fitje, 1989). Tariffen beregnes fra det virkelige volumet til et tre, basert på målt dbh og høyde, og volumet av det samme treet basert på høydeprediksjon fra høydeklasse 1.0 og dbh. Høyden for trær uten høydemåling predikeres på samme måte og volum estimeres med volumfunksjon. Tariffen benyttes deretter til å korrigere volumet, også kalt basisvolumet.

Man kan også benytte målt høyde og dbh til å utvikle lokale høyde-diameter (H-D) modeller som predikerer høyden til trær uten høydemålinger basert på målt dbh. Mehtätalo et.al., 2015, testet en rekke H-D modeller og fant blant annet at Näslund-modellen var en av de beste 2-parameter modellene for flatespesifikke forhold mellom diameter og høyde for gran, furu og bjørk. Etter at modellen er utviklet og parameterestimatene er beregnet, kan modellen brukes til å predikere høyder for trær uten høydemålinger og volum kan predikeres med volumfunksjoner.

Feltmålinger tilknyttet areal-basert taksering av skog er ofte regnet som en av de store kostnadsdrivende aspektene ved en takst. Ved å eksempelvis redusere antall prøvetrær på hver prøveflate kan det bidra til å redusere denne kostnaden da den totale besøkstiden blir mindre per prøveflate. Det vil derfor være interessant å undersøke hvordan antall prøvetrær påvirker prediksjoner på prøveflatenivå.

Tariffkubering og bruk av H-D modell vil være assosiert med ulik nøyaktighet og presisjon. Det kan være vanskelig å avgjøre hvilken metode som vil gi best resultat uten at man utfører tester på et materiale hvor fasiten er kjent. Slike tester vil som regel kreve destruktiv testing, hvor etablering av fasit krever at aktuelle trær blir felt og målt. En unik kilde til slike fasit-data er hogstmaskindata, spesielt hogstmaskindata sammen med enkelttreposisjoner fordi slike data åpner for analyser der man kan simulere ulike prøveflateutvalg, felt- og seleksjonsprosedyrer.

1.3 Hogstmaskindata

I Norge er kommersiell sluttavvirkning av skog hovedsakelig fullmekanisert. Dette bygger på cut-to-length (CTL) metoden, hvor et maskinlag typisk består av en hogstmaskin og lassbærer. Hogstmaskinen feller, kvister og kapper treet i definerte lengder i henhold til sortiment bestilt av sagbruk og masseindustrien. Hogstmaskinens datamaskin har predefinert hvilke lengder og mål som er økonomisk optimal og foreslår automatisk lengden stokken burde kappes. Lassbæreren frakter deretter tømmeret ut av skogen og lager separate lunner for hvert sortiment ved vei, hvor videre transport til sagbruk og masseindustri foregår på tømmerbil og tog.

CTL-metoden ble i utgangspunktet utviklet i Finland og Sverige på 1970-tallet, og er i dag mye utbredt i resten av verden. (Noordermeer et al., 2021). Gjennom en hogst vil hogstmaskinen opparbeide store mengder data om trærne som blir prosessert av aggregatet. Slike data blir lagret på maskinens innebygde datamaskin i et standardisert dataformat, StanForD 2010 (Arlinger et al., 2012). Det standardiserte formatet skal sørge for at dataene er lesbare og har lik oppbygging på tvers av maskinmodeller. HPR-filer (Harvest production report) genereres og inneholder data for hvert enkelt tre som blant annet; treslag, sortiment, antall stokker, kommersiell høyde, diameter i 10 cm intervaller langs stammen, volum over og under bark (Noordermeer et al., 2021). Studier i nyere tid har anerkjent at hogstmaskindata kan være en viktig kilde til data om skog som kan benyttes i skogtaksering m.m. Med tilleggsutstyr for posisjonering (GNSS) på hogstmaskinen har det blitt mulig å etablere enkelttreposisjoner med god presisjon (Hauglin et al., 2017; Noordermeer et al., 2021). Som tidligere nevnt vil slike data åpne for at ulike feltprosedyrer i en skogtakst kan simuleres.

1.4 Problemstilling

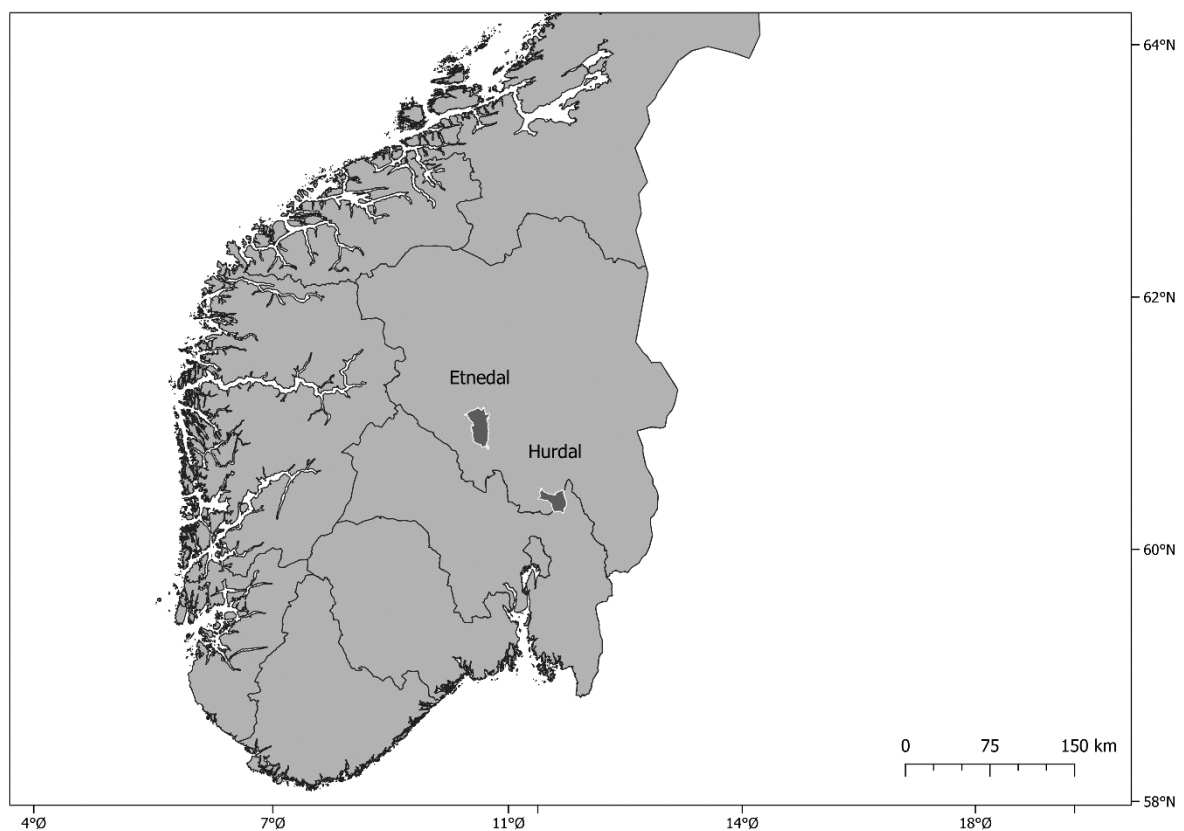
Formålet med denne studien er med utgangspunkt i hogstmaskindata med presise enkelttre posisjoner, å simulere ulike strategier for prøvetreutvalg og antall prøvetrær: 4, 6, 8 og 10, for så å etablere en metodikk som gir mest nøyaktig og presise estimer for overhøyde, middelhøyde og volum på prøveflatenivå. Prøvetreutvalget skal simuleres ved tilfeldig seleksjon, hvor hvert tre har like stor sannsynlighet til å bli trukket ut som prøvetre. Systematisk seleksjon, hvor prøvetrærne selekteres systematisk basert på posisjon. Med relaskop, hvor treets sannsynlighet til å bli trukket ut er proporsjonalt med størrelsen av grunnflaten til treet. Predikering av trehøyder for trær uten høydemålinger baseres på utvikling av lokale flatespesifikke H-D modeller og tariffkubering.

Resultatene kan bidra til å identifisere hvilke estimeringsmetodikker og feltprosedyrer som er mest nøyaktig og presis

2. Material og metode

2.1 Studieområde

Datamaterialet som danner grunnlaget for denne studien ble registrert i Hurdal kommune (60°25'N, 11°4'E, 200-600 m over havet) i Viken Fylke og Etnedal kommune (60° 58' N 9° 39'E, 210-1414 m over havet) i Innlandet Fylke (Figur 1). Norsk gran (*Picea abies* L.) er det dominerende treslaget i Hurdal og Etnedal kommune, med innslag av furu (*Pinus sylvestris* L.) og lauvtreslag, hovedsakelig bjørk (*Betula pubescens* L.).



Figur 1. Norgeskart med studieområdets kommuner markert med svart utheving.

2.2 Datamateriale

Denne studien baseres i sin helhet på datamaterialet innsamlet i forbindelse med forskningsprosjektet PRECISION. Prosjektet har blant annet fokusert på utvikling av metode for nøyaktig geografisk kartlegging av råte-forekomsten i enkelttrær ved hjelp av hogstmaskindata (Hietala et al., 2018).

Datamaterialet fra Hurdal kommune ble registrert med en John Deere 1270E hogstmaskin i perioden april-juni 2016 i forbindelse med sluttavvirkning. Det ble montert to GNSS mottakere på hogstmaskinen som gjorde det mulig å etablere presise posisjoner for hvert tre som ble behandlet av hogstaggregatet (Hauglin et al., 2017). Videre ble det også registrert diameter og høyde (lengde) for hver 10 cm hvor stokken bearbeides gjennom hogstaggregatet. Hauglin et al. (2017) sammenlignet posisjoner etablert av hogstmaskinen og feltmålte posisjoner og avdekket en gjennomsnittlig feil i posisjonering på 0.94 m med standardavvik på 0.58 m. Totalt ble det samlet inn posisjoner, lengder og diameter for 54 209 trær fordelt på 102 hektar (ha).

Hogstmaskindata med presise enkelttreposisjoner fra Etnedal kommune, ble registrert med en Komatsu 931XC i tidsrommet mars 2019 og juni 2021 (Noordermeer et al., 2022). Sammen med koordinatbestemte treposisjoner ble data fra HPR-filen eksportert for hver avvirkning. Det nevnte studiet utførte feltbaserte kontroller på posisjonene etablert av hogstmaskinen og avdekket en gjennomsnittlig feil i posisjoneringen på 0.8 m med et standardavvik på 0.4 m.

Datamaterialet ble slått sammen til ett datasett med totalt 183 701 observasjoner fordelt på to områder. Beskrivelse av datamaterialet er fremstilt i tabell 1.

Tabell 1. Informasjon om datamaterialet fra Etnedal og Hurdal kommune som viser antall trær, gjennomsnittlig diameter og høyde med tilhørende standardavvik, minimum og maksimumsverdier

	Treslag	Antall	Diameter (cm)				Høyde (m)			
			Gj.snitt	SD	Min	Max	Gj.snitt	SD	Min	Max
Etnedal	Gran	115 043	19.78	8.46	4.60	66.10	14.76	5.41	2.06	53.00
	Furu	8 194	27.04	9.34	5.30	58.40	18.84	4.46	4.80	50.00
	Lauv	6 255	16.63	6.54	5.00	63.50	14.57	5.36	4.33	49.00
	Totalt	129 492								
Hurdal	Gran	47 023	21.39	7.87	5.90	74.90	18.07	5.28	3.91	38.72
	Furu	2 018	30.92	6.94	8.80	53.20	21.49	3.65	6.28	34.00
	Lauv	5 168	19.89	6.71	6.90	73.70	18.30	5.49	5.00	36.00
	Totalt	54 209								

