

PREDIKSJONSMODELLER FOR BONITET VED HJELP AV FLYBÅREN LASERSKANNING OG DIGITALE KARTDATA

PREDICTION MODELS OF SITE INDEX USING AIRBORNE LASERSCANNING AND
DIGITAL MAP DATA

OLE ERIK DUFSETH

UNIVERSITETET FOR MILJØ- OG BIOVITENSKAP
INSTITUTT FOR NATURFORVALTNING
MASTEROPPGAVE 30 STP. 2012



Forord

Masteroppgaven er skrevet ved Institutt for Naturforvaltning (INA) på Universitetet for Miljø- og Biovitenskap (UMB). Masteroppgaven markerer slutten på det 2-årige masterstudiet i skogfag. Arbeidet med masteroppgaven har vært en lærerik prosess.

Gjennom mine 5 år med skogbruksstudier har min interesse for temaet skogbruksplanlegging gradvis økt. Kartlegging av skogressursene er et viktig verktøy for å kunne bedrive god skogforvaltning. Det tradisjonelle feltarbeidet er gradvis erstattet av flybåren laserskanning. Personlig mener jeg at dette er en metode som vil bli viktigere i årene som kommer pga. dets effektivitet og nøyaktighet, og vil med det være et viktig bidrag til kartlegging av skogressursene. Bonitet er en meget sentral parameter innenfor skogbruksplanlegging. Tradisjonelt er boniteten funnet via overhøyde og brysthøydealder. Hvis bonitet kan predikeres ved hjelp av flybåren laserskanning og lett tilgjengelige kartdata vil det bety en stor kostnadsbesparelse ved skogregistrering.

En stor takk rettes til min hovedveileder, Dr. Ole Martin Bollandsås og til min hjelpeveileder Dr. Terje Gobakken. Begge ansatt ved INA. De har vært tilgjengelig og kommet med konstruktiv kritikk. En stor takk rettes også til Skog og Landskap for at data fra Landsskogtaksering kunne benyttes. Oppgaven er utført som en del av to prosjekter finansiert av Norges Forskningsråd (Prosjektnummer 166482/i10 og 184636/S30).

Til slutt vil jeg takke venner og medstudenter for en fin studietid på Ås.

Universitetet for Miljø- og Biovitenskap

Ås, 15.mai 2012

Ole Erik Dufseth

Sammendrag

I frykt for knapphet på de norske skogressursene ble det på starten av 1900-tallet et større fokus på en bærekraftig skogforvaltning med skogbruksplanlegging som verktøy. Etter bestandsskogbrukets inntog på 1950-tallet ble det enklere å bedrive rasjonell skogbruksplanlegging. Flere variable er viktige når skogressursen skal beskrives. Bonitet er en av dem. Bonitet er en indeks som beskriver voksestedets evne til å produsere trevirke. Siden det er mange enkeltfaktorer som påvirker produksjonsevnen, og alle disse er vanskelig å forholde seg til samtidig, er det blitt utviklet flere metoder for en enklere registrering av produksjonsevnen. Vanligvis benyttes et system som viser til de dominante trærnes overhøyde ved en gitt brysthøydealder. I Norge benyttes vanligvis overhøyden ved 40-års brysthøydealder til å beskrive boniteten (H_{40}). Bonitet er en svært viktig parameter når blant annet skjøtselsmessige tiltak skal planlegges, men også svært sentral ved verdsetting av skog.

Tradisjonelt er bonitet registrert i felt med bruk av høydemåler og tilvekstbor. En slik metode er tidkrevende og dermed kostbar. Flybåren laserskanning (FLS) av skog har vist seg å være en svært effektiv metode til kartlegging av skoglige parametere. I denne undersøkelsen ble prediksjonsmodeller for H_{40} utviklet ved bruk av FLS og lett tilgjengelig kartdata fra digital terrengmodell (DTM) og digitalt markslagskart (DMK) basert på et stort antall observasjoner over større område. Multippel regresjon med minste kvadraters metode ble benyttet. H_{40} ble innhentet fra Landsskogtakserings data fra 444 prøveflater lokalisert i Hedmark fylke. Modellutviklingen ble inndelt i 3 steg for å vurdere variabelgruppens innvirkning på H_{40} .

Modellene ble rangert i henhold til R^2 -justert, RMSE og residualplott, hvor da høyest ranket modell fra hvert modellsteg ble selektert for kryssvalidering. Kryssvaliderte RMSE viste at modellene predikerte H_{40} med en feil på 2,9-, 2,6- og 2,2 meter for henholdsvis modell 1-6 (DTM), modell 2-7 (DTM og FLS) og modell 3-1 (DTM, FLS og DMK). Modellene viste en systematisk trend i å overpredikere lave H_{40} -klasser og underpredikere høye H_{40} -klasser. Høyde over havet var forklaringsvariabelen som forklarte mest av variasjonen til H_{40} . Undersøkelsen viste at FLS-variablene, uten støtte i andre data, predikerte H_{40} svært dårlig. Ved bruk av alle tre variabelgrupper kunne denne undersøkelsen vise til en modell med R^2 -justert på 0,70. Siden modellene ikke innfridde kravet om lik residualvarians, kan ikke modellene anbefales til operasjonell bruk. Bruk av en annen regresjonsmetode og høyere vektlegging av de topografiske variablene bør vurderes ved fremtidige undersøkelser angående temaet.

Abstract

At the beginning of the 1900s, a greater focus on a sustainable management of the forest became normal because of fear in shortage of the Norwegian forest resources. The introduction of even-age forestry in the 1950s made it easier to commit rational forest management. Many variables are important when describing the forest resources. Site index is one of them, describing the ability of growing timber. There are many factors that influence the timber production. Thus, all of them are difficult to measure, it has been developed methods for an easier measurement. Generally a system that refers to the height of the dominant trees at a given breast height age is used for site index. In Norway, a system that refers to the height of the dominant trees at the age of 40 years at breast height are common to use (H_{40}). Site index is a very important parameter when decisions concerning silviculture are made, but also when estimating the forest value.

Traditionally, site index is registered in the field using hypsometer and increment bore. But such method is time consuming and therefore expensive. Airborne laser scanning (ALS) has shown to be a very effective method for mapping the forest parameters. The aim of this study was to develop and evaluate prediction models for H_{40} using ALS and easy accessible data from digital terrain model (DTM) and digital soil type map (DMK), based on a large number of observations. Multiple regressions with least squares methods were used. H_{40} was obtained from the National Forest Inventory data from 444 sample plots located in Hedmark County. The development of the models was divided in to three steps to evaluate each variable group impact on the H_{40} .

The models were ranked according to adjusted Rsquare, RMSE and residuals plots. Where the highest ranked model from each step was selected for cross-validation. The cross-validation showed that the models predicted H_{40} with an RMSE of 2,9-, 2,6- and 2,2 meters for model 1-6 (DTM), model 2-7 (DTM and ALS) and model 3-1 (DTM,ALS and DMK) respectively. The models showed a systematic trend to overpredict low H_{40} -classes and underpredict high H_{40} -classes. Elevation was the variable that explained most of the variance in H_{40} . This study showed that ALS without support of other data predicted H_{40} very inaccurate. When using all three variable groups the results showed a model with a adjusted rsquare at 0,70. However, since the models couldn't fulfill the demand of equal variance in the residuals, the models can't be recommended for operational use. Using other regressions methods and a higher emphasis on the topographical variables should be considered in futures studies about this topic.

Innholdsfortegnelse

1	Innledning.....	1
1.1	Skogbruksplanlegging	1
1.2	Voksested og bonitet	3
1.3	Flybåren Laserskanning (FLS)	7
1.4	FLS og bonitet	10
1.5	Problemstilling.....	11
2	Materiale og metode.....	12
2.1	Studieområde	12
2.2	Feltdata-Landsskog.....	13
2.2.1	H ₄₀ -bonitet.....	14
2.3	FLS-data	15
2.3.1	Innsamling.....	15
2.3.2	FLS-variable.....	16
2.4	Topografiske variable-DTM.....	18
2.5	DMK-variable.....	18
2.6	Statistiske analyser	19
2.6.1	Estimering av H ₄₀ -bonitet.....	20
2.6.2	Statistiske kriterier for å velge beste modell	21
2.6.3	Multikollinearitet.....	22
2.6.4	Residualplott.....	22
2.6.5	Unormale observasjoner.....	23
2.7	Innledende beregninger	24
2.8	Modellstegene.....	24
2.9	Kryssvalidering.....	25
3	Resultater.....	26
3.1	Innledende beregninger	26

3.1.1	Topografi	26
3.1.2	FLS	27
3.1.3	DMK.....	27
3.2	Modellering	28
3.2.1	Modellsteg 1- Topografi.....	28
3.2.2	Modellsteg 2- FLS.....	30
3.2.3	Modellsteg 3- DMK	34
3.3	Kryssvalidering.....	36
4	Diskusjon.....	37
4.1	Generelt	37
4.2	Få H_{40} -observasjoner på gode boniteter	39
4.3	FLS-variablene viste lav forklaringsevne.....	40
4.4	Predikering av maks H_{40}	41
4.5	Fremtidige forbedringer.....	42
4.5.1	Topografiske variable.....	42
4.5.2	Treslagsklassifisering	45
4.6	Potensielle feilkilder	46
4.6.1	Landsskogdata	46
4.6.2	DTM	48
4.6.3	FLS	48
4.6.4	DMK.....	49
4.6.5	Konsekvenser feilbonitering	49
4.7	Oppsummering og konklusjon.....	50
5	Litteratur.....	52

1 Innledning

1.1 Skogbruksplanlegging

Skogbruksplanlegging har som hensikt å gi oversikt over økonomiske, økologiske og sosiale ressurser. Skogbruksplanlegging er et viktig hjelpemiddel for å gjennomføre dagens skogpolitikk med fokus på bærekraftig forvaltning. Økende oppmerksomhet rundt miljø og naturmangfold de siste årene har medført at skogbruksplanlegging er et nyttig verktøy i forbindelse med frivillig vern og skogsertifisering (Statens Landbruksforvaltning 2010). Ressursoversikten for den enkelte eiendom sammenfattes i skogbruksplanen, som er et nyttig verktøy for skogeier. For å sikre at det utarbeides skogbruksplaner benyttes ulike politiske virkemidler, deriblant skogfond og statstilskudd, sistnevnte ordning ble innført i 1971 (NIJOS 1998). Skogbruksplanlegging omhandler i stor grad å innhente data om nåværende situasjon for å beskrive fremtidig utvikling av skogen. Eid et al. (2003, s.20) skriver at *"planlegging er kunsten å balansere mellom det kjente og det ukjente. Dersom en venter til en vet alt, er det for sent. Hvis en handler ut fra utilstrekkelig viten, er det for risikabelt"*. Målsetting med planlegging bør alltid være å finne optimal planleggingsintensitet der nytten vurderes opp mot kostnadene (Eid et al. 2003).

De norske skogene var ved starten av 1900 preget av glissenhet grunnet lang tids praktisering av dimensjonshogster hvor kun de verdifulle sagtømmerstokkene ble hentet ut av skogen. En mer bærekraftig planmessig utnyttelse av skogen startet opp rundt 1900 da det inntrådte knapphet eller frykt for knapphet på fremtidige skogressurser (Eid et al. 2003).

Forstkandidaten Agnar Barth skrev i 1916 artikkelen *"Norske skoger med stormskritt mot undergang"*. Det var med blant annet bakgrunn i denne artikkelen at nasjonal skogovervåkning, Landsskogtaksering, ble startet i 1919 (Lykke 1998). I 1933 forelå den første landsoversikten, som viste at tilveksten i de norske skogene var lav, men det var ikke så ille som Barth hadde beskrevet. I starten ble stripetakster benyttet ved Landsskogtakseringen. Permanente prøveflater ble opprettet over hele landet fra 1986 og har siden den gang blitt taksert hvert femte år for å overvåke utviklingen av den norske skogen (Norsk Institutt for Skog og Landskap 2008).

For å kunne skaffe en ressursoversikt av skogen kreves det registrerbare skoglige parametre som enkelt lar seg måle. Skogregistrering utført i felt er en tidkrevende og kostbar prosess. Derfor gjelder det kontinuerlig å søke etter mer effektive registreringsmetoder som gir data med tilfredsstillende kvalitet (Eid et al. 2003). Arealbasert skogtaksering (områdetakster) er

den mest benyttede metoden i Norge, dvs. at alle skogvariabler utledes pr. arealenhet og for flere eiendommer samtidig (Eid et al. 2003). Innføringen av bestandsskogbruket på 1950-tallet har gjort det viktig å fremskaffe data på bestandsnivå. Gjennomsnittlig bestandsstørrelse i Norge er typisk rundt 15 dekar. Treslag, alder, bonitet, grunnflate, middelhøyde, middeldiameter, overhøyde, treantall og volum er alle parametre som beskriver skogressursene med gjennomsnittsverdier på bestandsnivå.