2.3 Data prosessering

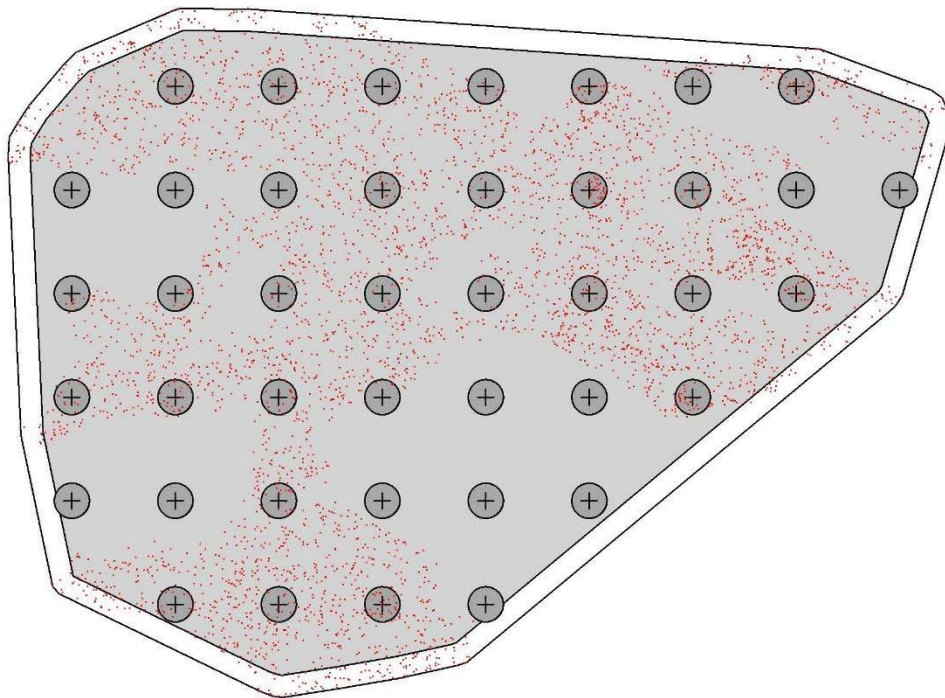
Hvert tre som hogges, kvistes og kappes, blir aptert til kundens mål og krav. Eksempler på slike krav er blant annet minstediameter. Når stokken som prosesseres gjennom hogstaggregatet treffer minstediameter, kappes stokken og hogstmaskinen beveger seg videre til neste tre. Dette medfører at den øverste delen av stokken (toppen) ikke blir målt av hogstmaskinen. Den totale trehøyden, fra stubbeavskjær til topp, ble derfor estimert basert på avsmalingsfunksjoner for gran (Eide, 1954), furu (Strand, 1967) og bjørk (Blingsmo, 1985). Den lengden som passet best med observert diameter ble funnet gjennom en iterativ prosess, på samme måte som i studiet av Rahlf et al. (2021). Videre ble dbh bestemt fra målt diameter 1.1 m inn på første stukk, med en forutsatt stubbehøyde på 0.2 m. Volum for hvert tre ble deretter beregnet med volumfunksjon for gran (Vestjordet, 1967), furu (Brantseg, 1967) og bjørk (Braastad, 1966) med dbh og høyde som inngangsvariabler. Seksjonskubert volum var også tilgjengelig for hvert tre, hvor hver 10-cm-seksjon blir kubert og summert. På samme måte ble volumet av toppen estimert og addert til seksjonskubert volum. I en studie av Rahlf et al. (2021) ble seksjonskubert volum og volum beregnet med norske volumfunksjoner sammenlignet. Studien avdekket at det var ingen tydelig forskjell mellom volum fra volumfunksjon og seksjonskubert volum for gran.

På bakgrunn av dette og at det må benyttes volumfunksjoner ved prediksjon av volum, ble volum basert på volumfunksjoner benyttet som «fasit» i videre analyser.

2.4. Simulering av prøvetreutvalg og seleksjonsprosedyre

Nøyaktige posisjoner av enkelttre, sammen med korresponderende hogstmaskinmålt dbh, høyde og volum, gjorde det mulig å simulere utlegg av prøveflater og seleksjon av prøvetrær. Simuleringen ble utført i programmet R-studio. For å kunne simulere feltprosedyrene var det nødvendig å konstruere polygoner som representerer den romlige fordelingen av trærne i hvert bestand. Først ble ytterpunktene, GNSS-koordinater, til hvert bestand brukt til å danne bestandsgrensen med funksjonen *chull*, som danner konvekse linjer rundt hele bestandet. Polygoner ble deretter dannet med *polygon* og *spatialPolygons* funksjonen. Det ble konstruert 92 forskjellige polygoner som skulle representere bestandene fra datamaterialet. Deretter ble systematiske grid (50 m x 50 m) med tilfeldig start, lagt ut i hvert bestand ved bruk av *spsample* funksjonen og sirkulære prøveflater på 200 m² fordelt i bestandene. Hver prøveflate ble plassert i sentrum av hver node ved bruk av *st_buffer* funksjonen. Data for trær som falt innenfor prøveflatens areal, ble deretter ekstrahert ved bruk av *over* funksjonen. Prøveflater med mindre enn 10 trær ble ekskludert fra videre analyser da det i enkelte tilfeller vil være prøveflater som er uten trær eller har mindre trær enn det vi trenger for å kunne selekter opp mot 10 prøvetrær (Figur 2). For å sikre at prøveflatene som fordeles i bestandet ikke faller utenfor bestandets areal ble det lagt en indre buffer på 10 m med *gBuffer* funksjonen (Figur 2).

Bestand 3
Areal (dekar): 98.4



Figur 2. Polygon av bestand 3 med areal i dekar. Røde prikker indikerer posisjonen til trærne. Mørke grå rundinger indikerer prøveflatene med flatemidt som kryss i et systematisk forband. Ytterste svart linje viser bestandets grense med indre buffer på 10 meter som hvitt felt.

2.4.1 Tilfeldig utvalg av prøvetrær

Tilfeldig seleksjon av prøvetrær ble simulert ved å tildele hvert tre innen samme prøveflate et tilfeldig nummer fra 1 til n , hvor n er antall trær på prøveflaten. Deretter ble den tilfeldige nummeringen rangert, og antall prøvetrær selektert i henhold til rangeringen.

2.4.2. Systematisk utvalg av prøvetrær

For å simulere systematisk seleksjon av prøvetrær var det nødvendig å etablere en rangering i henhold til hvilken posisjon hvert tre hadde i prøveflaten. For hvert tre innen prøveflaten ble vinkel beregnet med *asin* funksjonen med utgangspunkt i koordinatene for flatesenter og treets koordinater. Systematisk seleksjon av prøvetrær ble deretter utført ved å først beregne det n 'te treet som må velges for å sikre ønsket antall prøvetrær.

Eksempelvis med en prøveflate bestående av 20 trær og ønsket antall prøvetrær er 4, vil n beregnes som $20 \text{ trær} / 4 \text{ prøvetrær} = 5$, som betyr at vi må velge hvert 5 tre som prøvetre for å sikre at vi har 4 prøvetrær. Deretter ble prøvetrærne selektert for hvert n 'te tre i henhold til rangeringen.

2.4.3 Relaskoputvalg av prøvetrær

Seleksjon av prøvetrær med sannsynlighet proporsjonal med størrelsen (SPS) ble utført for å simulere bruk av relaskop. Ettersom både avstanden fra flatesenter og diameter i brysthøyde for hvert tre var kjent, var det mulig å beregne individuell relaskopfaktor for hvert tre. På samme måte som tilfeldig utvalg kunne trærne i prøveflaten rangeres i henhold til relaskopfaktor og ønsket antall prøvetrær velges. Prøvetrær ble kun selektert fra trær innen prøveflaten areal. Ettersom en seleksjon med relaskop kan inkludere trær som befinner seg på utsiden av prøveflatens areal ble det foretatt en vekting ved beregningene.

Fire forskjellige antall prøvetre ble selektert: 4, 6, 8 og 10 med tre ulike måter å selektere de på: tilfeldig, systematisk og relaskop.

2.5. Estimering av volum, middelhøyde og overhøyde

2.5.1 Volumberegninger

Prediksjon av volum på prøveflatene for hver seleksjonsprosedyre og antall prøvetrær ble basert på tariffkubering og lokal H-D modell.

Utgangspunktet for en tariffkubering er at vi kjenner volumet på prøvetrærne (siden vi har målt både dbh og høyde), men kun kjenner dbh på resterende trær. Det beregnes først «virkelig» volum for prøvetrærne basert på målt høyde og dbh med volumfunksjoner. Deretter beregnes tariffvolum (basisvolum) for de samme trærne basert på målt dbh og basishøyde med de samme volumfunksjonene. Hvor basishøyde er en prediksjon av høyde basert på høydekurve 1.0. for gran (Fitje & Vestjordet, 1977) og gran med dbh < 15 cm (Eid & Fitje, 1993), furu med dbh < 35 cm (Vestjordet, 1968) og furu med dbh $\geq$ 35 cm (Eid & Fitje, 1993), for lauvtreslag ble furumodellene benyttet. Prøveflatens tariff beregnes deretter som summen av prøvetrærnes virkelige volum dividert på prøvetrærnes basisvolum (3).

Deretter korrigeres tariffvolumet for samtlige trær på prøveflaten med tariffen (3). Tariffkubering skal i utgangspunktet baseres på mean-of-ratios dersom utvalget er proporsjonalt med størrelsen. Ettersom relaskoptrær utenfor prøveflaten er ekskludert, vil det imidlertid være nødvendig å vekte opp de minste trærne i utvalget slik at det blir å anse som et utvalg med lik inkluderings sannsynlighet. For å oppnå dette beregnes det først en kritisk diameter, L (1), på hver prøveflate. L er den dbh som akkurat er med i relaskopet om treet står akkurat på flateradien. Alle trær som har lavere dbh enn L vektet deretter med faktoren w (2) som i praksis er forholdet mellom prøveflatens areal og hvert individuelle tres relaskopflateareal. I ligning 2 er utregningen forenklet og er en funksjon av relaskopfaktor, prøveflatestørrelse og treet's grunnflate. Deretter beregnes tariff (3) som ratio-of-means.

$$L = \frac{r}{\left(50 / \sqrt{f}\right)} \quad (1)$$

r er radius på prøveflaten og f er relaskopfaktor anvendt

$$w_i = \frac{f \times ps}{g_i} \quad (2)$$

ps er prøveflatens størrelse i hektar og g_i (m^2) er grunnflaten for tre i .

$$t = \frac{\sum \text{virkelig volum på prøvetrær}}{\sum \text{tariffvolum på prøvetrær}} \quad (3)$$

Virkelig volum på prøvetrær er beregnet med volumfunksjon av målt dbh og høyde.

Tariffvolum på prøvetrær er beregnet med volumfunksjon av målt dbh og basishøyde.

For tilfeldig og systematisk seleksjon av prøvetrær ble tariffkubering utført på samme måte, ratio-of-means, men uten bruk av L og w . Flatevolum predikeres som summen av korrigerte enkelttre volum. Predikering av høyder for trær uten høydemålinger ble deretter beregnet ved å sette høyde som ukjent i volumfunksjonene sammen med dbh og korrigert volum, som gjør at høyde er den eneste ukjente variabelen i funksjonen.

Volumberegning ved bruk av H-D modell ble utført ved å tilpasse en flatespesifikk høyde-diametersammenheng med flatens prøvetrær med n/s funksjonen og deretter benytte parameterestimaterne til å predikere høyden på alle trær på prøveflaten med Näslund funksjonen (4).

$$h = 1.3 + \frac{dbh^2}{(a + b * dbh)^2} \quad (4)$$

Hvor h er trehøyde, dbh er diameter i brysthøyde, a og b er parameterestimer.

Enkelttrevolum predikeres deretter med volumfunksjoner for gran, furu og bjørk. Flatevolum predikeres som summen av predikerte enkelttrevolum. Gitt at datamaterialet består av gran, furu og lauvtreslag ble det satt som forutsetning at det må være minst 3 prøvetrær av det aktuelle treslaget for at det skulle tilpasses treslag spesifikk H-D modell. Dvs. at dersom det er valgt minst 3 prøvetrær av gran og minst 3 prøvetrær av furu og lauv ble det tilpasset to flatespesifikk H-D modeller, en for gran og en for furu og lauv.

Dersom treslagssammensetningen blant prøvetrærne ikke oppfylte dette kriteriet, ble det isteden utviklet en felles lokal H-D modell. For å håndtere de tilfellene der tilpassingen av den ikke-lineære modellen feilet, eller de tilfellene høydeprediksjoner fra modellen var usannsynlig høye eller lave ($\pm 30\%$ mellom observert høydemåling på prøvetrær og predikert høyde) ble det brukt treslagsspesifikke globale modeller. De tre globale modellene, gran, furu og lauv, ble basert på et tilfeldig utvalg av 100 prøveflater fra datamaterialet. Gitt at det i en operativ takst vil samles inn felldata på flere prøveflater gjør denne tilnærmingen gjennomførbart i en operativ sammenheng.

2.5.2 Grunnflateveid middelhøyde

Grunnflateveid middelhøyde på prøveflatenivå ble beregnet for tilfeldig og systematisk seleksjon etter formel 5. Ved relaskoputvalg ble middelhøyde beregnet etter formel 6.

$$Hl = \frac{\sum h \times g}{\sum g} \quad (5)$$

$$Hl = \frac{\sum h \times g \times w}{\sum g \times w} \quad (6)$$

Hvor Hl er grunnflateveid middelhøyde (Lorey's mean height)

g er grunnflaten til treet i kvadratmeter (m^2)

2.5.3 Overhøyde

Prøveflatens overhøyde ble beregnet etter to metoder. Den første metoden (7) beregner prøveflatens overhøyde som aritmetisk gjennomsnittlig høyde av de 100 største trærne pr hektar i henhold til diameter (Fitje, 1989). Dvs. 2 overhøydetrær med en prøveflatestørrelse på 200 m².

$$HO = \frac{\sum pred_h_{r \leq n}}{n} \quad (7)$$

Der HO er overhøyde, $pred_h$ er predikert høyde for overhøydetre r og n er antall overhøydetrær

Den andre metoden (8) beregner overhøyde på samme måte, men inneholder et korreksjonsledd som får effekt dersom et eller flere av overhøydetrærne er målt.

$$HO = \frac{\sum pred_h_{r \leq n}}{n} \times \frac{\sum obsh_{r_pt \leq n}}{\sum predh_{r_pt \leq n}} \quad (8)$$

Dersom alle overhøydetrærne er målt, altså valgt som prøvetrær, strykes $\sum pred_h_{r \leq n}$ mot $\sum predh_{r_pt \leq n}$ og man står igjen med $\frac{\sum obsh_{r_pt \leq n}}{n}$. Er ingen av overhøydetrærne i prøvetreutvalget settes dette leddet til 1 og får dermed ingen virkning på det første leddet.

Simuleringen ble deretter kjørt med 100 iterasjoner for å fjerne effekten av et spesifikt utvalg, som resulterte i et datamateriale på totalt 258 174 prøveflater.

2.6. Statistiske analyser

Alle statistiske analyser ble utført i programmet R studio.

For hver prøveflates volum, middelhøyde og overhøyde ble differansen mellom predikert verdi og fasit verdi beregnet som:

$$D_i = P_i - F_i \quad (9)$$

Hvor D_i er differansen mellom predikert verdi og fasit verdi for prøveflate i , $i = 1, 2, \dots, n$

P_i er predikert verdi for prøveflate i , $i = 1, 2, \dots, n$.

F_i er fasit verdi for prøveflate i , $i = 1, 2, \dots, n$.

Deretter ble gjennomsnittlig differanse for hver iterasjon beregnet. Med 100 iterasjoner kunne total gjennomsnittlig differanse beregnes og brukes som et mål på systematiske feil.

$$MD = \frac{(\sum_{it=1}^n \bar{D}_{it})}{n} \quad (10)$$

Hvor MD er total gjennomsnittlig differanse

$\bar{D}_{it}$ er gjennomsnittlig differanse for iterasjon it , $it = 1, 2, \dots, n$

n er antall gjennomsnittlig differanser.

Videre ble standardfeilen for gjennomsnittlig differanse beregnet som et mål på tilfeldige feil

$$SE = \sqrt{\frac{\sum_{it=1}^n (D_{it} - \bar{D}_{it})^2}{n - 1}} \quad (11)$$

Til slutt ble det beregnet 95% konfidensinterval rundt total gjennomsnittlig differanse

$$CI_{low} = MD - (SE \times 1.96) \quad (12)$$

$$CI_{up} = MD + (SE \times 1.96) \quad (13)$$

3. Resultater

Resultater for prediksjon av volum, middelhøyde og overhøyde på prøveflatenivå er presentert i tabeller i dette avsnittet. Plot for de ulike seleksjonsprosedyrene og prøveflateverdiene er presentert i vedlegg. Det ble detektert totalt 6420 feil tilknyttet tilpassing av lokale H-D modell i datamaterialet, hvor det isteden ble benyttet global H-D modell for predikering av høyde på trær uten høydemåling. Av datamaterialet på 258 174 observasjoner vil det si at globale H-D modeller ble benyttet i 2.4 % av tilfellene hvor det skulle tilpasses lokale H-D modeller.

Tabell 2 viser resultatene for volum basert på tariffkubering og H-D modell på prøveflatenivå og hvordan seleksjonskriteriet av prøvetrær påvirker predikert volum. Gjennomsnittlig fasitvolum var 6.0 m^3 og tilsvarende predikert volum var 5.97 m^3 på det laveste og 6.11 m^3 på det høyeste. Uavhengig av antall prøvetrær traff prediksjonene fra tariffkubering og H-D modell godt, med gjennomsnittlig differanse og standardfeil under 0.20 m^3 .

Ved tilfeldig seleksjon av prøvetrær viste resultatene en systematisk overprediksjon av volum ved bruk av H-D modell, med 4 og 6 prøvetrær, men ikke ved 8 og 10 prøvetrær. Gjennomsnittlig differanse (MD) og standardfeil (SE) ble tydelig redusert med økt antall prøvetrær (Figur 3). Hvor 10 prøvetrær var mest nøyaktig og presis med gjennomsnittlig volumprediksjon på 6.02 m^3 med tilhørende gjennomsnittlig differanse på 0.021 m^3 og standardfeil på 0.016 m^3 . Ved tariffkubering var det ingen systematiske overpredikering eller underpredikering ettersom konfidensinterval inkluderer 0 ved samtlige antall prøvetrær. Økt antall prøvetrær hadde mindre effekt på systematiske og tilfeldige feil sammenlignet med H-D modell.

Systematisk seleksjon av prøvetrær medførte en systematisk overprediksjon av volum ved bruk av H-D modell for samtlige antall prøvetrær. Gjennomsnittlig differanse og standardfeil ble redusert fra 4 prøvetrær til 8 prøvetrær med ingen tydelig forbedring med 10 prøvetrær (Tabell 2). Hvor 8 og 10 prøvetrær var like nøyaktig og presis, med gjennomsnittlig volumprediksjon på 6.04 m^3 med tilhørende gjennomsnittlig differanse på 0.048 m^3 og standardfeil på 0.022 m^3 . Som ved tilfeldig seleksjon var det ingen systematisk overpredikering eller underpredikering ved tariffkubering. Økt antall prøvetrær hadde lite til ingen effekt på systematiske og tilfeldige feil.

Seleksjon av prøvetrær med relaskop var ifølge resultatene i tabell 2 den mest presise seleksjonsprosedyren ved predikering av volum. Med kun 4 prøvetrær var gjennomsnittlig differanse ved tariffkubering -0.008 m^3 som økte til henholdsvis -0.019 m^3 ved 10 prøvetrær. Tilsvarende tilfeldige feil ble redusert fra 0.016 m^3 til 0.013 m^3 . Ved bruk av H-D modell var det tydeligere effekt av økt antall prøvetrær, hvor systematiske feil ble redusert fra 0.038 m^3 ved 4 prøvetrær til 0.004 m^3 ved 10 prøvetrær. Med tilsvarende tendens for tilfeldige feil hvor standardfeil ved 4 prøvetrær var 0.021 m^3 til 0.012 m^3 ved 8 og 10 prøvetrær.

Resultater for prediksjon av middelhøyde er presentert i tabell 3 hvor gjennomsnittlig fasit for middelhøyde på prøveflatenivå var 18.6 m. Gjennomsnittlig predikert middelhøyde var 18.07 m på det laveste og 19.17 m på det høyeste. Resultatene for predikert middelhøyde, kun basert på målte trær (prøvetrær) viste at både tilfeldig og systematisk seleksjon medfører en systematisk underprediksjon. For begge seleksjonsprosedyrene viste resultatene en reduksjon i systematiske og tilfeldige feil ved økt antall prøvetrær, hvor 10 prøvetrær var mest nøyaktig og presis. Seleksjon av prøvetrær med relaskop viste derimot en økende systematisk overprediksjon av middelhøyde over økt antall prøvetrær, hvor 4 prøvetrær var mest presis med standardfeil på 0.214 m.

Resultater for middelhøyde basert på predikerte høyder er fremstilt i tabell 4. Gjennomsnittlig predikert middelhøyde var 18.66 m på det laveste og 18.92 m på det høyeste. Ved tariffkubering var predikert middelhøyde mest nøyaktig og presis ved relaskop seleksjon uavhengig av antall prøvetrær. For tilfeldig og systematisk seleksjon viste resultatene for tariffkubering at middelhøyde ble systematisk overpredikert uavhengig av antall prøvetrær. Ved bruk av H-D modell var relaskop mest nøyaktig og presis sammenlignet med tilfeldig og systematisk seleksjon. Det var en tydelig effekt av økt antall prøvetrær for de tre seleksjonsprosedyrene, hvor ved tilfeldig seleksjon ble den systematiske feilen redusert fra 0.273 m ved 4 prøvetrær til 0.095 m ved 10 prøvetrær.

Tabell 5 viser resultater for prediksjon av overhøyde. Gjennomsnittlig fasit for overhøyde var 21.4 m og predikert overhøyde var 21.59 m på det laveste og 22.28 m på det høyeste. Uavhengig av seleksjonsprosedyre og antall prøvetrær var det en systematisk overpredikering av overhøyde fra 0.223 m til 0.876 m ved bruk av H-D modell og 0.382 m til 0.533 m ved tariffkubering. Resultatene viste at relaskop var den mest nøyaktige og presise seleksjonsprosedyren med lavest systematisk og tilfeldig feil.

Resultater for korrigert overhøyde er presentert i tabell 6. Gjennomsnittlig predikert overhøyde var 21.57 m på det laveste og 22.39 m på det høyeste. Resultatene viste at overhøyden ble systematisk overvurdert fra 0.193 m til 0.968 m med høydeprediksjoner fra H-D modellene og 0.192 m til 0.600 m ved tariffkubering. Mest nøyaktig og presis predikert overhøyde ble oppnådd ved 10 prøvetrær med relaskoputvalg og tariffkubering med høydeprediksjon fra såkalte «baklengshøyder», hvor gjennomsnittlig differanse var 0.192 m og standardfeil var 0.060 m.

Tabell 2. Tabellen viser resultater for predikering av volum ved tariffkubering og bruk av høyde-diameter modell med seleksjonsprosedyre, antall prøvetrær med tilhørende predikert verdi, gjennomsnittlig differanse (MD), standardfeil (SE) og konfidensinterval.

Seleksjon	N_{pt}	$\overline{Vol}$	Tariffkubering					Näslund H-D modell				
			$\overline{Vol}_{pred}$	MD	SE	CI_{low}	CI_{up}	$\overline{Vol}_{pred}$	MD	SE	CI_{low}	CI_{up}
Tilfeldig	4	6.0	6.03	0.024	0.023	-0.021	0.069	6.11	0.106	0.033	0.041	0.171
Systematisk	4	6.0	6.02	0.014	0.025	-0.034	0.063	6.11	0.104	0.039	0.028	0.179
Relaskop	4	6.0	6.00	-0.008	0.016	-0.040	0.024	6.05	0.038	0.021	-0.003	0.078
Tilfeldig	6	6.0	6.02	0.017	0.023	-0.028	0.062	6.06	0.057	0.025	0.007	0.106
Systematisk	6	6.0	6.02	0.017	0.022	-0.026	0.060	6.07	0.069	0.027	0.015	0.123
Relaskop	6	6.0	5.99	-0.016	0.017	-0.049	0.018	6.02	0.015	0.017	-0.019	0.048
Tilfeldig	8	6.0	6.00	0.014	0.017	-0.019	0.048	6.02	0.032	0.019	-0.006	0.070
Systematisk	8	6.0	6.01	0.015	0.020	-0.024	0.054	6.04	0.048	0.022	0.005	0.091
Relaskop	8	6.0	5.97	-0.016	0.014	-0.044	0.012	6.00	0.011	0.012	-0.012	0.034
Tilfeldig	10	6.0	6.02	0.015	0.015	-0.014	0.044	6.02	0.021	0.016	-0.011	0.053
Systematisk	10	6.0	6.01	0.015	0.020	-0.024	0.054	6.04	0.048	0.022	0.005	0.091
Relaskop	10	6.0	5.98	-0.019	0.013	-0.044	0.006	6.01	0.004	0.012	-0.020	0.028

Alle verdier er oppgitt i m^3 .

N_{pt} – Antall prøvetrær.

CI – 95% nedre og øvre konfidensinterval

Tabell 3. Tabellen viser resultater for grunnflateveid middelhøyde (h_L) basert på målte høyder med seleksjonsprosedyre, antall prøvetrær med tilhørende predikert verdi, gjennomsnittlig differanse (MD), standardfeil (SE) og konfidensinterval.

Seleksjon	N_{pt}	h_L	$h_L\ pred$	MD	SE	CI_{low}	CI_{up}
Tilfeldig	4	18.6	18.12	-0.523	0.086	-0.691	-0.354
Systematisk	4	18.6	18.07	-0.579	0.087	-0.750	-0.408
Relaskop	4	18.6	18.86	0.214	0.062	0.092	0.336
Tilfeldig	6	18.6	18.39	-0.279	0.070	-0.416	-0.143
Systematisk	6	18.6	18.30	-0.365	0.071	-0.504	-0.227
Relaskop	6	18.6	19.00	0.334	0.054	0.229	0.439
Tilfeldig	8	18.6	18.48	-0.174	0.061	-0.294	-0.055
Systematisk	8	18.6	18.41	-0.245	0.063	-0.368	-0.121
Relaskop	8	18.6	19.14	0.488	0.040	0.408	0.567
Tilfeldig	10	18.6	18.53	-0.104	0.039	-0.180	-0.028
Systematisk	10	18.6	18.43	-0.203	0.060	-0.320	-0.086
Relaskop	10	18.6	19.17	0.538	0.038	0.463	0.612

Alle verdier er oppgitt i meter

N_{pt} – Antall prøvetrær

CI – 95% nedre og øvre konfidensinterval

Tabell 4. Tabellen viser resultater for grunnflateveid middelhøyde (h_L) med seleksjonsprosedyre, antall prøvetrær (N) med tilhørende predikert verdi, gjennomsnittlig differanse (MD), standardfeil (SE) og konfidensinterval (CI).