Økonomiske undersøkelser med bruk av *cost-plus-loss*¹ analyser har vist at feil i alder og bonitet gir høyest nåverditap ved optimalisering av hogsttidspunktet i bestandsomløpet (Eid 2000). Feilestimering av bonitet i skogbruksplanen kan blant annet gi feil valg av foryngelsesmetode, tynningstidspunkt og hogsttidspunkt, samt gi feil verdsetting av bestand eller eiendom. Skogeiers alternative rentekrav vil også være av stor betydning ved disse avgjørelsene. Ved et høyt rentekrav vil feil i hogsttidspunkt ha mer å si sammenlignet med skogeiere med lavt rentekrav. Bonitet er en meget sentral parameter i skogbruksplanlegging og derav viktig med god kvalitet.

Skogsektoren driver langsiktig planlegging. Et bestandsomløp er gjerne 60 til 120 år fra foryngelse til høsting. Ved langsiktig investerings-, avvirkings- og inntektsanalyser i skogbruket har det vært vanlig å benytte både enkle og mer avanserte programvarer. De enkle er utviklet uten mulighet for økonomiske beregninger og har få muligheter til forandring av forutsetninger for skogbehandling (Eid & Hobbestad 2005). I de mer avanserte programvarene, som f. eks Avvirk-2000 (Eid & Hobbestad 2000) og Gaya-JLP (Hoen & Gobakken 1997; Lappi 1992), er det muligheter for inntekt-, kostnad- og nåverdiberegninger i tillegg til at forutsetningene for analysene kan endres, dvs. driftskostnader, tømmerpriser, rentekrav, behandlingstidspunkt i perioden etc. Avvirk-2000 og Gaya- JLP brukes som langsiktige prognoseverktøy til beregning av optimalt avvirkningskvantum, foryngelsesmetode, tidspunkt for eventuell ungskogpleie samt tidspunkt for tynninger ut ifra gitte forutsetninger. Programmene kan også brukes til verdsetting av eiendommer (Eid & Hobbestad 2005). Systematiske feil knyttet til opplysninger om alder og bonitet vil føre til at programvaren f. eks beregner feil avvirkningstidspunkt for bestandet, feil foryngelsesmetode velges, for lav/høy verdsetting osv. Feilbeslutninger kan gi negative økonomiske konsekvenser sett i et lengre perspektiv.

¹ Cost-plus-loss er analyser som legger takstkostnadene til grunn og beregner forventet nåverditap for uoptimale beslutninger i skogbehandlingen på grunn av feil i takstdataene.

1.2 Voksested og bonitet

Vekstvariasjon hos planter og trær skyldes ulike klima- og jordforhold på voksestedet. Klimaet på et voksested kan inndeles i mikro- og makroklima. Makroklima beskriver temperatur og nedbør på stor skala, f. eks avgrenset til fylke eller landsdel. Temperaturen synker vanligvis med økende høyde over havet og breddegrad. Grovt sett synker lufttemperaturen omtrentlig 0,6 °C for hver 100 meter stigning i terrenget (Børset 1998). Avstand fra havet er også av betydning. Nedbørsmengde varierer stort med geografisk beliggenhet. Kystområder har vanligvis mer nedbør enn innlandet. Nedbørens påvirkning på voksestedet uttrykkes ofte gjennom humiditet, dvs. den nedbøren som kommer i løpet av vekstsesongen som ikke fordamper vekk (Børset 1998). Mikroklima omhandler klimaforholdene lokalt på voksestedet. Hellingsprosent og hellingsretning er viktige faktorer som forteller hvordan solenergien påvirker voksestedet. Vanligvis gir hellingsretning mot sør og sørvest mye solinnstråling, mens nord- og nordøst har mindre solinnstråling. Hellingsprosent forteller noe om hvilken vinkel sola treffer området med. I tillegg er hellingsprosenten av betydning for tilgang på sigevann, noe som kan medføre at næringsstoffer føres med fra de høyereliggende områdene til lavereliggende, både på stor og liten skala.

Øverste delen av jordskorpa kalles jordsmonnet. Jordsmonnet utvikles gjennom et samspill mellom klima, berggrunn, planter og dyr, topografi og menneskets bruk av jorda (Trømborg 2006). Øverste laget av jordsmonnet betegnes som strølag og består av døde planterester. Planter kan gjøre seg nytte av næringen i strølaget ved at nedbrytere som bakterier, sopper og dyr omdanner det til humus. Humustykkelsen er ofte brukt som et uttrykk for næringstilgangen til plantene, men det sier også noe om vannbeholdningsevne og isolering mot temperatursvingninger. Næringsfattige marker har lav nedbrytning noe som ofte fører til at det dannes et lag med råhumus. Frodige marker har en større andel nedbrytere, spesielt meitemark, som blander humuslaget med mineraljorden og dermed kan næringsstoffene utnyttes til det fulle og gi gode vekstvilkår.

Størstedelen av løsmaterialet som dekker berggrunnen i Norge ble avsatt under forrige istid. Jordartene har forskjellige egenskaper knyttet til næringsinnhold, vannlagring og erosjonsegenskaper, avhengig av hvordan de er avsatt, kornstruktur og sorteringsgrad (Trømborg 2006). Vanntilgang er av stor betydning for plantenes vekst. Utbredelse og fordeling av jordartene har av den grunn stor praktisk betydning både i skog- og landbruk.

Siden alle enkeltfaktorene som påvirker vekstforhold hos trær er vanskelig å forholde seg til ved skogbruksplanlegging er det nødvendig med et mindre komplisert uttrykk for vekstforholdene som enkelt lar seg registrere. I skogbruket har man valgt å benytte uttrykket bonitet. Bonitet defineres som "*voksestedets evne til å produsere trevirke*" (Børset 1998). I skogbruket er det volumtilveksten til trærne som er av stor interesse. Dermed, når boniteten er fastsatt kan den brukes til å bestemme produksjonsevnen for bestandet. Produksjonsevnen måles da i årlig volumtilvekst (m^3) pr. hektar under forutsetning av optimal tetthet og den omløpstid som gir maksimal volumproduksjon (Tveite & Braastad 1981). Produksjonsevnen er et uttrykk for bestandets middeltilvekst ved kulminasjonsalder, dvs. den alder hvor årlig løpende tilvekst er lik årlig middeltilvekst (Tveite & Braastad 1981). Boniteten reflekterer de naturgitte forholdene for produksjon av trevirke. Det er viktig å knytte boniteten til treslag (Børset 1998).

Til bonitetsklassifisering benyttes vanligvis et system som viser til overhøyden på trærne innen et bestand. I Norge brukes overhøyden ved 40-års brysthøydealder (1,3 meter over stubbeavskjær) og refereres ofte til som H_{40} -bonitetssystem. Alternativt kan vegetasjonstype, voksestedsegenskaper og i enkelte tilfeller skjønn benyttes til bonitetsklassifisering.

Siden diametertilveksten i stor grad avhenger av tretettheten er det trærnes høydevekst i forhold til alder som bestemmer boniteten ved bruk av H_{40} -systemet (Fitje 1989). Trær som vokser på næringsrik jord vil ha en rask høydeutvikling noe som indikerer høy bonitet for voksested. Bonitetskurver, utarbeidet av Tveite (1977) og Tveite & Braastad (1981), hvor treslag, brysthøydealder og overhøyde er inngangsverdier, brukes vanligvis til fastsetting av bestandets bonitet etter H_{40} -metoden. Bonitetskurvene beskriver overhøydens utvikling over brysthøydealder. Overhøyde er definert som: "*aritmetisk gjennomsnittshøyde for de 100 grøvste (m.h.t. diameter) trærne pr. hektar*", mens med brysthøydealder menes: "*gjennomsnittlig antall år i brysthøyde for de samme trærne*" (Fitje 1989). Med utgangspunkt i bestandets overhøyde og brysthøydealder brukes bonitetskurvene til å bestemme høydeboniteten (H_{40}) for respektive treslag. Bonitetsklassen angis som klassemidt, det vil si at bonitet G14 viser til H_{40} -bonitet for gran mellom 12,5 og 15,4 meter. Boniteten bestemmes for gran, furu og bjørk ofte innenfor 3-meters klasser, hvor laveste klasse for gran og furu er 6,0 meter (intervallet 5,0 til 6,5 meter) (Fitje 1989). Øvre grense for impediment er dermed en overhøyde på 5,0 meter ved brysthøydealder på 40 år. Bonitet er vanskelig å registrere, innslaget av skjønn i feltarbeidet kan være utpreget, og det kan forekomme store feil selv med intensiv feltregistrering (Eid & Moum 1999).

Det er også viktig å være klar over at det stilles enkelte forutsetninger for at bonitering etter H_{40} -systemet skal være gyldig. I følge Tveite & Braastad (1981) kan ikke bonitetskurvene benyttes i vestlandfylkene. Videre skriver Tveite & Braastad (1981) at bestandene som boniteres ved bruk av H_{40} må tilfredsstille følgende krav: bestandet må være noenlunde ensaldret, bestandet må ikke være hogd fra toppen eller hemmet av overstandere, hovedtreslaget bør utgjøre minst 80 prosent av grunnflatesummen, bestandet bør være minst 20 år i brysthøydealder og bestandet må ikke være grøftet eller gjødslet i løpet av bestandsomløpet. Disse forutsetninger avgrenser bruken av H_{40} -systemet for en del av skogarealet. På disse arealene bør dermed andre boniteringsmetoder vurderes.

Flere studier har forsøkt å modellere trærnes vekst. Sharma et al. (2011) utviklet modeller til estimering av overhøydens utvikling for gran og furu med bruk av data over en periode på 22 år fra Landsskogtakseringens prøveflater. I tillegg brukte de prøveflater med en dataserie fra 1915 og stammeanalyser til korrigering av modellene. Sharma et al. (2011) konkluderte med at Landsskogtakseringens prøveflater kan benyttes til utvikling av modeller til estimering av overhøydens utvikling for individuelle trær.

I Sverige benyttes vanligvis H_{100} systemet til bonitering, det vil si overhøyden på trærne innen et bestand ved 100-års brysthøydealder. I Finland er det mer vanlig å benytte skogtyper til å kartlegge bonitet. Finland har et mer homogent landskap, noe som gjør et slikt system bedre egnet. Bonitering ved hjelp av vegetasjonstyper er også utprøvd i Norge. Haugberg (1953) og Kielland-Lund (1962) studerte sammenhengen mellom de forskjellige vegetasjonstyper, høyde over havet og bonitet for norske forhold basert på Landsskogtakseringens prøveflater lokalisert på Østlandet. De fant ut at boniteten avtok med økende høyde over havet, men varierte stort innen samme vegetasjonstype og mellom de ulike høydelag. Nilsen & Larsson (1992) påviste også at boniteten avtok med økende breddegrad og høyde over havet innenfor samme vegetasjonstype.

H_{40} -bonitering lar seg tradisjonelt ikke gjøre i ungskog. Bonitering av ungskog kan utføres med bruk av *intercept metoden*. Eid & Moen (1993, s. 3) beskriver interceptmetoden:

”ved å ta utgangspunkt i en høyde på 2,5 meter over bakken og deretter måle lengden av 5 års høydetilvekst fra første kvistkrans over denne høyden. Boniteten finnes så ved bruk av treslag og intercept, alternativt treslag, intercept og voksestedsegenskaper. Funksjonene gir bonitet etter H_{100} systemet og må regnes om til H_{40} -bonitet ved bruk av tabeller eller funksjoner.”

Bonitering med bruk av skjønn er også et alternativ ved bonitering av ungskog og snaumark.(Eid & Moen 1993, s. 5) skriver at:

”det ikke finnes noe entydig instruks for hvordan skjønnsmessig bonitering av ungskog/snaumark skal utføres. I praksis tar en utgangspunkt i veksten i ungskog, vegetasjonstype, jorddybde, sigevannsforhold, høyde over havet og bonitet i nabobestand som kan boniteres ved hjelp av høyde- og aldersmålinger”.

I dagens bestandsskogbruk klassifiseres bestandene tradisjonelt først etter hogstklasse, for deretter å beregne en gjennomsnittsbonitet for bestandet under ett. Alternativt kan bestandsuavhengig bonitering benyttes, hvor hovedpoenget er å skille mellom evigvarende naturgitte forhold og forhold som endres over tid, ved å kartlegge naturlige bonitetsfigurer (Eid & Moum 1999; Eid & Økseter 1999). Bestandsuavhengig bonitering har de fordelene at registreringskostnadene over tid kan bli lavere, fordi levetiden for bonitetsfigurene kan forlenges, men dette krever at boniteten fastsettes med tilfredsstillende nøyaktighet (Eid & Økseter 1999). Boniteten er en av få parametre i skogbruksplanlegging som holder seg mer eller mindre konstant over flere bestandsomløp.

Eid (1997) benyttet Økonomisk kartverk (ØK) til bestandsuavhengig bonitering i skogbruksplanlegging. ØK klassifiserer skogsarealene etter lav, middels og høy bonitet. Eid (1997) konkluderte med at hvis det skal prioriteres ved opprettelse av nye bonitetskart, bør dette gjøres for areal klassifisert med middels og høy bonitet fra eksisterende ØK, siden konsekvensene ved eventuelle feil er større for gode boniteter.