Seleksjon	N_{pt}	h_L	Tariffkubering					Näslund H-D modell				
			h_L pred	MD	SE	CI_{low}	CI_{up}	h_L pred	MD	SE	CI_{low}	CI_{up}
Tilfeldig	4	18.6	18.80	0.151	0.048	0.058	0.245	18.92	0.273	0.076	0.124	0.421
Systematisk	4	18.6	18.78	0.128	0.064	0.002	0.255	18.91	0.259	0.096	0.071	0.447
Relaskop	4	18.6	18.70	0.046	0.038	-0.029	0.121	18.75	0.102	0.049	0.007	0.198
Tilfeldig	6	18.6	18.79	0.139	0.048	0.045	0.234	18.83	0.173	0.119	-0.061	0.407
Systematisk	6	18.6	18.80	0.145	0.053	0.042	0.249	18.86	0.206	0.069	0.071	0.341
Relaskop	6	18.6	18.68	0.031	0.037	-0.042	0.104	18.71	0.060	0.033	-0.005	0.125
Tilfeldig	8	18.6	18.76	0.132	0.036	0.062	0.202	18.74	0.116	0.111	-0.101	0.333
Systematisk	8	18.6	18.76	0.131	0.043	0.046	0.215	18.78	0.152	0.048	0.059	0.246
Relaskop	8	18.6	18.66	0.030	0.030	-0.029	0.089	18.68	0.058	0.023	0.012	0.103
Tilfeldig	10	18.6	18.78	0.137	0.030	0.078	0.196	18.74	0.095	0.105	-0.111	0.301
Systematisk	10	18.6	18.78	0.136	0.037	0.064	0.208	18.77	0.131	0.044	0.045	0.218
Relaskop	10	18.6	18.68	0.037	0.022	-0.005	0.079	18.69	0.051	0.020	0.012	0.089

Alle verdier er oppgitt i meter.

N_{pt} – Antall prøvetrær.

CI – 95% nedre og øvre konfidensinterval

Tabell 5. Tabellen viser resultater for overhøyde med seleksjonsprosedyre, antall prøvetrær(N) med tilhørende predikert verdi, gjennomsnittlig differanse (MD), standardfeil (SE) og konfidensinterval.

Seleksjon	N_{pt}	Ho	Tariffkubering					Høyde-diameter modell (Näslund)				
			Ho_{pred}	MD	SE	CI_{low}	CI_{up}	Ho_{pred}	MD	SE	CI_{low}	CI_{up}
Tilfeldig	4	21.4	21.94	0.533	0.090	0.356	0.710	22.28	0.876	0.152	0.578	1.173
Systematisk	4	21.4	21.91	0.508	0.104	0.304	0.711	22.28	0.873	0.183	0.515	1.232
Relaskop	4	21.4	21.81	0.404	0.064	0.278	0.529	21.74	0.332	0.101	0.135	0.530
Tilfeldig	6	21.4	21.92	0.512	0.083	0.350	0.675	22.07	0.665	0.157	0.357	0.974
Systematisk	6	21.4	21.93	0.519	0.084	0.354	0.683	22.13	0.726	0.128	0.475	0.976
Relaskop	6	21.4	21.79	0.379	0.062	0.257	0.501	21.63	0.223	0.048	0.128	0.317
Tilfeldig	8	21.4	21.88	0.512	0.083	0.349	0.674	21.91	0.544	0.155	0.239	0.848
Systematisk	8	21.4	21.88	0.509	0.089	0.334	0.684	21.99	0.624	0.107	0.414	0.834
Relaskop	8	21.4	21.75	0.383	0.057	0.271	0.495	21.59	0.224	0.056	0.113	0.334
Tilfeldig	10	21.4	21.91	0.508	0.069	0.373	0.643	21.88	0.478	0.138	0.208	0.748
Systematisk	10	21.4	21.91	0.507	0.074	0.362	0.652	21.95	0.554	0.096	0.366	0.743
Relaskop	10	21.4	21.78	0.382	0.052	0.280	0.485	21.63	0.227	0.042	0.145	0.309

Alle verdier er oppgitt i meter

N_{pt} – Antall prøvetrær

CI – 95% nedre og øvre konfidensinterval

Tabell 6. Tabellen viser resultater for korrigert overhøyde med seleksjonsprosedyre, antall prøvetrær(N) med tilhørende predikert verdi, gjennomsnittlig differanse (MD), standardfeil (SE) og konfidensinterval.

Seleksjon	N_{pt}	Ho	Tariffkubering					Høyde-diameter modell (Näslund)				
			Ho_{pred}	MD	SE	CI_{low}	CI_{up}	Ho_{pred}	MD	SE	CI_{low}	CI_{up}
Tilfeldig	4	21.4	22.00	0.600	0.098	0.409	0.791	22.37	0.968	0.153	0.669	1.268
Systematisk	4	21.4	21.99	0.589	0.120	0.353	0.825	22.39	0.984	0.190	0.612	1.355
Relaskop	4	21.4	21.69	0.286	0.089	0.113	0.460	21.74	0.336	0.106	0.128	0.545
Tilfeldig	6	21.4	21.90	0.491	0.105	0.285	0.698	22.09	0.686	0.171	0.350	1.021
Systematisk	6	21.4	21.94	0.532	0.111	0.315	0.749	22.18	0.774	0.148	0.484	1.064
Relaskop	6	21.4	21.63	0.218	0.073	0.074	0.361	21.64	0.227	0.072	0.085	0.369
Tilfeldig	8	21.4	21.79	0.418	0.102	0.219	0.617	21.88	0.506	0.182	0.150	0.862
Systematisk	8	21.4	21.82	0.453	0.113	0.231	0.676	21.99	0.615	0.130	0.360	0.870
Relaskop	8	21.4	21.57	0.196	0.071	0.057	0.336	21.57	0.202	0.072	0.061	0.342
Tilfeldig	10	21.4	21.76	0.360	0.096	0.173	0.547	21.80	0.400	0.172	0.063	0.736
Systematisk	10	21.4	21.83	0.426	0.113	0.204	0.648	21.93	0.530	0.131	0.273	0.786
Relaskop	10	21.4	21.59	0.192	0.060	0.075	0.308	21.59	0.193	0.060	0.075	0.311

Alle verdier er oppgitt i meter

N_{pt} – Antall prøvetrær

CI – 95% nedre og øvre konfidensinterval

4. Diskusjon

Formålet med denne studien var å undersøke effekten av seleksjonsprosedyre, antall prøvetrær og beregningsmetoder for volum, middelhøyde og overhøyde på prøveflatenivå og etablere hvilken beregningsmetode og feltprosedyre som er mest presis og nøyaktig. Ved bruk av hogstmaskindata fra Etnedal og Hurdal kommune med nøyaktige enkelttreposisjoner, diameter i brysthøyde og høyde for 183 701 trær, ble feltprosedyrene simulert i programmet R-studio. I en operativ takst etter den areal-baserte metoden vil presise og nøyaktige feltobserverte verdier på prøveflatenivå være viktig i utviklingen av prediksjonsmodeller for de ulike cellene, deriblant volum, middelhøyde og overhøyde (Næsset, 2014). Årsaken til dette er at feilen på prøveflatene vil være bestemmende for kvaliteten til prediksjonsmodellene som anvendes i den areal-baserte lasertaksten.

For predikering av volum på prøveflatenivå viste resultatene fra denne studien at seleksjon av prøvetrær med relaskop var den seleksjonsmetoden som ga mest presise og nøyaktige prediksjoner ved bruk av H-D modell (Tabell 2). Ved tariffkubering var forskjellen mellom de tre seleksjonsprosedyrene mindre tydelig (Tabell 2). Ved relaskop seleksjon var det liten effekt på systematiske og tilfeldige feil ved økt antall prøvetrær, hvor gjennomsnittlig differanse (MD) og standardfeil (SE) ved 4 prøvetrær var -0.008 m^3 og 0.016 m^3 sammenlignet med -0.019 m^3 og 0.013 m^3 ved 10 prøvetrær. Dette kan antyde at volumprediksjon med tariffkubering er svært nøyaktig og presis med få prøvetrær og blir nødvendigvis ikke forbedret med økt antall prøvetrær. Volumpredikering basert på H-D modellen viste større effekt av økt antall prøvetrær, hvor gjennomsnittlig differanse (MD) ble redusert fra 0.038 m^3 med 4 prøvetrær til 0.015 m^3 med 6 prøvetrær til 0.011 m^3 ved 8 prøvetrær til 0.004 m^3 ved 10 prøvetrær. For standardfeil (SE) var det en reduksjon fra 0.021 m^3 ved 4 prøvetrær til 0.012 m^3 ved 8 prøvetrær, med ingen forbedring ved 10 prøvetrær. Dette kan forklares av modellkvaliteten, hvor høydeprediksjoner fra H-D modellene og dermed volumprediksjon blir mer nøyaktig og presis som følge av økt omfang av data som modellen utvikles fra, spesielt fra 4 til 8 prøvetrær.

Predikering av grunnflateveid middelhøyde basert på målte høyder var mindre presis enn ved bruk av predikerte høyder, hvor systematiske feil (MD) ved tariffkubering med 4 prøvetrær var 15 cm ved tilfeldig seleksjon og 5 cm ved relaskop seleksjon, sammenlignet med -52 cm og 21 cm (Tabell 3-4). Resultatene viste at tariffkubering og høydeprediksjoner fra volumfunksjon («baklengshøyder»), var svært presis og nøyaktig uavhengig av antall prøvetrær, hvor relaskoputvalg av prøvetrær var best (Tabell 4). Dette antyder at man ikke nødvendigvis oppnår mer nøyaktig og presis predikert middelhøyde ved økt antall prøvetrær, spesielt ved relaskopseleksjon.

Resultatene for predikering av overhøyde og korrigert overhøyde viste at metodene og seleksjonsprosedyrene var relativt nøyaktig og presise med systematiske og tilfeldige feil under 1 meter. Det var derimot en tydelig overpredikering av overhøyde uavhengig av seleksjonsprosedyre og beregningsmetode. Seleksjon av prøvetrær med relaskop var også for overhøyde, den seleksjonsprosedyren som ga mest nøyaktig og presise prediksjoner, både for overhøyde basert på predikerte høyder (Tabell 5) og korrigert overhøyde (Tabell 6), hvor sistnevnte hadde lavere systematiske feil (MD) med økt antall prøvetrær. Dette kan forklares av måten korrigert overhøyde beregnes på, hvor høydemåling på overhøydetrær brukes som korreksjon eller erstatter predikert høyde dersom de er valgt som prøvetrær. Med økt antall prøvetrær vil sannsynligheten for at overhøydetrær blir valgt som prøvetre øke og den effekten gjør seg gjeldene for resultatene (Tabell 6). Figur 16 viste at det forekommer en systematisk feil ved korrigert overhøyde for både høydeprediksjoner fra H-D modellene og bruk av «baklengshøyder», for enkelte prøveflater. Grunnen til at denne feilen oppstår har vi ikke klart å identifisere, men det er tydelig at det er en egenskap som ikke har blitt tatt hensyn til i beregningene.

Totalt ble det konstruert 92 polygoner av datamaterialet som skulle representere de ulike bestand fra hogstmaskindataene. Som vist i figur 2 er det tydelig at det er områder innen bestandet hvor det ikke forekommer trær (røde punkter). Dette kan tilskrives *chull* funksjonen som er anvendt for å danne ytterpunktene til bestandet, hvor funksjonen kun danner konvekse linjer mellom ytterpunktene (GNSS koordinater) i det aktuelle bestandet. Det ble derfor satt som en forutsetning i simuleringen at prøveflater med mindre enn 10 trær skulle ekskluderes fra videre analyser. Både for å sikre at prøveflatene i det hele tatt besto av trær og at det var tilstrekkelig antall trær for det antall prøvetrær som skulle testes.

Noe som betyr at prøveflater med 10 eller flere trær ble selektert for videre analyser. En svakhet med denne restriksjonen er at en risikere å få prøveflater hvor det ikke er tilstrekkelig antall trær som det ikke blir målt høyde på. F.eks. med 10 prøvetrær på en prøveflate med kun 10 trær, vil det ikke være trær som det skal predikeres høyde for. Dette er en faktor som kan ha påvirket resultatene, spesielt ved 10 prøvetrær ettersom det i slike situasjoner ikke vil forekomme trær uten høydemålinger.

Datamaterialet som ble anvendt i denne studien var hovedsakelig bestående av tredata fra sluttavvirkninger, som medfører at resultatene kan ha begrenset gyldighet utover hogstmoden skog, altså hogstklasse 4 og hovedsakelig hogstklasse 5. Av de 183 701 trærne som ble benyttet i denne studien var det en klar overvekt av gran i treslagssammensetningen, hvor 88% av trærne var gran. En generalisering av resultatene burde derfor foretas med forsiktighet da de også kan ha begrenset gyldighet for furu og lauvtreslag.