Eid & Moum (1999) undersøkte nøyaktigheten for ulike bonitetskart sammenlignet med boniteten fra tradisjonelle bestandskart, mens Eid & Økseter (1999) så på konsekvensene av bestandsuavhengig bonitering med hensyn på potensielt nåverditap ved feilbeslutning om sluttavvirkningstidspunkt og foryngelsesmetode. Eid & Moum (1999) fant ingen større kvalitetsforskjell på bonitetskartene og bestandskartet, men ØK ga lavest samsvar av de ulike bonitetskartene. Eid & Økseter (1999) konkluderte med at det kan ligge betydelige gevinster i bedre bonitetsinformasjon ved beslutninger om skogbehandling og antydte at en økende intensitet på bonitetsregistrering kunne bety at nytten ble større enn kostnaden og dermed lønnsomt.

Registrering av bonitet i felt er både tidkrevende og kostbart. Den tekniske utvikling har nå gjort det mulig å registrere skoglige parametre ved bruk av fjernmåling, dvs. måling som

utføres uten å være i direkte kontakt med måleobjektet, f. eks fra satellitt eller fly. Metoden er av mange ansett å bli den viktigste metoden innen skogregistreringer (Næsset 2001b). Gjennom mange års utvikling av metoder og teknologi er flybåren laserskanning (FLS) en metode som benyttes i økende grad i forbindelse med ressurskartlegging i skogbruket. Metoden er langt mer effektiv enn tradisjonell feltregistrering, samt at nøyaktigheten i mange sammenhenger er like god eller bedre (Næsset & Solberg 2005). Allerede på 1980-tallet begynte enkelte å spekulere i at laser- og satellittdata ville ta over for den tradisjonelle skogbruksplanlegging med bruk av flybilder og feltregistreringer (Næsset 2001b).

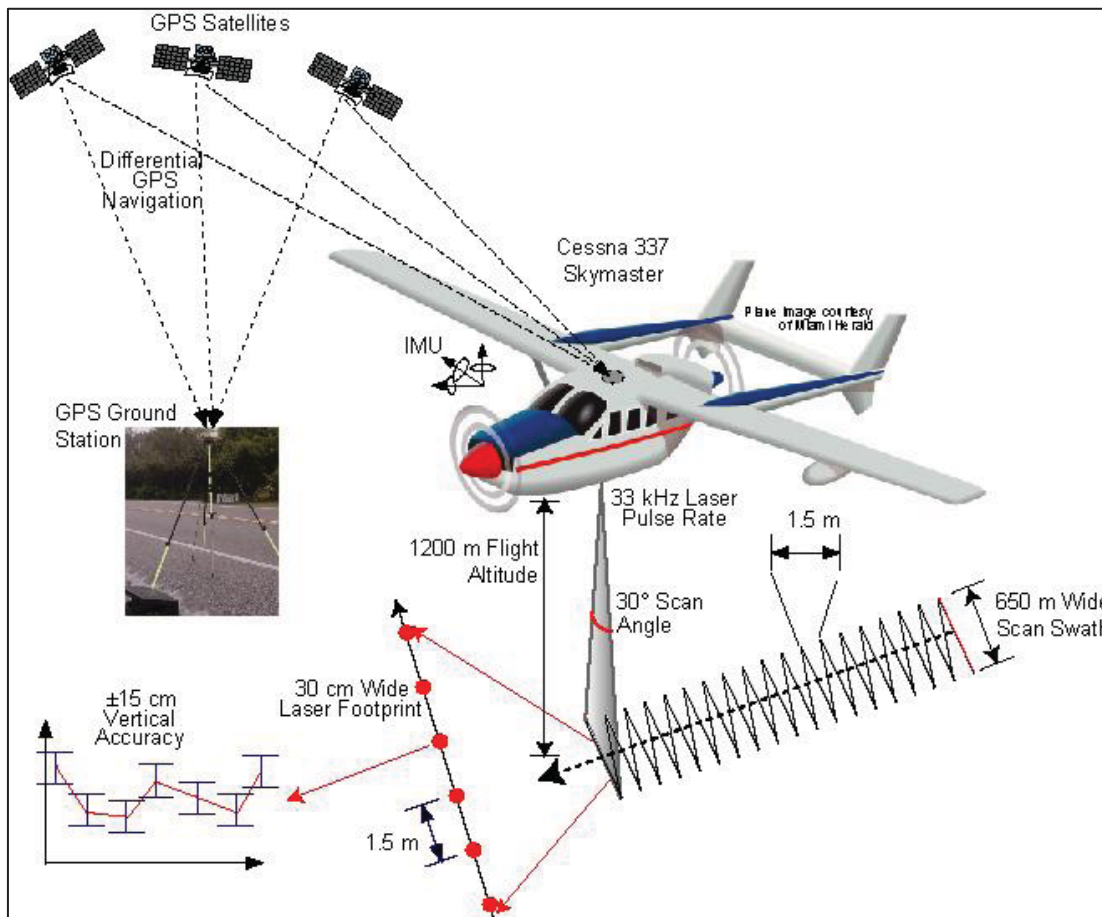
1.3 Flybåren Laserskanning (FLS)

På 1970-tallet ble FLS benyttet til overvåkning av forurensning i vann (Rayner & O'NEIL 1979). Verdens første studie med bruk av FLS til skogregistrering ble etter det som er kjent utført i Sovjetunionen på slutten av 1970-tallet, hvor laserestimerte trehøyder ble sammenlignet mot fotogrammetri (Solodukhin et al. 1977). Utover på 1980-tallet ble det gjort flere lignende studier både i Canada og USA (Aldred & Bonnor 1985; Nelson et al. 1984). En av de største utfordringene i de første studiene var mangel på nøyaktighet i koordinatfesting av laserpulsene. Et stort fremskritt innen dette området skjedde når både fly og laserinstrument kunne koordinatfestes med en nøyaktighet på 0,5 meter ved bruk av henholdsvis Inertial Navigation System (INS) og Global Positioning System (GPS) (Næsset et al. 2004). INS bestemmer orientering til flyet i tre dimensjoner, mens GPS bestemmer flyets posisjon.

Verdens første undersøkelse med bruk av FLS til utvikling av skoglige parametre, her gjennomsnittshøyde og bestandsvolum, over et større område, ble gjennomført i Norge i 1995 (Næsset 1997a; Næsset 1997b). Næsset (2001b) skriver at verdens første fullskala bestandstaksering av skog med FLS ble gjennomført i Norge sommeren 2001. Bruk av FLS til skogbruksplanlegging er i 2012 blitt en ledende metode til å kartlegge skogressursene.

Prinsippskisse av FLS- metoden er gjengitt i Figur 1. FLS av skog utføres ved at en laser monteres til et fly eller helikopter som skanner det aktuelle område. Laseren sender ut opptil en halv million pulser hvert sekund mot jordoverflaten. Laserpulsene treffer bakke, vegetasjon, trær eller andre objekt og reflekteres tilbake til instrumentet i flyet som da registrerer tiden fra pulsen ble sendt ut til ekkot blir registrert. Siden lysets hastighet er kjent og flyets posisjon kan koordinatfestes og retningsbestemmes ved bruk av henholdsvis GPS og INS, beregner instrumentet avstand til vegetasjon og bakke med en nøyaktighet på 10-20 cm,

samt at den enkelte laserpuls treffpunkt kan kartfestes med en nøyaktighet på 30-40 cm (Næsset 2001b). Ved å knytte en skanner til laserinstrumentet kan pulsene sendes ut på tvers av flyretning og dermed kan en bredde på omtrent 500 meter skannes for hver flylinje (Lim et al. 2003).



Figur 1: Prinsippskisse av flybåren laserskanning (Kilde:LIDAR 2007)

Ved bruk av FLS til skogregistrering brukes vanligvis *diskrete pulser*. Alternativet er *continuous waveform*. Hovedforskjellen er at ved sistnevnte metode registreres hele fordelingen av et retursignal fra en lyspuls, mens *diskrete pulser* registrerer 1-5 retursignaler, ofte kun første- og sistepuls (også omtalt som første retur og siste retur) (Lim et al. 2003). Laserpulsene som sendes fra flyet treffer bakken med en kjegleform (Figur 1), arealet som dannes kalles fotavtrykk (*footprint*). Skannebredden er en funksjon av flyhøyden og skannevinkelen. Laserinstrumentene kategoriseres etter størrelsen på fotavtrykket, dvs. om de har et lite fotavtrykk (*small-footprint*) eller stort fotavtrykk (*large-footprint*), henholdsvis fotavtrykk på noen centimeter til et par meter eller fra fem meter og oppover (Lim et al. 2003). Ved FLS til skogregistrering benyttes ofte laserinstrument med små fotavtrykk i størrelsesorden 10-40 cm. Økende etterspørsel har gjort at en rekke firmaer opererer med slike

instrument i dag (Baltsavias 1999). I de Nordiske landene er nesten alle studier utført med laserinstrument med små fotavtrykk (Næsset et al. 2004).

Det skilles mellom to hovedmetoder ved bruk av FLS til skogkartlegging og det er arealmetoden (Næsset et al. 2004) og enkelttremetoden (Hyypä & Inkinen 1999). Arealmetoden benytter laserinstrument med ca. en høydemåling pr. kvadratmeter til datainnsamling over et større område. Ut ifra laser- og feltdata har regresjonsmodeller blitt utviklet til estimering av ulike skogparametre på bestandsnivå. Prøveflater opprettes og benyttes til utvikling og kalibrering av regresjonsmodellene. Gjennomsnittlig trehøyde, overhøyde, stammediameter, treantall, grunnflatesum og bestandsvolum er alle skogparametre som kan beregnes med god kvalitet direkte fra lasermålingene (Næsset 2001b). Enkelttremetoden benytter laserinstrument med høyere laserpulstetthet, ca 5-10 høydemålinger kvadratmeter, til innsamling av data. Første steg i databehandlingen består av å segmentere hvert enkelt tre innenfor det aktuelle området. Segmenteringen består i å identifisere tretoppene og skille trekronene fra hverandre ved bruk av høydemålingene. Ved enkelttremetoden koordinatfestes de identifiserte trærne. I ensaldret skog blir ofte enn større andel av trærne gjenkjent sammenlignet med flersjiktet skog hvor hovedsakelig bare de dominante trærne blir identifisert. F. eks viste Persson et al. (2002) sin studie at 70 prosent av trærne, som utgjorde 90 prosent av volumet, ble identifisert ved bruk av enkelttremetoden. Når trærne er identifisert foretas det en estimering av ulike enkelttreparametre. Bestandet avgrenses ved bruk av laserdata og tolkning av flybilder, og data fra alle trærne innenfor bestandet summeres sammen og gir data på bestandsnivå. Enkelttremetoden kan også skille treslag fra hverandre ved bruk av kroneform. Forsøk utført av Holmgren & Persson (2004) kunne skille mellom gran og furu med 95 prosent nøyaktighet. Ørka et al. (2009) oppnådde 88 prosent nøyaktighet for å skille mellom bartrær og lauvtrær med bruk av FLS og laserpulstetthet på $6,6 \text{ m}^{-2}$. I Norge har fokuset vært rettet mot arealmetoden, mens i Sverige og Finland har enkelttremetoden blitt mye fokusert.

Bruk av FLS til kartlegging av skoglige parametre over et større område baseres på en to-stegs prosedyre. Denne metoden er blant annet beskrevet av Næsset & Bjerknes (2001). I steg 1 blir FLS- og feltdata innsamlet for utvikling av empiriske sammenhenger ved bruk av regresjonsmodeller. Feltdata er da kun tilgjengelig for en liten del av arealet, mens FLS-data må være tilgjengelig for hele arealet. I steg 2 blir det takserte arealet inndelt i et grid med cellestørrelse lik feltflate og skoglige parametre predikeres for hver celle. Bestandsverdier beregnes så ved å summere verdiene til antall celler som tilhører gjeldene bestand. Det er

påvist forbedring av flere regresjonsmodeller ved å klassifisere datamaterialet i strata basert på alder og grove bonitetsklasser, dvs. lav, middels og høy (Næsset 2002). Et kritisk punkt ved to-steps metoden er at prøveflatene i felt må koordinatfestes med høy presisjon, hvis ikke kan dette få store innvirkninger på resultatet. Bruk av GPS og Global Navigation Satellite System (GLONASS) er påvist å ha den mest presise koordinatfastsettelse og er av den grunn benyttet i slike undersøkelser (Næsset 2001a). Næsset et. al (2004) konkluderer med at FLS er en god metode til kartlegging av skoglige parametre over større områder. Kvaliteten er best for ensaldret skog dominert av bartrær. Topografiske variasjon og ulik intensitet i laserinnsamlingstetthet påvirker resultatet i mindre grad (Næsset et al. 2004). Kartlegging av skog med FLS har også vist seg å være økonomisk gunstig. En større cost-plus-loss undersøkelse, hvor økonomisk nåverditap grunnet feilbeslutninger i hogstidspunkt og skogskjøtsel ble undersøkt, viste større tap ved fotobasert takst enn FLS-basert, henholdsvis 52-56 og 25 euro pr. hektar (Eid et al. 2004).

1.4 FLS og bonitet

Et stort antall undersøkelser er utført for å kontrollere nøyaktigheten på FLS-dataene sammenlignet med tradisjonelle feltregistreringer. Det er påvist at nøyaktigheten til FLS-dataene er like god og på noen områder bedre til å estimere ulike bestands- og treparametre i skogbruksplanlegging sammenlignet med tradisjonelle skogtakster (Eid 2000; Næsset & Solberg 2005). FLS kan estimere både trærnes kroneform og kronehøyde med god nøyaktighet. Trærnes kroneform utvikler seg forskjellige avhengig av treslag, alder, tetthet og bonitet (Børset 1998). Bartrær og løvtrær har forskjellige utvikling av stamme og krone. Kroneform er et resultat av både miljø og arv. Muligens kan FLS benyttes til å finne en sammenheng mellom kroneform og bonitet, men forfatteren kjenner ikke til noen studier angående dette temaet.

Relativt få forsøk er utført med tanke på å estimere bonitet direkte fra FLS. Holopainen et. al (2010) undersøkte muligheten for å bruke FLS og eksisterende bestandsdata til å estimere skogtyper i Finland, hvor da skogtyper vanligvis benyttes til bonitetsklassifisering. Overhøyde og bestandsalder ble benyttet til estimering. Bestandsalder ble hentet direkte fra skogbruksplanen, mens overhøyde ble estimert med bruk av FLS. De fant ut at FLS-data kan gi en like god estimering av skogtyper som tradisjonell bestandsmålinger i felt ved bruk av denne metoden. Fem skogtyper ble estimert med en gjennomsnittlig nøyaktighet på 70 prosent.

Vehmas et.al (2011) undersøkte også muligheten for bruk av FLS til estimering av skogtyper, men her i gammelskog. FLS klassifiserte skogtypene med en gjennomsnittlig nøyaktighet på 58 prosent for alle skogtyper, mens en skogtype ble klassifisert med 73 prosent nøyaktighet. Skogtypene ble skilt fra hverandre ved forskjeller i vertikal og horisontal laserpulsfordeling. De konkluderte med at metoden var hensiktsmessig til kartlegging av skogtyper i gammelskog, men flere undersøkelser ville være nødvendig for å verifisere resultatene.

Packalen et. al (2011) undersøkte hvordan bonitet kunne estimeres direkte ved bruk av FLS-data og bestandsalder i plantasjeskogbruk lokalisert i Brasil. Estimering av bonitet viste en RMSE på 2,7 prosent. Det er viktig å understreke at denne undersøkelsen ble utført i en plantasje hvor alle trærne innenfor en behandlingsenhet er ensaldret og jevnstore, noe som også vil øke nøyaktigheten i estimeringen.

De nevnte studiene ovenfor har vist at FLS egner seg til predikering av bonitet med støtte i annet tilgjengelig datamateriale som f. eks bestandsalder fra skogbruksplanen. Dette er kanskje det mest logiske siden boniteten vanligvis bestemmes ved bruk av høyde og alder, og FLS egner seg svært godt til å estimere trehøyder. Imidlertid er det slik at skogen stadig er i endring og ikke alle skogbruksplaner ajourføres, noe som kan gjøre det vanskelig å innhente korrekt bestandsalder. Men som tidligere nevnt er det mange enkeltfaktorer som påvirker produksjonsevnen og dermed boniteten. Noen av disse enkeltfaktorene finnes allerede i lett tilgjengelig kartdata. Topografiske variable kan hentes fra digitale terrengmodeller (DTM) og arealklassifisering kan innhentes fra digitalt markslagskart (DMK). Ved å kombinere FLS-data med andre lett tilgjengelig kartdata kan modeller utvikles slik at boniteten muligens kan predikeres med en tilfredsstillende kvalitet.

1.5 Problemstilling

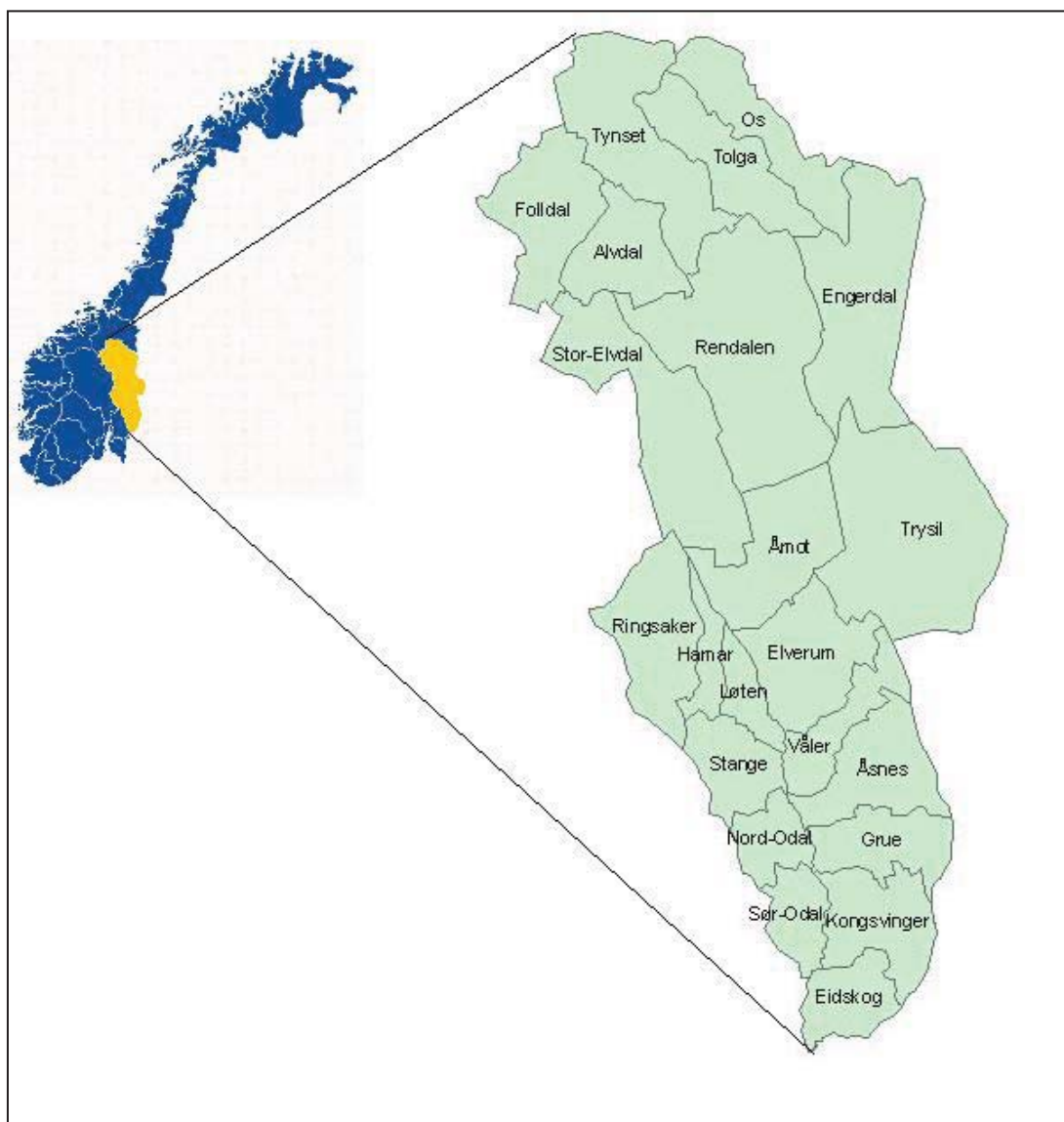
Hovedformålet med denne undersøkelsen var å studere mulighetene for å tilpasse prediksjonsmodeller for H_{40} -bonitet basert på et stort antall observasjoner over et større område ved hjelp av FLS, DTM- og DMK-data. Multippel regresjon med minste kvadraters metode ble benyttet til modellering. FLS-data med laserpulser med små fotavtrykk og laserpulstetthet på ca. $2,5 \text{ m}^{-2}$ ble benyttet. For å identifisere forklaringsevnen til hver variabelgruppe ble modelleringen inndelt i 3-steg. Modellene ble evaluert ved bruk av kryssvaliderte RMSE.

2 Materiale og metode

2.1 Studieområde

Undersøkelsen baserer seg på data fra Landsskogtaksering, Digital Terrengmodell (DTM), Flybåren Laserskanning (FLS) og Digitalt Markslagskart (DMK) fra Hedmark fylke (61°N 11°Ø) (Figur 2). Hovedtreslag var gran (*Picea abies*) og furu (*Pinus sylvestris*), samt noe lauv, hovedsakelig bjørk (*Betula Spp*). Totalt produktivt skogareal i Hedmark er ca 1,3 millioner dekar, av dette er omtrent 43 prosent furudominert, 40 prosent grandominert og 15 prosent lauvdominert (Eriksen et al. 2006). Totalt skogareal i Hedmark er 1,7 millioner dekar, noe som utgjør omtrent en femdel av Norges totale skogareal (Eriksen et al. 2006). Basert på Landsskogstakserings data fra perioden 2000 til 2004 (Eriksen et al. 2006) utgjør gran det meste av det stående volumet på produktive skogsmark i Hedmark med rundt 69 millioner m³ med bark. Furu og lauv utgjør henholdsvis 56 og 15 millioner m³. Total stående kubikkmasse var omtrent 146 millioner m³ (Eriksen et al. 2006).

Hedmark fylke strekker seg fra kommunen Eidskog i sør, til Tolga, Tynset og Os i Nord (Figur 2). Den topografiske utformingen av Hedmark preges av at Norges største elv Glomma renner gjennom fylket. Hedmark kan deles inn i fire administrative regioner; Glåmdalen, Hedmarken, Sør-Østerdal og Nord-Østerdal. Glåmdalen ligger sørøst i fylket og karakteriseres med liten topografisk variasjon, gode jordbruksareal, men også en del tørre furumarker på grensen mot Sverige. Vest i Hedmark, på grensen mot Oppland, ligger regionen Hedmarken som grenser mot østsiden av landets største innsjø Mjøsa. Denne regionen karakteriseres også med liten topografisk variasjon og har hovedsakelig de beste vekstvilkår for planter og trær i Hedmark. Øst for Hedmarken og nord for Glåmdalen ligger regionen Sør-Østerdal. Den topografiske variasjonen blir større jo lengre nord man befinner seg i denne regionen. Lengst nord i fylket ligger regionen Nord-Østerdalen hvor dalsidene blir brattere og marka skrinere. Kommunene lengst nord i Nord-Østerdalen preges av nærhet til fjell. Hedmark er landets største skogbruksfylke, både i areal og avvirkning (Fylkesmannen Hedmark 2011).



Figur 2: Til venstre, Norges fylker med studieområdet Hedmark markert. Til høyre, kommunene i Hedmark (Kartkilde: Wikipedia (2005)).

2.2 Feltdata-Landsskog

Problemstillingen i denne undersøkelsen var å tilpasse prediksjonsmodeller for H_{40} -bonitet (heretter omtalt som H_{40}) over et større område med stor variasjon i topografi og vekstforhold. Ved utvikling av regresjonsmodellene var det dermed nødvendig med feltregistrering av H_{40} . For å kunne anskaffe feltdata fra et så omfattende området ble data fra Landsskogtakseringens permanente prøveflater benyttet. Prøveflatene er sirkulære med radius på 8,92 meter (250 m^2) og ligger i et forband på $3 \times 3 \text{ km}$ over hele skogarealet under barskoggrensen i Norge, bortsett fra Finnmark fylke hvor et enklere registreringsopplegg benyttes. Totalt er det ca. 16 000 prøveflater på landsbasis, omtrent 11 000 ligger i skog, hvorav ca. 8 700 i produktiv skog (Eriksen 2007). Alle prøveflater retakseres hvert femte år. Flatesentrum er nøyaktig

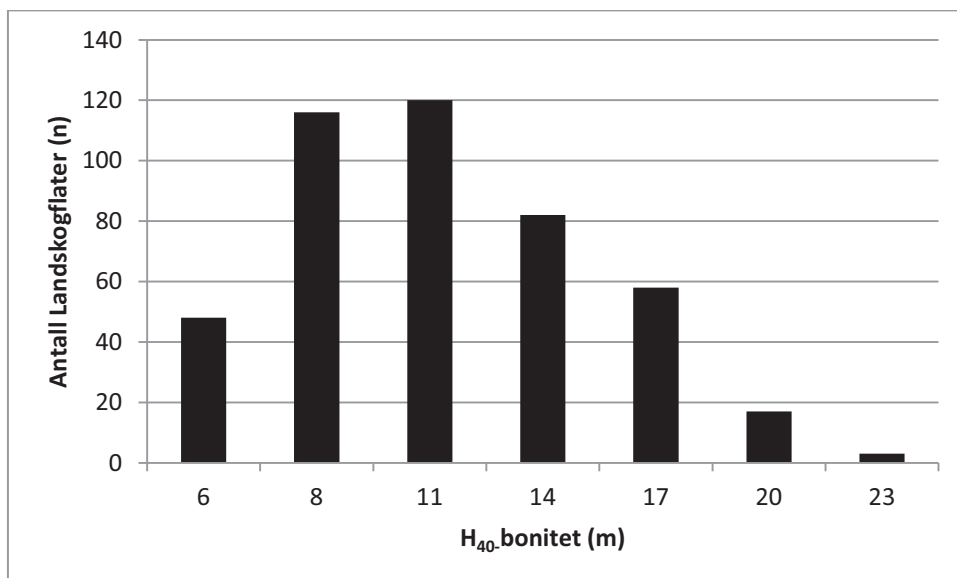
koordinatfestet. For videre beskrivelse av metodikk ved utleggelse av prøveflater henvises det til Norsk Institutt for Skog og Landskap (2008). Datasettet til denne undersøkelsen bestod av totalt 531 Landsskogflater fra Hedmark fylke.