For videre studier kunne det vært interessant å vurdere effekten av prøveflatestørrelse ettersom simuleringen i denne studien kun ble basert på prøveflater på 200 m². Gitt at denne studien baserte tariffkubering (tariffer) og H-D modeller utviklet på prøveflatenivå kunne det også vært interessant å undersøke om globale tariffer og H-D modeller basert på flere prøveflater er mer nøyaktig og presis sammenlignet med resultatene fra denne studien.

6. Konklusjon

Denne studien har vist at hogstmaskindata med nøyaktige enkelttreposisjoner kan benyttes for å simulere og validere feltprosedyrer og beregningsmetoder for volum, middelhøyde og overhøyde på prøveflatenivå. Resultatene fra simuleringen indikerer at prøvetreutvalget burde foretas med relaskop, der inkluderingssannsynligheten er proporsjonal med størrelsen til trærne, ettersom resultatene for middelhøyde og overhøyde var gjennomgående mest presis og nøyaktig for denne seleksjonsprosedyren. For predikering av volum var forskjellen mellom de tre seleksjonsprosedyrene mindre tydelig da resultatene for tariffkubering var svært nøyaktig og presis uavhengig av seleksjonsprosedyre. Predikering av grunnflateveid middelhøyde var mest nøyaktig og presis med predikerte høyder sammenlignet med målte høyder. Tariffkubering og såkalte «baklengshøyder» var i denne studien den metoden som ga mest nøyaktige prediksjoner for middelhøyde, hvor presisjonen var marginalt bedre med høydeprediksjoner fra H-D modellen. Predikert overhøyde basert på korrigerte høyder på overhøydetrær var den mest nøyaktige beregningsmetoden. Presisjonen var marginalt lavere sammenlignet med ordinær predikering av overhøyde.

Når det gjelder antall prøvetrær viste resultatene for predikert volum med tariffkubering lite effekt på nøyaktighet og presisjon med økt antall prøvetrær. For middelhøyde og overhøyde var det derimot en positiv effekt på nøyaktighet og presisjon med økt antall prøvetrær, hvor 8 og 10 prøvetrær var mest nøyaktig og presis. Ved bestemmelse av antall prøvetrær burde dette tas i betraktning da det er en avveining mellom antall prøvetrær og nøyaktig og presisjon for spesielt middelhøyde og overhøyde.

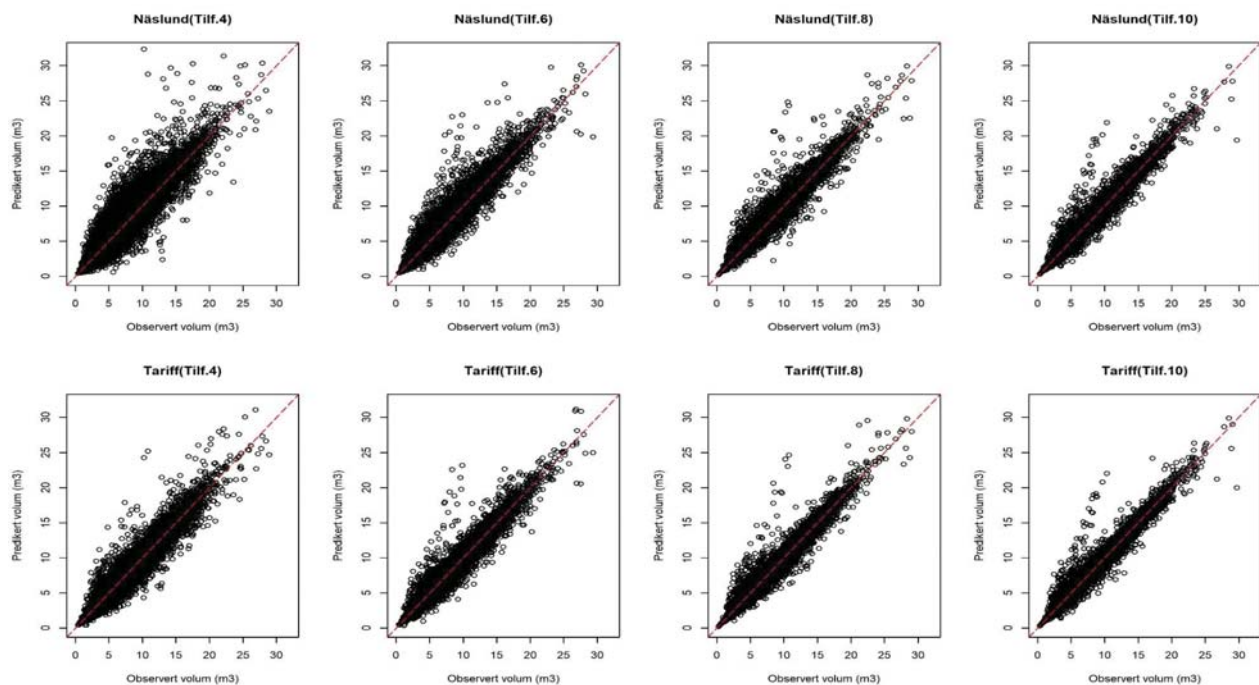
7. Litteratur

- Arlinger, J., Nordström, M. & Möller, J. J. (2012). *StanForD 2010: modern communication with forest machines*: Skogforsk.
- Blingsmo, K. (1985). Taper functions and tables for birch [*Betula verrucosa* and *Betula pubescens*]. *Research Paper from Norwegian Forest Research Institute*.
- Brantseg, A. (1967). Furu sønnafjells. *Kubering av stående skog. Funksjoner og tabeller. Meddr norske SkogforsVes*, 22: 689-739.
- Braastad, H. (1966). Volumtabeller for bjørk. *Meddr norske SkogforsVes*, 21: 23-78.
- Eid, T. & Fitje, A. (1993). Variations within stands for volume, basal area, number of trees, mean diameter and mean height. *Communications of Skogforsk*.
- Eid, T. (2008). Planlegging for beslutninger i skog. *Introduksjon til skogregistrering i SKOG205*: 23.
- Eide, E. (1954). *Avsmalingstabell for granskog*. Rapp.Skogforsk 12/94:1-26: SkogforsVes.
- Fitje, A. & Vestjordet, E. (1977). Stand height curves and new tariff tables for Norway spruce. *Meddelelser Fra Norsk Institutt for Skogforskning*, 34 (2): 27-68.
- Fitje, A. (1989). *Tremåling*: Landbruksforl.
- Forskrift om tilskudd til skogbruksplanlegging med miljøregistreringer*. (2004). I 2004 hefte 4: Landbruks- og matdepartementet.
- Hauglin, M., Hansen, E. H., Nsset, E., Busterud, B. E., Gjevestad, J. G. O. & Gobakken, T. (2017). Accurate single-tree positions from a harvester: a test of two global satellite-based positioning systems. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 32 (8): 774-781. doi: 10.1080/02827581.2017.1296967.
- Hietala, A., Solheim, H., Hanssen, K., Talbot, B. & Astrup, R. (2018). Precision forestry for improved resource utilization and reduced wood decay in Norwegian forests. V: *Proceedings of International LIFE+ ELMIAS Ash and Elm, and IUFRO WP, 7* (01).
- Nibio. (2021). *Landsskogtakseringen*. Tilgjengelig fra: <https://www.nibio.no/om-nibio/vare-fagdivisjoner/divisjon-for-skog-og-utmark/landsskogtakseringen> (lest 30.01).

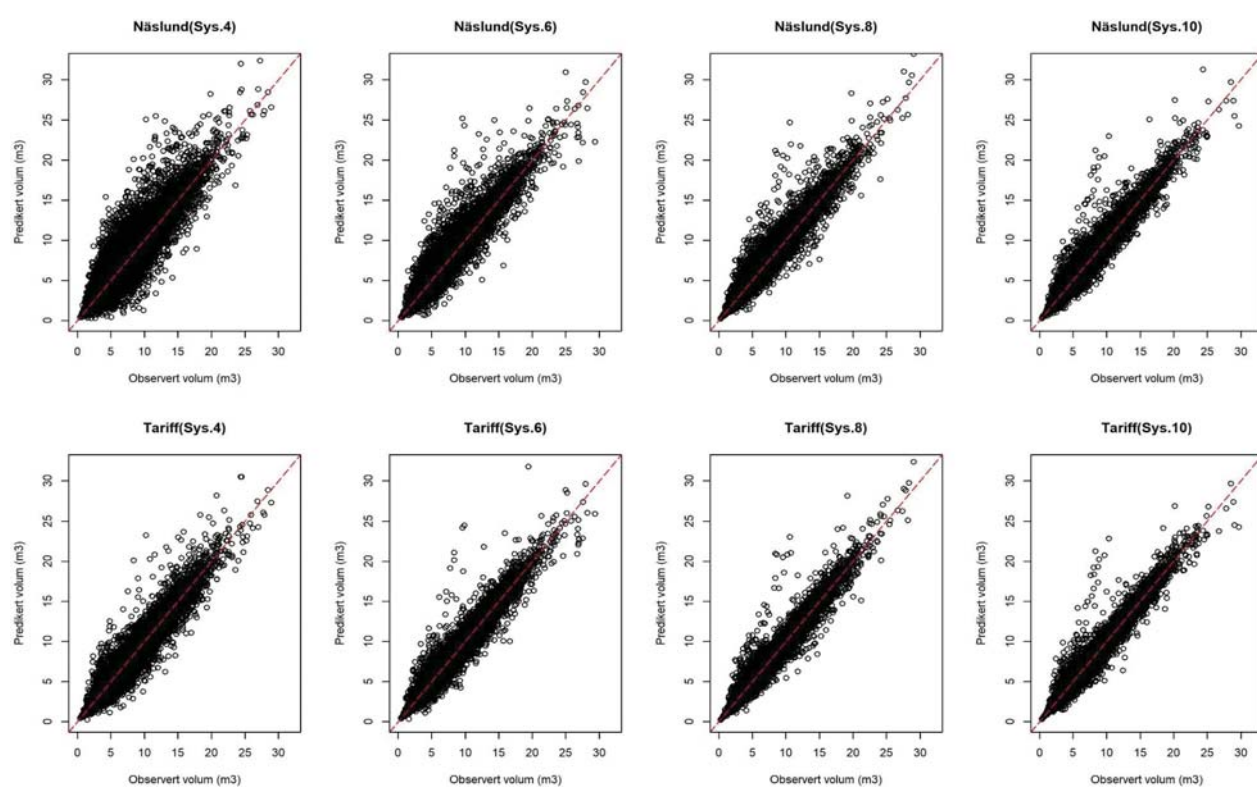
- Noordermeer, L., Sorngard, E., Astrup, R., Naesset, E. & Gobakken, T. (2021). Coupling a differential global navigation satellite system to a cut-to-length harvester operating system enables precise positioning of harvested trees. *International Journal of Forest Engineering*, 32 (2): 119-127. doi: 10.1080/14942119.2021.1899686.
- Noordermeer, L., Naesset, E. & Gobakken, T. (2022). Effects of harvester positioning errors on merchantable timber volume predicted and estimated from airborne laser scanner data in mature Norway spruce forests. *Silva Fennica*, 56 (1).
- Næsset, E. (1997). Determination of mean tree height of forest stands using airborne laser scanner data. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote sensing*, 52 (2): 49-56.
- Næsset, E. (2014). Area-based inventory in Norway—from innovation to an operational reality. I: *Forestry applications of airborne laser scanning*, s. 215-240: Springer.
- PEFC. (2022). Hva er bærekraftig skogbruk. Tilgjengelig fra: <https://pefc.no/baerekraftig-skogbruk/var-tilnaerming/hva-er-baerekraftig-skogbruk> (lest 08.05).
- Rahlf, J., Hauglin, M., Astrup, R. & Breidenbach, J. (2021). Validering av volumfunksjoner ved hjelp av hogstmaskinmålinger.
- SSB. (2020). *Fakta om skogbruk*: SSB. Tilgjengelig fra: <https://www.ssb.no/jord-skog-jakt-og-fiskeri/faktaside/skogbruk> (lest 30.01).
- Strand, L. (1967). Taper tables for scots pine in southern Norway. *Meddelelser fra det norske skogforsøksvesen*, 22: 433-&.
- Vestjordet, E. (1967). Funksjoner og tabeller for kubering av stående gran. *Communications of Norwegian Forest Research Institute*, 22: 543-574.
- Vestjordet, E. (1968). Volum av nyttebart virke hos gran og furu basert på relativ høyde og diameter i brysthøyde eller ved 2, 5 m fra stubbeavskjær.