Feltregistrering som utføres ved Landsskogtaksering består av en arealbeskrivelse for prøveflata (flatedata). Deretter registreres data fra alle trær med en brysthøydiameter ≥ 5 cm innenfor prøveflata (tredata). Ut ifra disse dataene beregnes en rekke variable. I denne undersøkelsen ble H_{40} benyttet fra Landsskogtakserings datamateriale.

2.2.1 H_{40} -bonitet

Boniteten ble registrert ved Landsskogtakseringen etter H_{40} -systemet ved bruk av Tveite & Braastad sine retningslinjer og bonitetskurver (Tveite 1977; Tveite & Braastad 1981). Inngangsverdien for kurvene er treslag, brysthøydealder i år og overhøyde i meter. Den aktuelle boniteten ble registrert for det dominerende treslag på prøveflata. Den aktuelle boniteten ble registrert i meterklasser (6, 8, 11, 14, 17, 20, 23 og 26) der verdien henviser til klassemidt. H_{40} ble registrert ved etablering av de permanente prøveflatene i 1986-89. Ved tvil om at registrert H_{40} var riktig (pga endret treslagssammensetning etc.) ble ny H_{40} registrert ved retaksering. Selve boniteringen ble utført på et subjektivt valgt, dominerende prøvetre utenfor prøveflata, men innenfor 1 daa fra flatesentrum. Trær innenfor 250 m² prøveflata skulle ikke bores pga. de skulle ha en naturlig utvikling og ikke svekkes av menneskelig inngrep. Overhøyden ble registrert som avstand fra stubbeavskjær til tretopp med bruk av høydemåler og registrert til nærmeste 0,1 meter. Brysthøydealder ble funnet ved å bore inn til tremarg for så å telle antall årringer. Husholdningsalder, dvs. alder etter korreksjon for tette årringer innerst rundt margin som følge av undertrykt vekst i ung alder, skulle benyttes ved bestemmelse av boniteringstreets brysthøydealder. Tveite (1977) skriver at ved å benytte brysthøydealder påvirkes ikke boniteringen av veksthemming i ung alder siden høydeutviklingen under brysthøyde ekskluderes.

Antall Landsskogflater innen de ulike H_{40} -klassene er vist i Figur 3. Flest flater var det i H_{40} -klasse=11 meter med 120 observasjoner, færrest var i H_{40} =23 meter med 3 prøveflater. H_{40} =26 meter var ikke representert i denne undersøkelsen.



Figur 3: Antall Landsskogflater registrert i de ulike H₄₀-bonitetsklassene.

2.3 FLS-data

2.3.1 Innsamling

FLS-data ble innsamlet i perioden 22.juli- til 16.september 2006. To fly av typen PA31 Piper Navajo benyttet to ulike Optech ALTM 3100 laserskanningsinstrument. Totalt 53 flylinjer ble registrert (heretter omtalt som Linjenummer (*Lnr*)) med en avstand mellom *Lnr* på 6 km. Totalt utgjorde de 53 *Lnr* en flydistanse på 4570 kilometer. Gjennomsnittlig flyhøyde var 800 meter over bakken, med en gjennomsnittlig flyhastighet på 75 meter i sekundet. Maksimal skanningsvinkel var 17 grader. Skanningsfrekvensen var 100 kHz og pulsraten 55 kHz. Gjennomsnittlig laserpulstetthet var $2,8 \text{ m}^{-2}$, mens gjennomsnittlig fotavtrykk var 21 cm. Totalt ble omtrent 50 prosent av alle Landsskogflater i Hedmark dekket av FLS-datainnsamlingen.

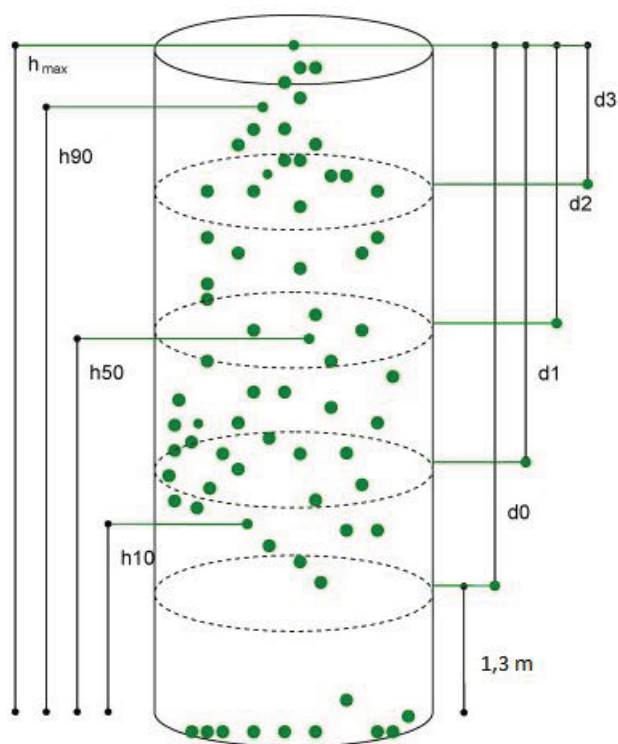
Til å klassifisere laserpulsene som traff bakken ble programvaren Terrascan benyttet. Et Triangulated Irregular Network (TIN) ble utviklet fra koordinatfestet laserpulser og høydeverdier fra laserpulsenes sisteretur. TIN er en 3D-modell av terrenget visualisert gjennom triangler. Tidligere undersøkelser har påvist høydenøyaktig på $\pm 25 \text{ cm}$ ved bruk av TIN-modell (Hodgson & Bresnahan 2004; Kraus & Pfeifer 1998). Differansen mellom TIN og høyden over havet var høyden over bakken til laserpulsene. Laserpulsene som havnet utenfor Landsskogflatene ble ekskludert for videre analyser.

2.3.2 FLS-variable

Laserpulsenes første- og sistereturs vertikale høydefordeling ble opprettet for hver Landsskogflate. Til å beskrive den vertikale høydefordelingen ble persentiler av høyden for 0 %, 10 %, ..., 90% av maksimal høyde benyttet. For å fjerne støy fra undervegetasjon som steiner, stubber og lignende ble alle laserpulser registrert lavere enn 1,3 meter over bakkenivå definert som vegetasjonstreff og dermed ekskludert for videre analyser. Fra den vertikale høydefordelingen ble det beregnet 49 ulike FLS-variable. Metoden for utregningen er beskrevet i en rekke studier, blant annet i Næsset (2011). FLS-variablene er kun en representasjon av den vertikale høydefordelingen slik at det skal være enkelt å benytte dem til videre modellering.

Laservariablene $Pf_0, Pf_{10}, \dots, Pf_{90}$ beskriver den vertikale høydefordelingen for laserpulsenes første retur. F. eks. menes det med tallet 5,0 i Pf_{30} at 30 prosent av første returlaserpulsene på prøveflata ble observert lavere enn 5,0 meter over bakken. $Ps_0, Ps_{10}, \dots, Ps_{90}$ beskriver tilsvarende høydepersentilfordeling for laserpulsenes sisteretur.

For å beskrive tettheten på Landsskogflata ble den vertikale høydefordelingen, målt fra lavest laserpuls ($>1,3$ m) til 95 prosent høydepersentil, inndelt i 10 fraksjoner med lik størrelse (se eks. Figur 4). Ut ifra disse fraksjonene ble variablene $Tf_0, Tf_1, \dots, Tf_9$ beregnet for laserpulsenes første retur, utregnet som andel første retur laserpulser over fraksjon 0,1, ..., 9 i forhold til totalt antall første retur laserpulser. $Ts_0, Ts_1, \dots, Ts_9$ var tetthetsvariable for laserpulsenes sisteretur, utregnet som andel sisteretur laserpulser over fraksjon 0,1, ..., 9 i forhold til totalt antall sisteretur laserpulser.



Figur 4: Prinsskisse for utregning av den vertikale høydefordelingen og tetthetsverdiene. Figuren er hentet fra Bollandsås et al. (2008). Punktsvermen representerer laserpulser. Den ovale punktlinjen viser til en gitt fraksjon, her inndelt i 3 like fraksjoner over vegetasjonstreff på 1,3 meter. Vertikale linjer til venstre i figuren representerer høyden til de vertikale høydevariablene. Vertikale linjer til høyre viser til utstrekningen av hvilke fraksjoner de ulike tetthetsverdiene tilhører. Tetthetsverdiene for hver fraksjon ble utregnet som andel første- eller sisteretur laserpuls mellom den nedre grense av hver fraksjon og maksimum laserhøyde, av totalt antall første- eller sisteretur laserpulser

FLS-variabelen *Totn* var totalt antall første- og sistereturer. C_v var variasjonskoeffisienten for første- og sisteretur laser, mens C_{vs} var variasjonskoeffisienten for sisteretur laser. Variablene *Max* og *Maxs* beskrev den høyest registrerte vertikale makshøyden for henholdsvis første- og sisteretur laserpuls. *Mean* og *Means* var gjennomsnittshøyden for henholdsvis første- og sisteretur. *N* og *Ns* var antall vegetasjonstreff for henholdsvis første- og sisteretur laser, det vil si antall laserpulser registrert lavere enn 1,3 meter over bakken. P_a var antall første- og sistereturer pr. m^2 .

Selve utarbeidingen av FLS-variablene ble utført av Blom Geomatics. Prosessen bestod i å beregne laserpulsenes koordinater. Høyde- og tetthetsvariable ble beregnet ved INA,UMB for alle første- og sisteretur pulser.

2.4 Topografiske variable-DTM

De topografiske variablene Høyde over havet (*Hoh*), hellingsprosent (*Hpros*) og hellingsretning (*Hret*) ble hentet fra en DTM utledet med data fra Norsk felles kartdatabase (FKB). Studieområdet ble inndelt i grid med pikselstørrelse på 25x25 meter. For hver piksel ble det beregnet en verdi pr. topografiske variabel for deretter å ta verdiene i det pikselet hvor flatesentrum til Landsskogflata befant seg. *Lnr* fra FLS-data ble benyttet som breddegradsvariabel siden den ble registrert kronologisk fra sør til nord i Hedmark fylke.

Gjennomsnittlig *Hoh* for alle Landsskogflatene var 570 meter over havet (moh), med maksimum og minimumsverdier på henholdsvis 1098 og 175 moh. *Hret* ble beregnet som grader med klokka, i intervallet 0 til 360, fra nord. For at denne variabelen skulle brukes til modellering ble den gitt nye verdier fra 180 til 360 grader (Ligning 1). *Hret* ble etter omgjøring klassifisert som en kontinuerlig verdi med 0- i nord, 90- i øst, 180- i sør og 90- grader i vest. Gjennomsnittlig *Hpros* for alle prøveflatene var 6,4 prosent, med maksimum og minimum verdier på henholdsvis 36 og 0 prosent.

$$Grader > 180 = Grader - (2 \times (grader - 180)) \quad (\text{Ligning 1})$$

2.5 DMK-variable

Klassifiseringskoder fra Digitalt markslagskart (DMK) ble integrert i modellutviklingen for å se om dette høynet forklaringsevnen til modellene. DMK er et nasjonalt system for klassifisering av arealtilstand og arealkvalitet hovedsakelig for produktive jord- og skogbruksareal, men også for uproduktive areal. DMK er lett tilgjengelig koordinatfestet data og kunne enkelt sammenstilles med topografisk og FLS-data på hver enkelt Landsskogflate. DMK bygger på data fra Økonomisk Kartverk (ØK) hvor arealklassifisering ble førstegangsregistrert på starten av 1960-tallet av Norsk Institutt for Jord- og Skogkartlegging (NIJOS) (Bjørdal 2007).

DMK-klassifikasjonen for skogens produksjonsevne (*ASKOG*), arealtilstand (*ATIL*), tilleggsklassifisering av skog og skogreisningsmark (*TSKOG*), jordklassifisering (*JORD*) og myrklassifisering (*MYR*) ble benyttet som indikatorvariable i denne undersøkelsen. Påfølgende omtale av DMK-klassifikasjonen er basert på Bjørdal et al. (2004).

ASKOG klassifiserer skogsarealene i markas evne til å produsere trevirke ($\text{m}^3/\text{daa}/\text{år}$) i henholdsvis impediment ($<0,1$ -), lav ($0,1-<0,3$ -), middels ($0,3-<0,5$ -) og høy produktivitet

(0,5-<1,0 m³/daa/år). Det var den normalt forventede produksjonsevnen som ble registrert, dvs. forventet produksjon under forutsetning av rett treslag, tetthet og skogskjøtsel. Flest Landsskogflater ble ASKOG-klassifisert med middels produksjonsevne (161). Resterende Landsskogflater ble ASKOG-klassifisert med impediment (84), lav- (159) og høy produksjonsevne (83). Antall Landsskogflater som ikke var ASKOG-klassifisert var 44.

ATIL definerer naturlige terrengtyper og klassifiserer arealene inn i ulike myr-, skog- og marktyper. ATIL var uklassifisert for 265 av Landsskogflatene. Flest Landsskogflater var ATIL-klassifisert som "barskog" (172). Resterende Landsskogflater var ATIL-klassifisert som "løvskog" (17) og "blandingsskog" (18).

TSKOG klassifiserer skogarealene inn i spesielle egenskaper som gjør arealet mindre produktivt. Enkelte koder kan også gi opplysninger om ulike kulturinngrep som kan øke produktiviteten. Flest Landsskogflater var klassifisert som "grunnlendt mark" (18), 3 som "vassjuk mark med feil bartreslag", 3 som "blokkdekt mark" og 1 flate med "feil bartreslag". På resterende 506 Landsskogflater ble ikke TSKOG klassifisert.

DMK koden JORD blir benyttet til å klassifisere driftsforholdene på dyrka mark og drifts- og jordegenskapene for dyrkningsjord. Den gir opplysninger om hvor godt egna arealet er for dyrkning med henhold til steininnhold og dreneringsgrad. Flest Landsskogflater havnet i kategorien "lettbrukt, blokkrik dyrkningsjord".

MYR klassifiserer kun myr som er egna til dyrking eller skogreisning. Inndelingen uttrykker tykkelsen på torva, omdanningsgrad torv og vegetasjonstype. Antall Landsskogflater som ble klassifisert med MYR var 42. Av disse ble flest Landsskogflater MYR-klassifisert som "djup myr med ikke nøysom vegetasjon med middels øvre og nedre torvlag" (26).

2.6 Statistiske analyser

Alle statistiske analyser ble utført ved bruk av programvaren SAS versjon 9.2 (SAS Institute Inc 2009).

Til modellering ble H₄₀-bonitet registrert ved Landsskogstaksering benyttet som responsvariabel og variable fra DTM-, FLS- og DMK-data som forklaringsvariable. Multipel regresjon med minste kvadraters metode ble benyttet med bruk av prosedyren PROC REG i SAS. Datamaterialet bestod av et stort antall potensielle forklaringsvariable. For å velge ut hvilke variable som forklarte variasjonen til H₄₀ best ble det gjennomført en stegvis utvalgsprosedyre. For at en forklaringsvariabel skulle bli selektert måtte den ha signifikant forklaringssevne av responsvariabelen H₄₀. Signifikansnivået ble satt til p≤0,05. Ved bruk av

stegvis utvelgelse måtte de ulike forklaringsvariablene også være signifikante etter hvert som andre forklaringsvariable ble tatt inn i modellen. Forklaringsvariablene som var signifikante, samt ga høyest forklaringsevne av responsvariabelen, ble benyttet til estimering.

Forklaringsvariable med $p \geq 0,05$ ble forkastet og ikke benyttet i modellutvikling. Videre ble det foretatt maksimering av R^2 -justert av de selekterte forklaringsvariablene fra den stegvise prosedyren. Prosedyren i SAS rangerer da modeller etter høyest R^2 -justert og viser hvilke forklaringsvariable som inngår. Dette ble utført for å undersøke om det var mulig å forenkle den foreslåtte modellen fra den stegvise prosedyren med bruk av færre forklaringsvariable, men uten å påvirke modellens forklaringsevne vesentlig. For nærmere beskrivelse av den stegvise utvalgsprosedyren og maksimering av R^2 -justert henvises det til håndboken SAS Institute Inc. (2009).

Alle observasjoner der H_{40} ikke var registrert ble slettet fra datasettet før modellering. Etter dette ble antall prøveflater redusert fra 531 til 444. Selve modelleringen ble delt inn i 3-modellsteg og totalt bestod datasettet av 58 potensielle forklaringsvariable.

2.6.1 Estimering av H_{40} -bonitet

Først ble multiple regresjonsmodeller estimert på lineær form ved bruk av uttransformerte forklaringsvariable. I sin fulle form ville modellen se ut som (Ligning 2):

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 \dots + \beta_K x_K + \varepsilon \quad \text{Ligning (2)}$$

Der:

Y = H_{40} -bonitet

$\beta_k x_k$ = ulike forklaringsvariable fra topografisk, FLS- og DMK-data

ε = feilleddet

I forbindelse med utvikling av regresjonsmodeller ved bruk av FLS-data har tidligere undersøkelser beskrevet bedre tilpasningen av modeller ved bruk av ulike transformasjoner (Næsset & Bjerknes 2001; Næsset 2011). Transformasjon påvirker modellens residualfordeling og kan gi bedre normalfordelte residualer. I denne undersøkelsen ble det kun benyttet transformasjon av forklaringsvariablene. Responsvariabelen ble benyttet uttransformert fordi normalfordelingen av verdiene var tilfredsstillende på uttransformert form. Transformasjoner som ble benyttet av forklaringsvariablene var naturlig logaritme (Ln), kvadrat (Kva) og kvadratroten (Rot).

2.6.2 Statistiske kriterier for å velge beste modell

For å identifisere de beste modellene ble de vurdert opp mot hverandre basert på R^2 -justert og Root Mean Square Error (RMSE). Den ”beste” modellen ville ha høyest R^2 -justert og lavest RMSE.

Begrunnelsen for å bruke R^2 -justert og ikke R^2 -verdien ved modellutvelgelsen var at sistnevnte alltid øker med antallet forklaringsvariable som benyttes i modellen, selv om forklaringsvariabelen ikke signifikant forklarer noe av variasjonen til responsvariabelen. Med andre ord, R^2 -verdien er ikke et godt kriterium for å velge ut en god modell med mange potensielle forklaringsvariable. Derimot tar R^2 -justert hensyn til antall forklaringsvariable og vil med det øke hvis forklaringsvariabelen som tas inn i modellen forklarer noe av variasjonen til responsvariabelen, men vil synke ved motsatt tilfelle. Differansen mellom R^2 og R^2 -justert vil være størst hvis antall variable er stort i forhold til antall observasjoner. R^2 (Ligning 3) og R^2 -justert (Ligning 4) ble beregnet på følgende måte:

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST} = \frac{\sum(Y_i - \text{snitt } Y_i)^2 - \sum(Y_i - \text{predikert } Y_i)^2}{\sum(Y_i - \text{snitt } Y_i)^2} \quad \text{Ligning (3)}$$

SSE= Sum av kvadrerte avvik

SST= Sum kvadrerte residualer

i=observasjon 1,2,3...,i

$$R^2_{\text{justert}} = 1 - (1 - R^2) \frac{(p - 1)}{(p - n - 1)} \quad \text{Ligning (4)}$$

p= antall forklaringsvariable

n= antall observasjoner

RMSE er kvadratroten (R) av gjennomsnittlig (M) kvadrert (S) avvik (E) mellom predikert og observert verdi (Ligning 5). Modellen med lavest RMSE var den beste modellen fordi den da hadde lavest differanse mellom observert og predikert y-verdi.

$$RMSE = \sqrt{\frac{SSE}{n - p}} \quad \text{Ligning (5)}$$

SSE= Sum av kvadrerte avvik

n= antall observasjoner

p= antall forklaringsvariable

2.6.3 Multikollinearitet

Multikollinearitet, definert som høy korrelasjon mellom to eller flere av forklaringsvariablene, er et problem som kan oppstå når et stort antall potensielle forklaringsvariable benyttes til modellutvikling. Multikollinearitet kan føre til feil i parameterestimatene, samt at de blir følsomme for små endringer i dataene. Kollinære forklaringsvariable vil forklare noe av den samme variasjonen til responsvariabelen Y, og dermed ikke bidra med ytterlige forklaringsevne til modellen, enn hva den andre variabelen gjør. Det finnes flere metoder for å avdekke multikollinearitet. I denne undersøkelsen ble *Variance Inflation Factors* (VIF) kalkulert for alle individuelle forklaringsvariable (Ligning 6). VIF-verdier >10 ble vurdert som indikator på multikollinearitet. Ved bruk av stegvis utvalgsprosedyre kan multikollinearitets problemet forsvinne ved at prosedyren ikke selekterer kollinære variable pga. de ikke vil ha signifikant innflytelse på responsvariabelen hvis en av variablene allerede er selektert i modellen. Hvis modellen som ble selektert i den stegvise utvelgelsen allikevel viste forklaringsvariable med $VIF > 10$ ble det utført en ny utvelgelse av selektert modell ved bruk av maksimering av R^2 -justert. Høyest rangert modell med færre forklaringsvariable enn opprinnelig modell ble så testet for VIF-verdier >10. Hvis multikollinearitet ikke var et problem i denne modellen ble den så preferert. I tillegg til VIF-verdier ble også fortegnet til de ulike β -parameterne vurdert. Hvis benevnelsen var motsatt av forventet kunne det være et tegn på multikollinearitet.

$$VIF_i = \frac{1}{1 - R_i^2} \quad (\text{Ligning 6})$$

i= forklaringsvariabel 1,2,...,k

R_i^2 = R^2 verdien for modellen

2.6.4 Residualplott

Ved utviklingen av regresjonsmodellene var det visse kriterier som skulle oppfylles for at modellen skulle være valid. Følgende ble forutsatt for at modellen skulle være gyldig:

- 1) Feilleddet (ϵ) skulle ha en normalfordeling med gjennomsnitt lik 0.
- 2) Variansen (σ^2) til feilleddet (ϵ) skulle være konstant.
- 3) Alle sett av feilleddet (ϵ) skulle være ukorrelert.

For å sjekke forutsetningene 1) og 2) ble de ulike modellenes residualplott vurdert mot hverandre. Slike plott kan avdekke avvik fra forutsetningene om normalfordeling og lik varians, samt identifisere unormale observasjoner og at forholdet mellom forklaringsvariablene og responsvariabelen ikke viser seg å være lineært. Residualverdiene ble beregnet som differansen mellom observert og predikert Y-verdi. Et positiv residual betyr da en underpredikasjon av Y. En god modell ville ha små normalfordelte residualverdier med lik varians.

2.6.5 Unormale observasjoner

Ytterligere forbedring av modellene ble utført ved å identifisere eventuelle unormale observasjoner (*outliers*). Slike observasjoner kan ha stor innvirkning på regresjonsmodeller ved å trekke regresjonslinja i positiv eller negativ retning. For å identifisere unormale observasjoner ble *student residual* (Ligning 7), *cooks distance* (Ligning 8) og *leverage* undersøkt. *Leverage* grense for den enkelte modell ble beregnet som $2(k+1)/n$, hvor k var antall forklaringsvariable og n antall observasjoner. Høy verdi på både *leverage* og *student residuals* (>3) ble vurdert som en *outlier*. For *cooks distance* ble verdier < 1 vurdert som normalt. Man bør strebe etter å finne årsaken til unormale observasjoner. Imidlertid skal man ha en god begrunnelse for å fjerne slike observasjoner fra datasettet fordi de kan beskrive variasjonen i det studerte fenomenet på en god måte. Feil i datainnsamling eller punching av data er en godkjent grunn til å slette observasjonen. Ingen observasjoner ble vurdert som unormale i denne undersøkelsen.

$$z_i^* = \frac{e_i}{s\sqrt{1-h_i}} = \frac{(y_i - \hat{y}_i)}{s\sqrt{1-h_i}} \quad \text{Ligning (7)}$$

z_i = Student residual observasjon nr i

e_i = Residualverdi for observasjon nr i

$s\sqrt{1-h_i}$ = Estimert standardavvik av residualet

h_i = Leverage verdi

$$D_i = \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{(k+1)MSE} \left[\frac{h_i}{(1-h_i)^2} \right] \quad \text{Ligning (8)}$$

d_i = Cooks distance for observasjon nr i

MSE = Gjennomsnittlig kvadrert avvik

h_i = Leverage verdi

2.7 Innledende beregninger

For å gi en oversikt over datamaterialet ble det først utført innledende beregninger av topografiske -, FLS- og DMK-variable. En korrelasjonsmatrise ble utviklet for topografisk- og FLS-variable for å kartlegge hvilke variable som var sterkt korrelert og dermed ikke ville passe i samme modell. Siden antall forklaringsvariable var høyt for FLS-dataene var det ikke mulig å benytte alle variable i samme matrisen. Av den grunn ble en lav- (Pf_{10}), middels- (Pf_{50}) og høy (Pf_{90}) første returpersentil benyttet, samt en lav (Tf_1), middels (Tf_5) og høy (Tf_9) tetthetsverdi for første retur. Korrelasjonsmatrisen ble utviklet ved bruk av Pearson korrelasjonskoeffisient som er et mål på den lineære korrelasjonen mellom to variable. Pearson koeffisienten gir en verdi (r) mellom -1 og 1. En r nærme 0 antyder liten eller ingen korrelasjon mellom variablene. Jo nærmere -1 eller 1, jo sterkere er den negative eller positive korrelasjonen. Ved $r=1/-1$ ligger alle punktene på samme linje og variablene er med det perfekt korrelert.