7. Vedlegg – Plot

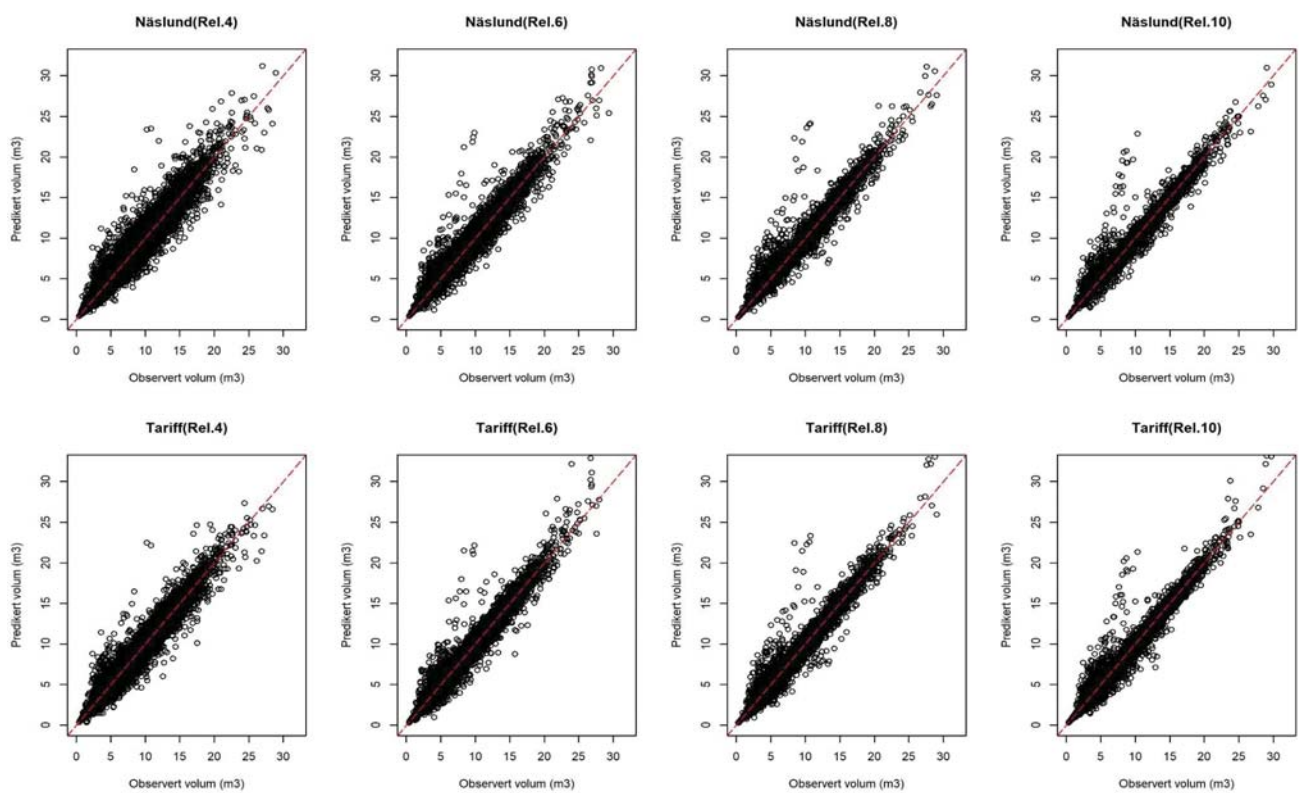
7.1 Volum



Figur 3. Figuren viser plot av fasit volum og predikert volum for tilfeldig prøvetreutvalg og tilhørende antall prøvetrær.

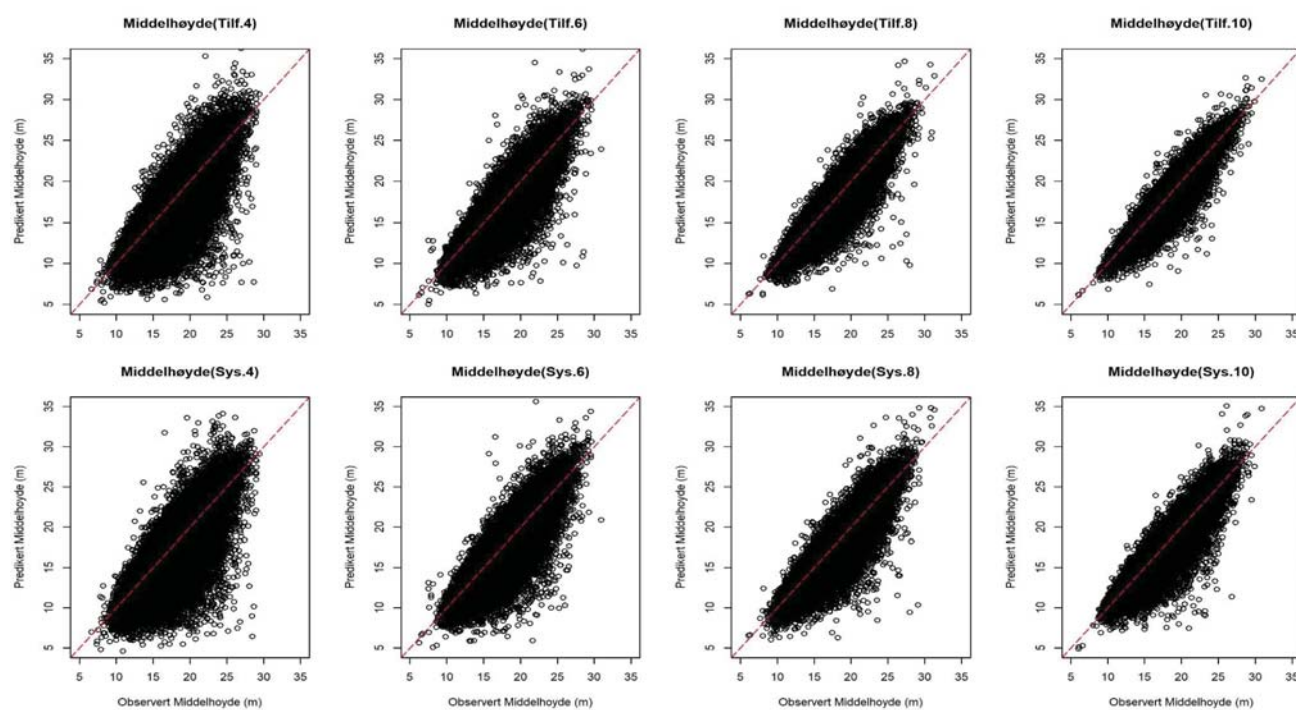


Figur 4. Figuren viser plot av fasit volum og predikert volum for systematisk prøvetreutvalg og tilhørende antall prøvetrær.

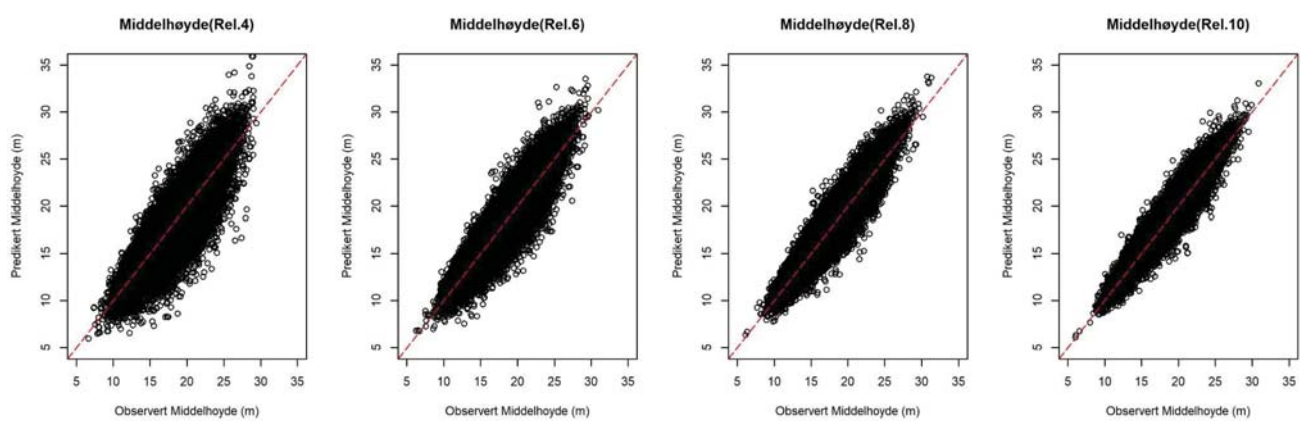


Figur 5. Figuren viser plot av fasit volum og predikert volum for relaskop prøvetreutvalg og tilhørende antall prøvetrær.

7.2 Middelhøyde – målte høyder

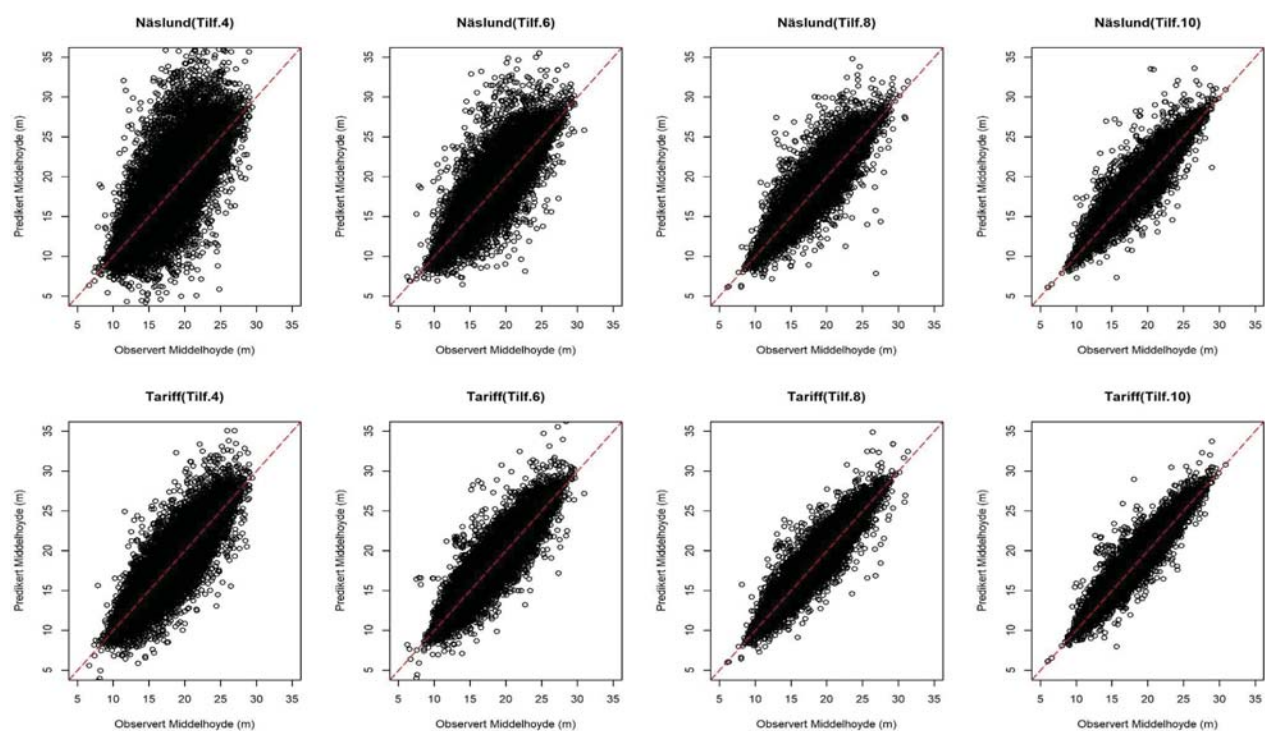


Figur 6. Figuren viser plot av fasit middelhøyde og predikert middelhøyde basert på prøvetrær (målte høyder), for tilfeldig og systematisk prøvetreutvalg og tilhørende antall prøvetrær.