For å danne en oversikt over hvordan H_{40} varierte med de topografiske forholdene ble det i de innledende beregningene utført gjennomsnittsberegninger av H_{40} fordelt på de topografiske variablene *Hoh*, *Hpros* og *Hret*. Ved gjennomsnittsberegninger ble de topografiske variablene inndelt i klassevariable. For å vise hvordan DMK-variabelen for skogens produktivitet, ASKOG, samsvarte med Landsskog H_{40} ble det utført gjennomsnittsberegninger av H_{40} fordelt på ASKOG-klassifiseringene impediment (*Aimp*), lav produktivitet (*Alav*), middels produktivitet (*Amid*) og høy produktivitet (*Ahøy*)

2.8 Modellstegene

I modellsteg 1 ble kun topografiske variable fra DTM benyttet til modellutvikling. Flere studier har beskrevet at høyde over havet har stor forklaringsevne av H_{40} , blant annet (Kielland-Lund 1962; Nilsen & Larsson 1992). Av den grunn ble modell 1-1 utviklet med kun *Hoh* som forklaringsvariabel for å vise forklaringsevnen til denne variabelen. Til utvikling av modell 1-2 ble alle de topografiske variablene benyttet i den stegvise utvelgelsen, mens modell 1-3 til 1-6 ble utviklet med bruk av transformasjonskombinasjonene for å vise om dette forbedret modellene.

I steg 2 ble først en modell utviklet med bruk av kun FLS-variable for å vise deres forklaringsevne av H_{40} uten støtte av de topografiske variablene. Modell 2-2 ble utviklet med bruk av samtlige topografiske- og FLS-variable i den stegvise utvelgelsen. Modell 2-3 var en

forenkling av modell 2-2. Modell 2-4 til 2-7 ble utviklet med transformerte forklaringsvariable.

I steg 3 ble først modell 3-1 utviklet med alle klassifiseringene fra DMK inkludert i den stegvise utvelgelsen som indikatorvariable, i tillegg til topografiske- og FLS-variable. Modell 3-2 til 3-5 ble utviklet med transformasjonskombinasjonene.

2.9 Kryssvalidering

Til validering av de høyest ranket modellene fra hvert modellsteg ble kryssvalidering med bruk av predikert RMSE (PRESS) benyttet. Metoden benytter eksisterende datasett til predikering av H_{40} for hver prøveflate ved å utelate data fra gjeldene prøveflate. Prosedyren ble gjentatt for alle 444 Landsskogflater. PRESS ble beregnet som residualet dividert med $(1-h)$ hvor h =Leverage. Lavest PRESS ga den ”beste” modellen. For å gi en kryssvalidert RMSE ble PRESS-verdien dividert på antall observasjoner (n) for deretter ta kvadratroten av dette tallet.

3 Resultater

3.1 Innledende beregninger

3.1.1 Topografi

Pearson korrelasjonstest mellom de topografiske variablene viste signifikant positiv korrelasjon ($p < 0,05$) mellom *Hoh* og *Lnr* (Tabell 1).

Tabell 1: Pearson korrelasjonsmatrise mellom de topografiske variablene Hoh, Hpros, Hret og Lnr.

Variabel	Hoh	Hpros	Hret
Hpros	0,10	-	-
Hret	0,06	-	-
Lnr	0,79	0,11	0,05

Hoh-klasse 3 hadde flest H_{40} -observasjoner med 74, mens *Hoh*-klasse 7 hadde færrest med 46 observasjoner (Tabell 2). Høyest gjennomsnittlig H_{40} var i *Hoh*-klasse 1 med 14,8 meter. Gjennomsnittlig H_{40} var avtagende med økende *Hoh*-klasse. Maks H_{40} viste også å være noe avtakende med økende *Hoh*-klasse.

Tabell 2: Antall flater (n), gjennomsnittlig H_{40} (snitt), maksimum H_{40} (maks) og minimum H_{40} (min) fordelt på 7 *Hoh*-klasser av de samme flatene.

Hoh-klasse	Hoh-intervall (moh)	N H_{40}	Snitt H_{40} (m)	Maks H_{40} (m)	Min H_{40} (m)
1	0 < 300	59	14,8	23	6
2	300 < 400	71	14,2	20	8
3	400 < 500	74	13,0	23	6
4	500 < 600	62	11,3	17	6
5	600 < 700	61	10,0	17	6
6	700 < 800	71	8,3	11	6
7	>800	46	7,3	14	6
Totalt		444			

Gjennomsnittlig H_{40} varierte mellom 10,3- og 12,2 meter mellom de ulike *Hpros*-klassene (Tabell 3). Lavest gjennomsnittlig H_{40} var i *Hpros*-klasse 6 med 10,3 meter. Maks $H_{40}=23$ meter var registrert i de tre første *Hpros*-klassene. *Hpros*-klasse 1 hadde flest observasjoner av H_{40} med 213, færrest hadde *Hpros*-klasse 6 med 4 observasjoner.

Tabell 3: Antall flater (n), gjennomsnittlig H_{40} (snitt), maksimum H_{40} (maks) og minimum H_{40} (min) fordelt på 6 *Hpros*-klasser av de samme flatene.

Hpros klasse	Hpros- Intervall (%)	N H_{40}	Snitt H_{40} (m)	Maks H_{40} (m)	Min H_{40} (m)
1	0 < 5	213	11,1	23	6
2	5 < 10	161	11,7	23	6
3	10 < 15	36	12,1	23	6
4	15 < 20	20	11,9	20	6
5	20 < 25	10	12,2	17	8
6	25	4	10,3	14	8
Totalt		444			

Gjennomsnittlig H_{40} varierte mellom 11,0 og 11,9 meter for de fire *Hret*-klassene nord, øst, sør og vest (Tabell 4). Flest observasjoner av H_{40} var i *Hret*-klasse vest med 159, færrest var i *Hret*-klasse nord med 51 observasjoner.

Tabell 4: Antall flater (n), gjennomsnittlig H_{40} (snitt), maksimum H_{40} (maks) og minimum H_{40} (min) fordelt på 4 *Hret*-klasser av de samme flatene.

Hret- klasse	Hret- intervall (grader)	N H_{40}	Snitt H_{40} (m)	Min H_{40}(m)	Maks H_{40}(m)
Nord	>305 ≤45	51	11,0	6	23
Øst	>45 ≤135	133	11,3	6	20
Sør	>135 ≤225	101	11,2	6	23
Vest	>225 ≤305	159	11,9	6	23

3.1.2 FLS

Pearson korrelasjonstest mellom FLS-variablene Pf_{10} , Pf_{50} , Pf_{90} , Tf_1 , Tf_5 og Tf_9 viste signifikante korrelasjoner ($p < 0,05$) mellom alle variablene (Tabell 5).

Tabell 5: Pearson korrelasjonsmatrise mellom FLS-variablene Pf_{10} , Pf_{50} , Pf_{90} , Tf_1 , Tf_5 og Tf_9 .

Variabel	Pf_{10}	Pf_{50}	Tf_1	Tf_5
Pf_{50}	0,87	-	0,61	-
Pf_{90}	0,72	0,92	0,58	0,62
Tf_5	0,69	0,72	0,94	-
Tf_9	0,67	0,74	0,88	0,93

3.1.3 DMK

Gjennomsnittlig H_{40} økte gradvis fra 7,4- til 16,2 meter fordelt på de ulike produktivets-klassifiseringene (ASKOG) avledet fra DMK (Tabell 6). Middels produktivitet (*Amid*) hadde

flest observasjoner med 158. Antall Landsskogflater hvor H_{40} var registrert, men som ikke var ASKOG-klassifisert var 15, av disse var H_{40} registrert med maks observasjon på 8 meter. H_{40} var registrert for 39 impediment klassifiserte (*Aimp*) Landsskogflater med maksobservasjon av H_{40} på 17 meter.

Tabell 6: Antall flater (n), gjennomsnittlig H_{40} (snitt), maksimum H_{40} (maks) og minimum H_{40} (min) fordelt på klassifiseringen i DMK av de samme flatene med hensyn på impediment (*Aimp*), lav produktivitet (*Alav*), middels produktivitet (*Amid*) og høy produktivitet (*Ahøy*).

DMK- klassifisering	N H_{40}	Snitt H_{40} (m)	Maks H_{40} (m)	Min H_{40} (m)
Ikke registrert	15	7,3	8	6
Aimp	39	7,4	17	6
Alav	150	9,0	14	6
Amid	158	12,7	20	6
Ahøy	82	16,2	23	11

3.2 Modellering

I de neste kapitlene presenteres de estimerte regresjonsmodellene for H_{40} . Modelleringen er tredelt. I første del presenteres modeller hvor kun topografiske variable fra DTM ble benyttet (modellsteg 1). Deretter presenteres resultater for modeller hvor FLS-variable ble inkludert i modellutvikling (modellsteg 2). Til slutt presenteres resultater for modeller hvor DMK-variable ble inkludert i tillegg til topografiske- og FLS-variable (modellsteg 3). For alle modeller presenteres parameterestimer, R^2 -justert, RMSE, antall observasjoner (n) og modellens signifikansverdi (p-verdi). Den modellen på hvert modellsteg som ble rangert høyest ut i fra seleksjonskriteriene omtales nærmere. Til slutt presenteres kryssvaliderte RMSE-verdier av de høyest rangerte modellene.

3.2.1 Modellsteg 1- Topografi

I modellsteg 1 ble seks ulike regresjonsmodeller for H_{40} utviklet med de fire topografiske variablene *Hoh*, *Hpros*, *Lnr* og *Hret* som forklaringsvariable (Tabell 7). I variabelseleksjonen ble ikke *Lnr* og *Hret* selektert for noen av modellene.

Modell 1-1 inkluderte kun *Hoh* som forklaringsvariabel, noe som ga en R^2 -justert på 0,42 og RMSE på 3,0 meter. I modell 1-2 selekterte den stegvise utvelgelsen *Hoh* og *Hpros* som forklaringsvariable. Resultatene viste en R^2 -justert på 0,44 og RMSE 2,9 m. Modell 1-3 til 1-6 ble utviklet med de ulike transformasjonskombinasjonene og R^2 -justert varierte fra 0,42 (modell 1-5) til 0,46 (modell 1-6). I modellsteg 1 viste resultatene høyest R^2 -justert og lavest RMSE for modell 1-6 og inkluderte variablene *Hoh* og $\ln(Hpros)$. Residualene for observert

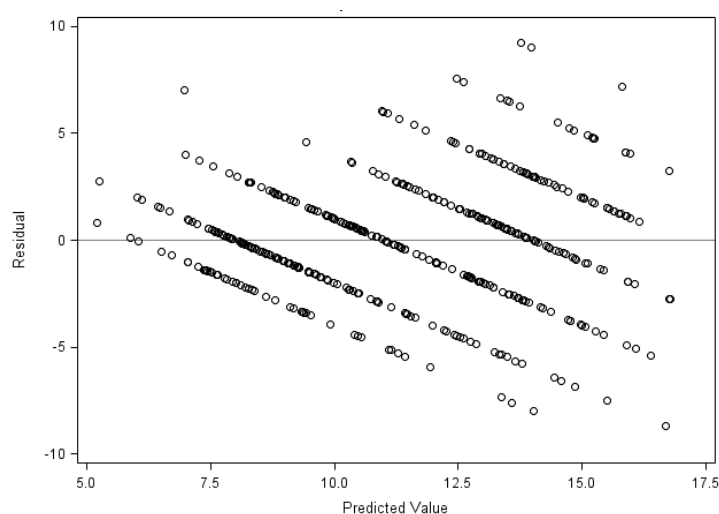
mot predikert H_{40} ved bruk av denne modellen viste systematisk skjevhet med overpredikering av lave H_{40} - og underpredikering av høye H_{40} -verdier (Figur 5).