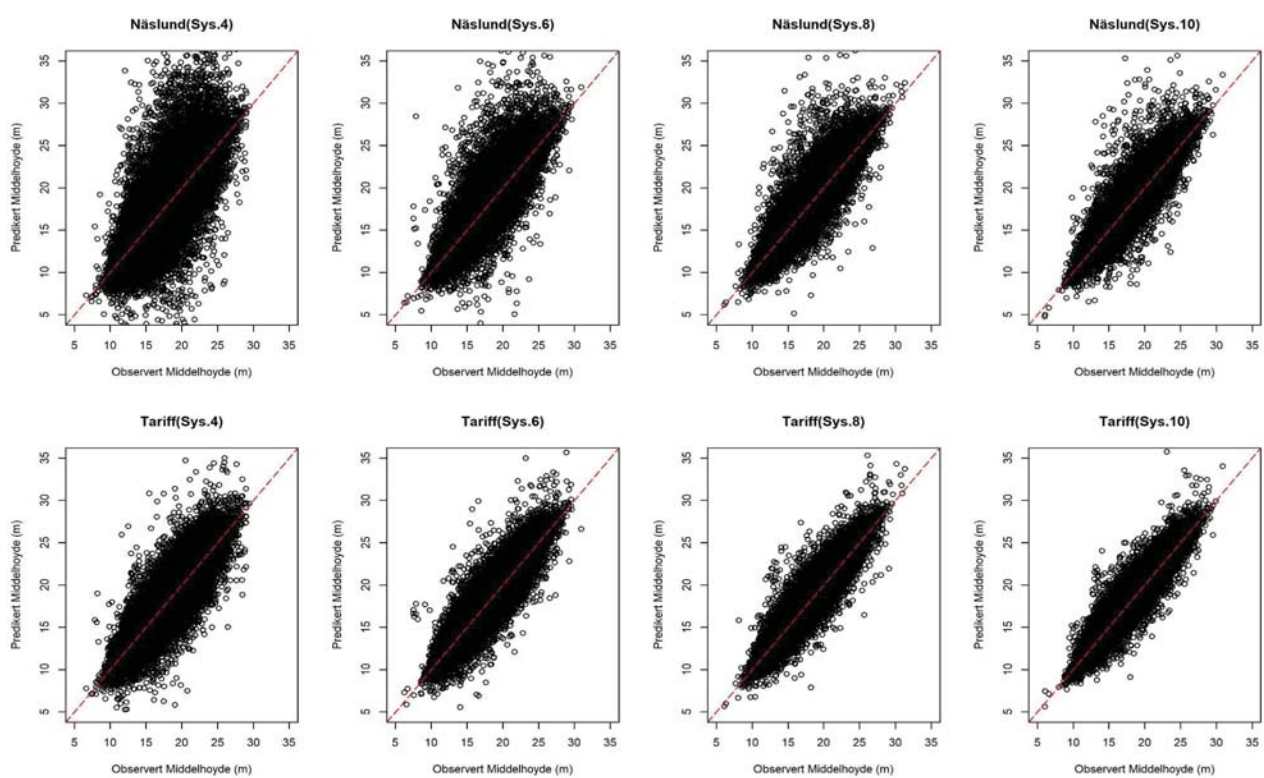


Figur 7. Figuren viser plot av fasit middelhøyde og predikert middelhøyde basert på prøvetrær (målte høyder), for relaskop prøvetreutvalg og tilhørende antall prøvetrær.

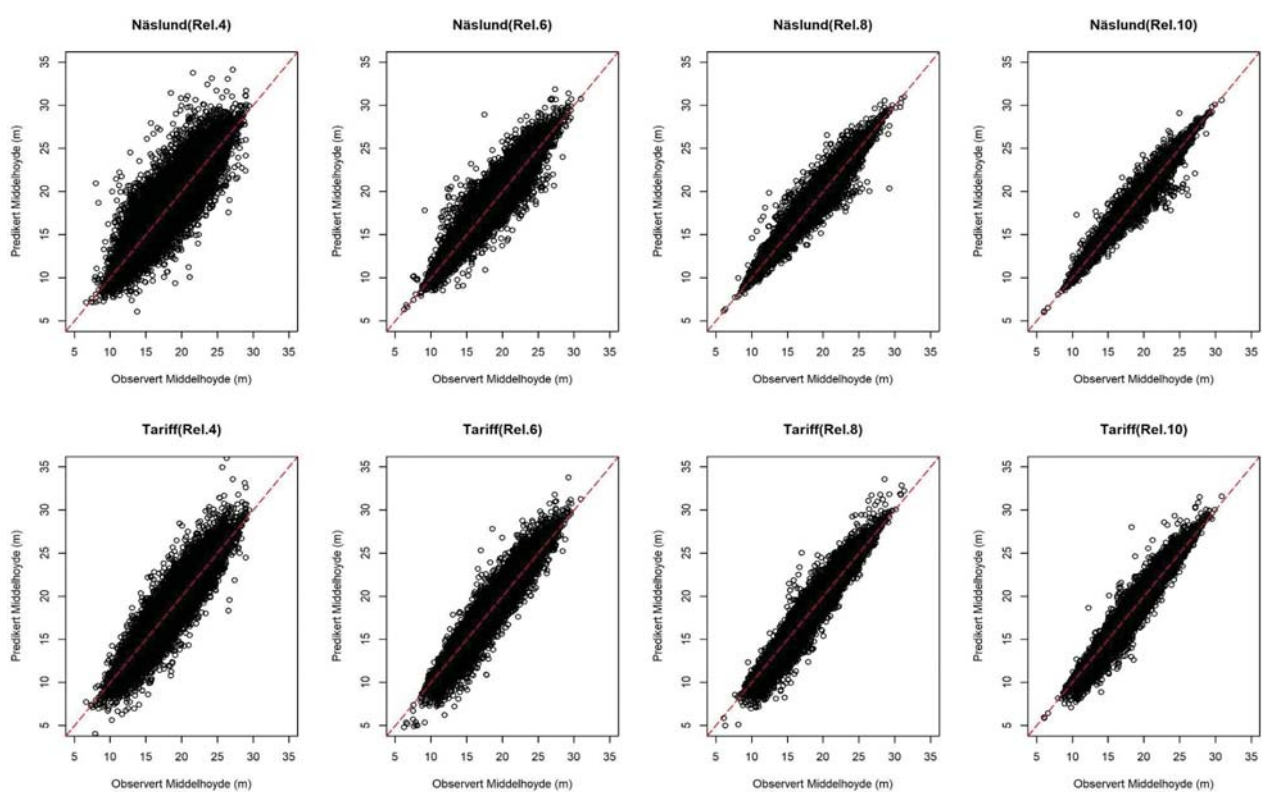
7.3 Middelhøyde – predikerte høyder



Figur 8. Figuren viser plot av fasit middelhøyde og predikert middelhøyde basert på predikerte høyder, for tilfeldig prøvetreutvalg og tilhørende antall prøvetrær.

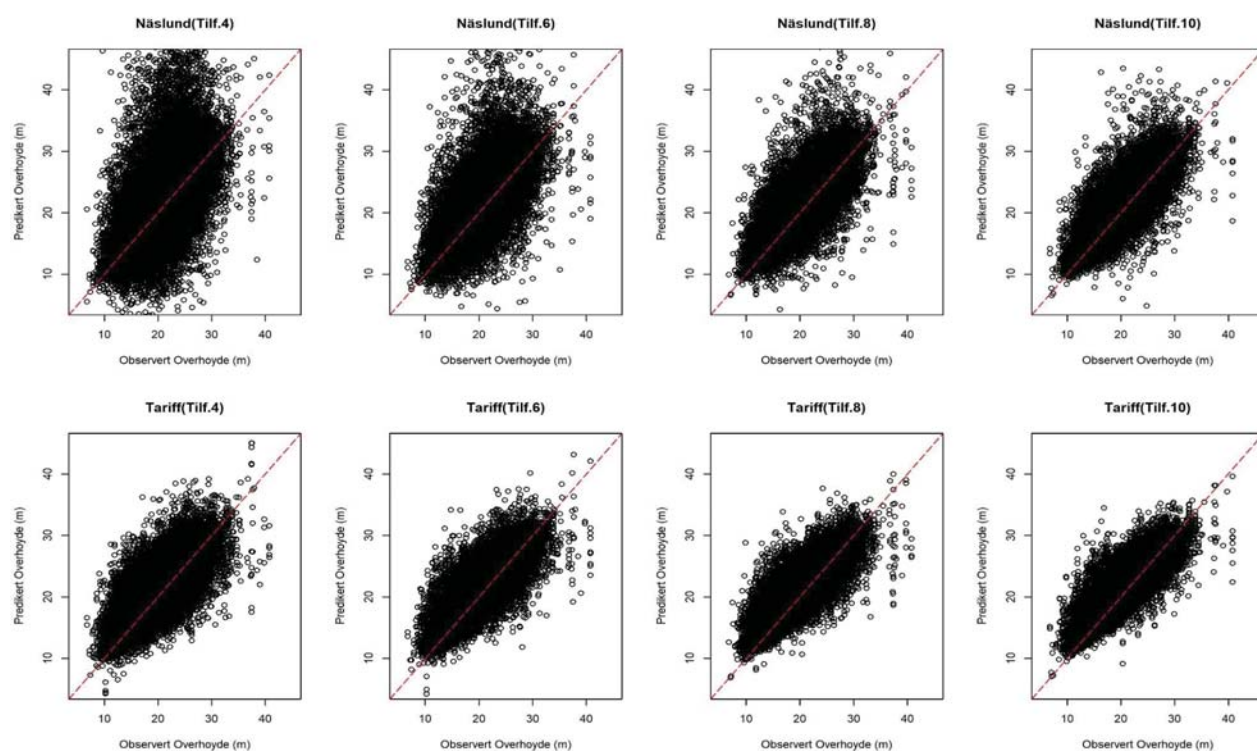


Figur 9. Figuren viser plot av fasit middelhøyde og predikert middelhøyde basert på predikerte høyder, for systematisk prøvetreutvalg og tilhørende antall prøvetrær.

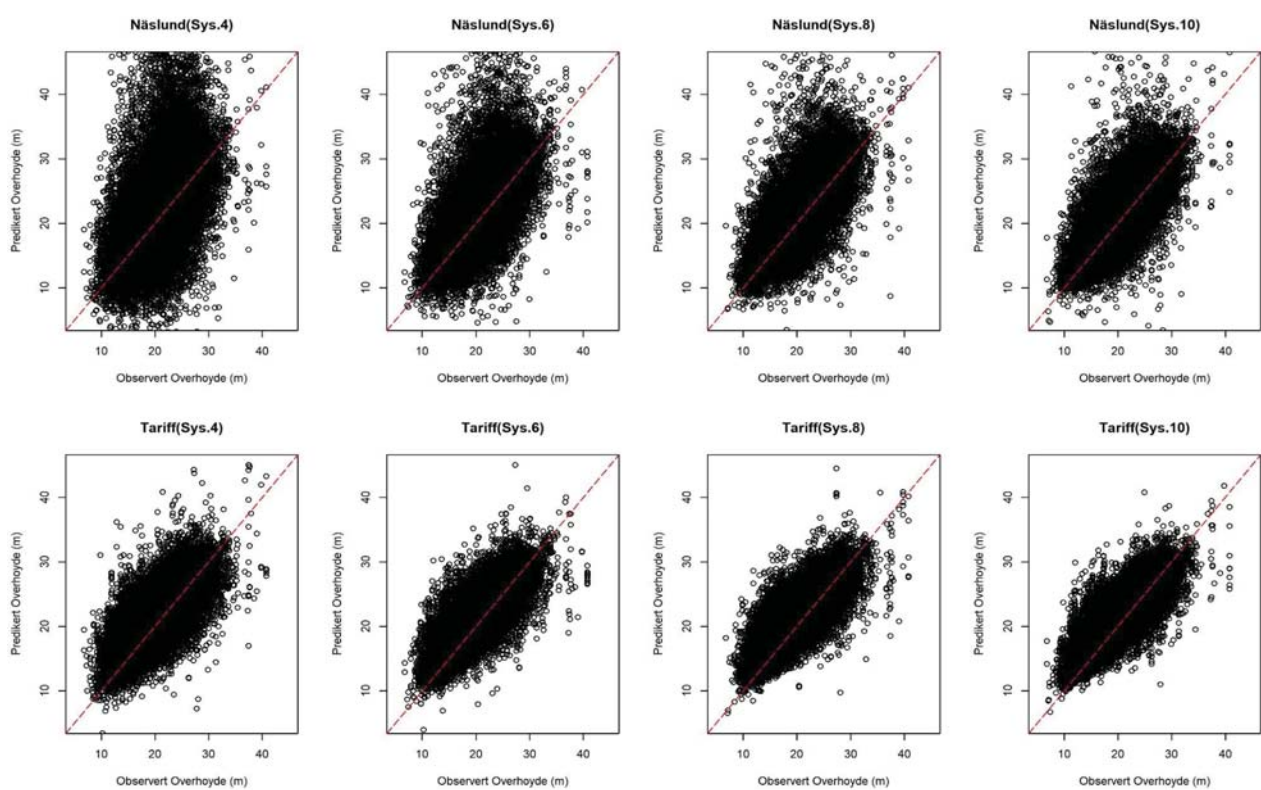


Figur 10. Figuren viser plot av fasit middelhøyde og predikert middelhøyde basert på predikerte høyder, for relaskop prøvetreutvalg og tilhørende antall prøvetrær.

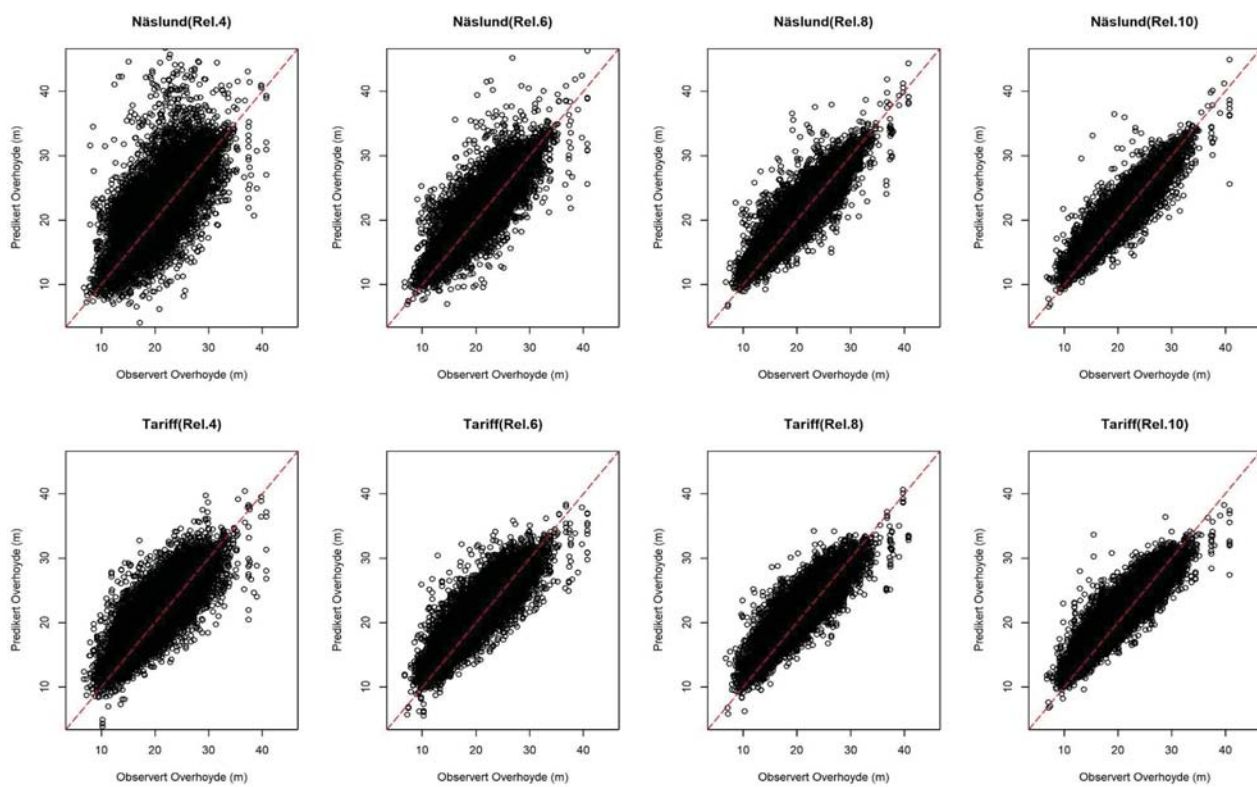
7.4 Overhøyde



Figur 11. Figuren viser plot av fasit overhøyde og predikert overhøyde basert på predikerte høyder, for tilfeldig prøvetreutvalg og tilhørende antall prøvetrær.

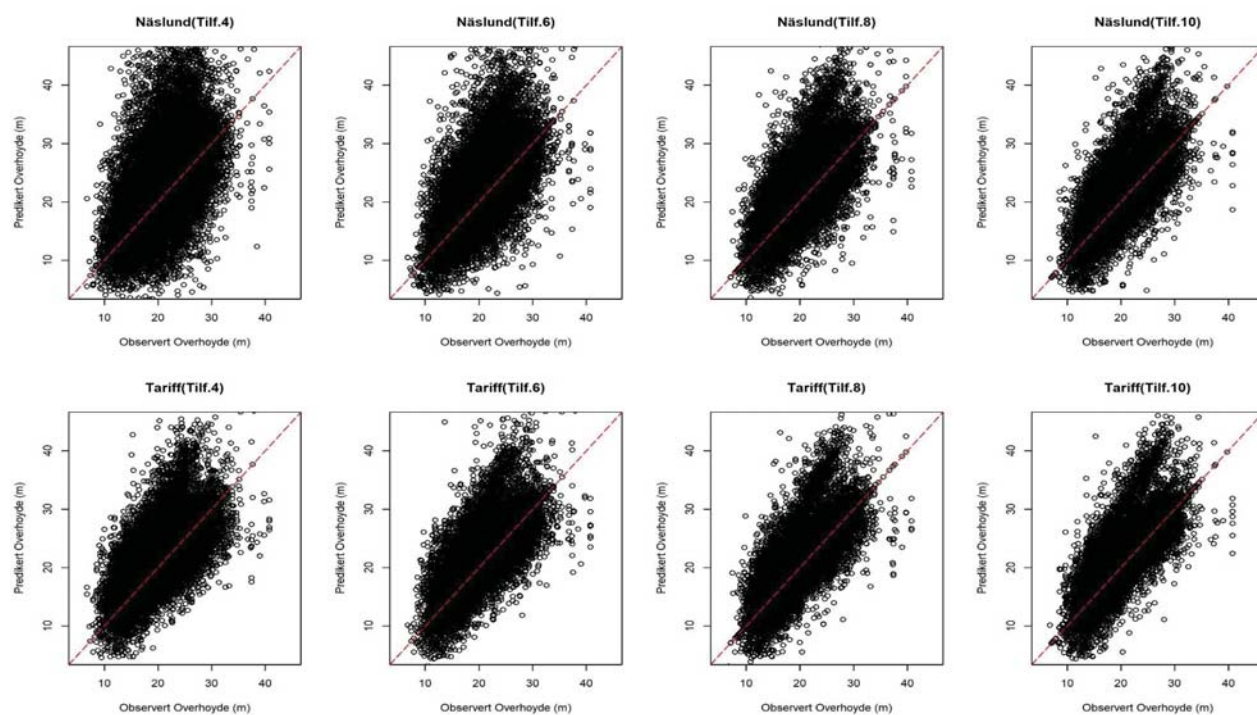


Figur 12. Figuren viser plot av fasit overhøyde og predikert overhøyde basert på predikerte høyder, for systematisk prøvetreutvalg og tilhørende antall prøvetrær

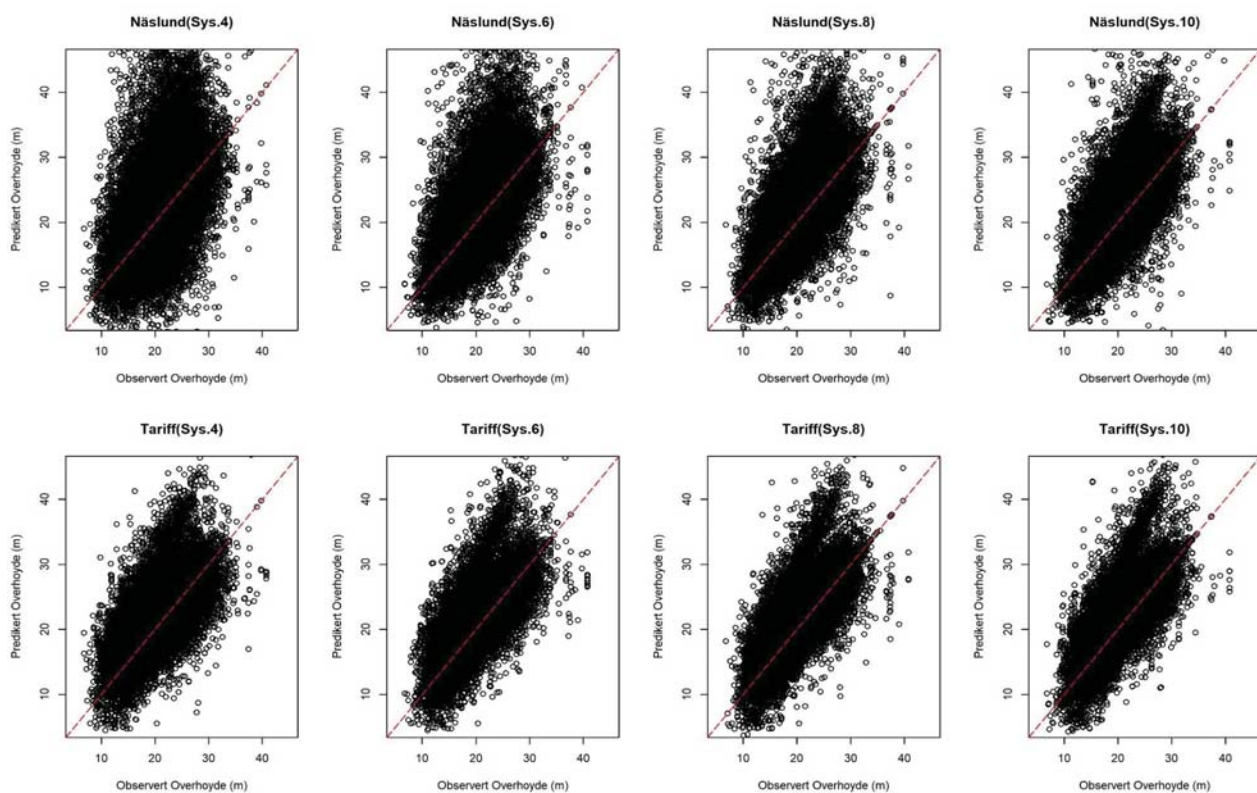


Figur 13. Figuren viser plot av fasit overhøyde og predikert overhøyde basert på predikerte høyder, for relaskop prøvetreutvalg og tilhørende antall prøvetrær

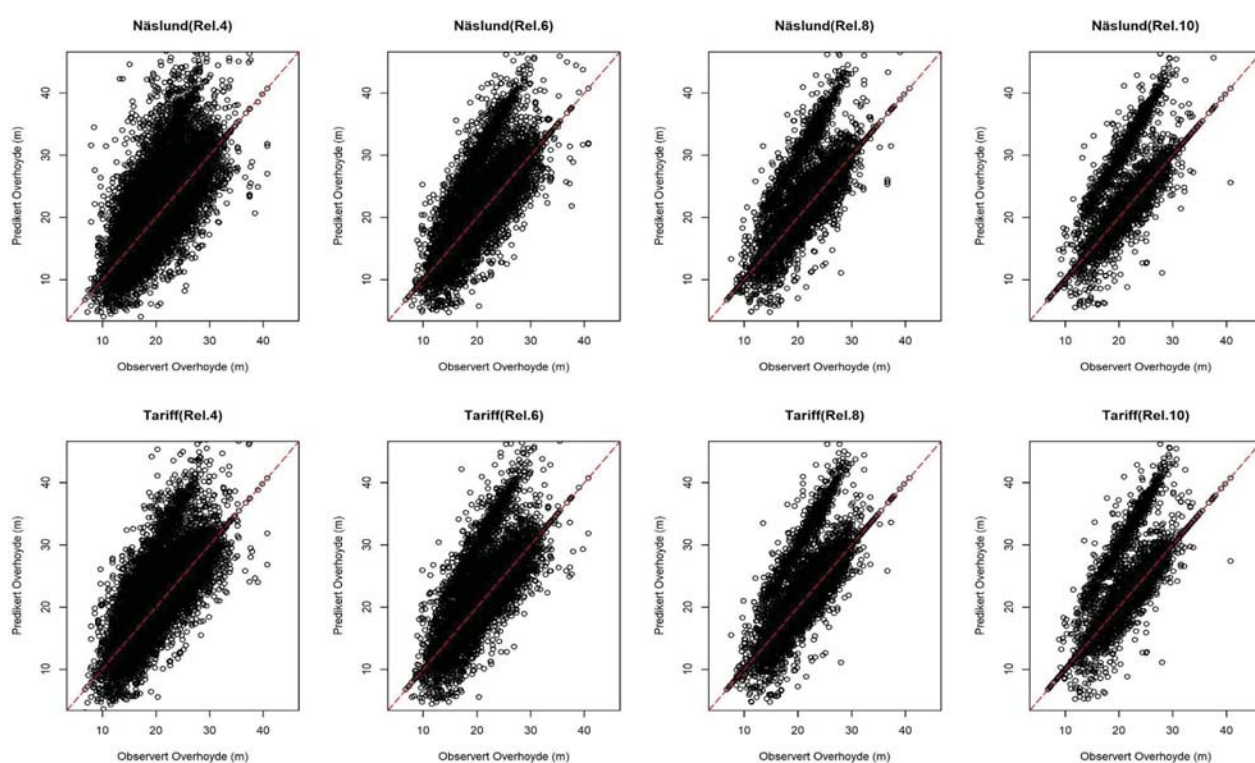
7.5 Overhøyde - korrigert



Figur 14. Figuren viser plot av fasit overhøyde og korrigert overhøyde basert på predikerte høyder og målte høyder, for tilfeldig prøvetreutvalg og tilhørende antall prøvetrær



Figur 15. Figuren viser plot av fasit overhøyde og korrigert overhøyde basert på predikerte høyder og målte høyder, for systematisk prøvetreutvalg og tilhørende antall prøvetrær



Figur 16. Figuren viser plot av fasit overhøyde og korrigert overhøyde basert på predikerte høyder og målte høyder, for relaskop prøvetreutvalg og tilhørende antall prøvetrær



Norges miljø- og biovitenskapelige universitet
Noregs miljø- og biovitenskapelige universitet
Norwegian University of Life Sciences

Postboks 5003
NO-1432 Ås
Norway