Tabell 7: Estimerte regresjonsmodeller for H_{40} -bonitet i modellsteg 1. Modellene presenteres med parameterestimater, antall benyttede observasjoner (n), R^2 -justert, RMSE og modellens p-verdi.

Forklarings- variabel	Modell 1-1	Modell 1-2	Modell 1-3	Modell 1-4	Modell 1-5	Modell 1-6
Transformasjon x	I	I	Ln	Rot	Kva	Alle
β_0	18,41*	17,83*	50,82*	23,56*	-	17,24*
Hoh	-0,01*	-0,01*	-	-	-	-0,01*
Ln(Hoh)	-	-	-6,57*	-	-	-
Rot(Hoh)	-	-	-	-0,61*	-	-
Hoh ²	-	-	-	-	$-1,17 \times 10^{-5} *$	-
Hpros	-	0,11*	-	-	-	-
Ln(Hpros)	-	-	0,89*	-	-	0,94*
Rot(Hpros)	-	-	-	0,73*	-	-
Hpros ²	-	-	-	-	$-2,83 \times 10^{-3} *$	-
N	444	444	444	444	444	444
R^2 -justert	0,42	0,44	0,44	0,45	0,42	0,46
RMSE	2,98	2,92	2,95	2,91	2,98	2,88
p-modell	<0,0001	<0,0001	<0,0001	<0,0001	<0,0001	<0,0001

*p<0,0001

Transformasjon	I=Ingen, Ln=Logaritmisk, Rot=Kvadratrot, Kva=Kvadrat
β_0	Krysningspunkt
Hoh	Høyde over havet (m)
Hpros	Hellingsprosent



Figur 5: Residualer for observert mot predikert H_{40} ved bruk av modell 1-6, hvor selekterte forklaringsvariable var Hoh og Ln(Hpros).

3.2.2 Modellsteg 2- FLS

I modellsteg 2 ble regresjonsmodeller utviklet ved bruk av topografiske- og FLS-variable. Modellene 2-1 til 2-3 ble utviklet ved bruk av uttransformerte variable (Tabell 8). I Modell 2-1 ble det kun benyttet FLS-variable i den stegvise utvelgelsen, hvor Tf_1 og Ts_3 ble selekterte forklaringsvariable og modellen viste en R^2 -justert på 0,30.

Forklaringsvariablene Hoh , $Hpros$, Tf_1 , Tf_6 , Tf_9 og Ts_3 ble selekterte i den stegvise utvelgelsen ved bruk av topografiske- og FLS-variable. Imidlertid hadde Tf_1 og Tf_6 VIF-verdier >10 og dermed var multikollinearitet et problem. Videre variabelutvalgelse med maksimering av R^2 -justert selekterte modell 2-2 med forklaringsvariablene Hoh , $Hpros$, Tf_1 og Ts_3 og resultatene viste en R^2 -justert på 0,56 og RMSE på 2,6 meter. Alle forklaringsvariable hadde VIF-verdier <10 . Residualene til forklaringsvariabelen $Hpros$ viste skjev varians og en modell uten $Hpros$ ble utviklet ved bruk av maksimering av R^2 -justert. Modellen inkluderte variablene Hoh , Tf_1 og Ts_3 (modell 2-3) og resultatene viste en R^2 -justert på 0,55 og RMSE på 2,6 meter.

Tabell 8: Estimerte regresjonsmodeller for H_{40} -bonitet i modellsteg 2 med bruk av uttransformerte forklaringsvariable presentert med parameterestimer, R^2 -justert, RMSE, antall benyttede observasjoner (n) og modellens p-verdi.

Forklarings- variabel	Modell 2-1	Modell 2-2	Modell 2-3
Transformasjon x	I	I	I
β_0	9,68*	16,22*	16,41*
Hoh	-	-0,01*	-0,01*
Hpros	-	0,08	-
Tf_1	-7,75*	-7,79*	-7,67*
Ts_3	22,52*	17,70*	18,09*
N	444	444	444
R^2 -justert	0,30	0,56	0,55
RMSE	3,28	2,60	2,63
p-modell	$<0,0001$	$<0,0001$	$<0,0001$

*p $<0,0001$

Transformasjon: I= Ingen

Hoh: Høyde over havet (m)

Hpros: Hellingsprosent

Pf_{10} : 10 prosent høydepersentil førsteretur (m)

Tf_1 : Tetthetsvariabel førsteretur, andel laserpulser over fraksjon 1 i forhold til totalt antall førsteretur laserpulser

Tf_9 : Tetthetsvariabel førsteretur, andel laserpulser over fraksjon 9 i

	forhold til totalt antall førsteretur laserpulser
Ts₃:	Tetthetsvariabel sisteretur, andel laserpulser over fraksjon 3 i forhold til totalt antall sisteretur laserpulser.

R²-justert varierte fra 0,47 (modell 2-4) til 0,57 (modell 2-7) med bruk av transformerte forklaringsvariable i modellsteg 2 (Tabell 9). Den stegvise utvelgelsen med bruk av logaritmiske forklaringsvariable selekterte en modell med VIF-verdier over det kritiske nivået for flere forklaringsvariable. Videre utvelgelse med maksimering av R²-justert ble benyttet hvor de høyest ranket modellene ble testet med hensyn på VIF-verdier i kronologiske rekkefølge. Modell 2-4 var høyest ranket modell med VIF-verdier < 10, hvor Ln(*Hoh*), Ln(*Ns*) og Ln(*Tf_l*) ble selekterte forklaringsvariable.

Ved bruk av forklaringsvariable på kvadratisk form selekterte den stegvise variabelutvelgelsen *Hoh*², *Hpros*², *Pf₃₀*², *Tf₉*², *Ts₃*² og *Ts₇*². Alle forklaringsvariable var godkjent i henhold til VIF-kriteriet. Utvelgelse ved maksimering av R²-justert ga imidlertid en forenklet modell med omtrent samme R²-justert og inkluderte forklaringsvariablene *Hoh*², *Pf₃₀*², *Tf₉*² og *Ts₃*² (modell 2-6).

En modell med 11 forklaringsvariable ble selektert i den stegvise utvelgelsen ved bruk av alle transformasjoner. Modellen viste VIF-verdier mellom 10 og 20 for flere av forklaringsvariablene, samt at to av forklaringsvariablene hadde VIF-verdier opp mot 200. Videre maksimering av R²-justert selekterte modell 2-7 med *Hoh*, Ln(*Hpros*), Rot (*Tf_l*) og Rot (*Ts₃*) som forklaringsvariable. Modelltilpassningen viste en R²-justert på 0,57 og RMSE på 2,6 meter.

Tabell 9: Estimerte regresjonsmodeller for H₄₀-bonitet i modellsteg 2 med bruk av transformerte forklaringsvariable presentert med parameterestimer, R²-justert, RMSE, antall benyttede observasjoner (n) og modellens p-verdi.

Forklarings- variabel	Modell 2-4	Modell 2-5	Modell 2-6	Modell 2-7
Transformasjon x	Ln	Rot	Kva	Alle
β₀	35,68*	20,72*	13,26*	15,75*
Hoh	-	-	-	-0,01*
Ln(Hoh)	-5,74*	-	-	-
Rot(Hoh)	-	-0,50*	-	-
Hoh²	-	-	-9,32x10 ⁻⁶ *	-
Ln(Hpros)	-	-	-	0,56
Rot(Hpros)	-	0,49	-	-
Pf₃₀²	-	-	0,01	-
Rot(Tf₁)	-	-12,87*	-	-12,63*
Ln(Tf₁)	-1,34*	-	-	-
Tf₉²	-	-	-114,22*	-
Ts₃²	-	-	15,37*	-
Rot(Ts₃)	-	20,23*	-	19,86*
Ln(Ns)	2,06 *	-	-	-
N	444	444	444	444
R²-justert	0,47	0,56	0,53	0,57
RMSE	2,86	2,59	2,68	2,57
p-modell	<0,0001	<0,0001	<0,0001	<0,0001

*p<0,0001

Transformasjon: I= Ingen, Ln=Logaritmen, Rot=Kvadratrot, Kva=Kvadrat

Hoh: Høyde over havet (m)

Hpros: Hellingsprosent

Pf₃₀: 30 prosent høydepersentil førsteretur (m)

Tf₁: Tetthetsvariabel førsteretur, andel laserpulser over fraksjon 1 i forhold til totalt antall førsteretur laserpulser

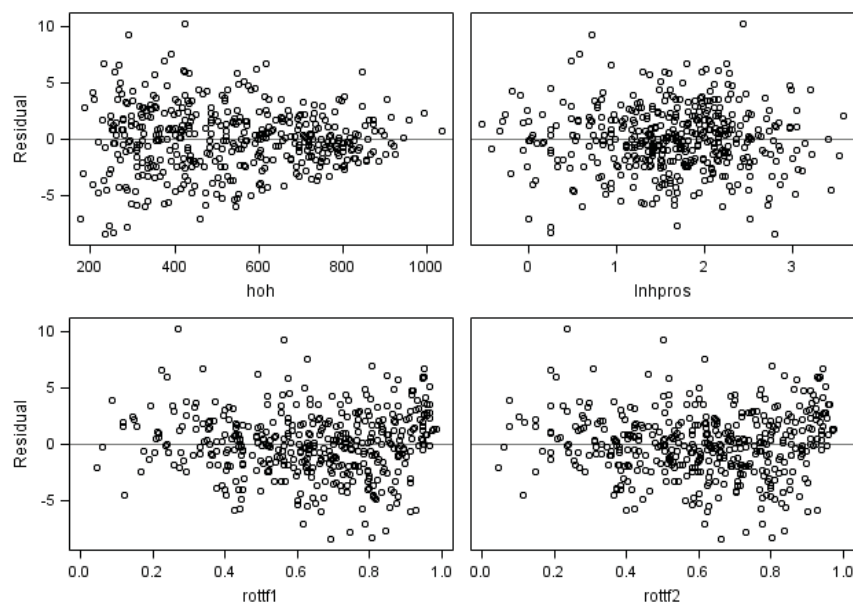
Tf₉: Tetthetsvariabel førsteretur, andel laserpulser over fraksjon 9 i forhold til totalt antall førsteretur laserpulser

Ts₃: Tetthetsvariabel sisteretur, andel laserpulser over fraksjon 3 i forhold til totalt antall sisteretur laserpulser.

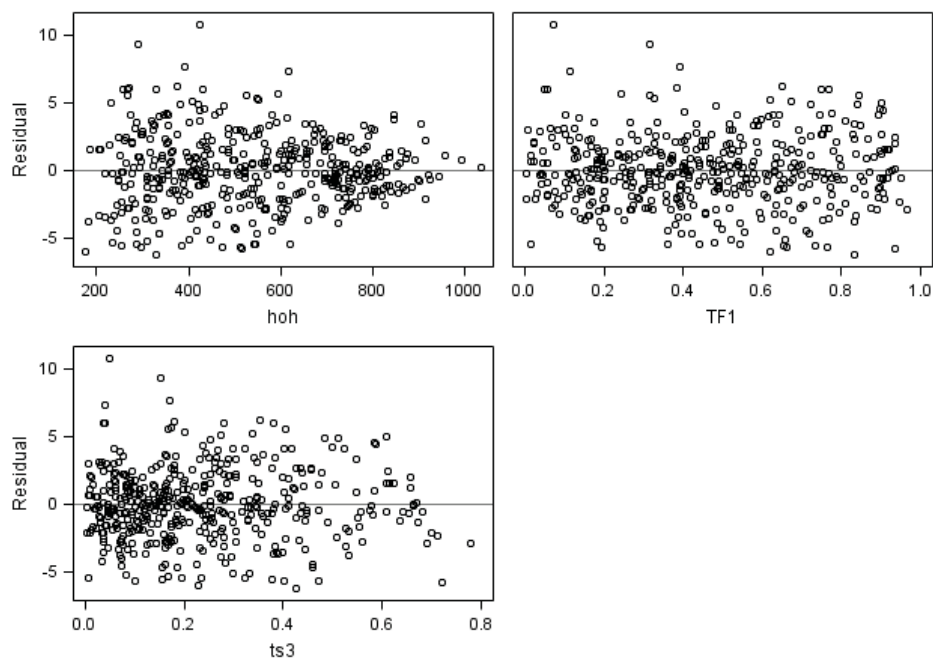
Ns: Antall sistereturer totalt

I modellsteg 2 viste resultatene at modell 2-7 var høyest ranket modell ut ifra R²-justert og RMSE kriteriet. Nest høyest ranket var modell 2-3 med en forklaringsvariabel mindre enn modell 2-7. Selekterte forklaringsvariable i modell 2-3 viste bedre normalfordelte residualer

(Figur 7), enn modell 2-7 (Figur 6), og ble dermed vurdert som den "beste" modellen i modellsteg 2.



Figur 6: Residualer for de selekterte forklaringsvariablene *Hoh*, *Ln(Hpros)*, *Rot(Tf1)* og *Rot(Tf2)* i modell 2-7.



Figur 7: Residualer for de selekterte forklaringsvariablene *Hoh*, *Tf₁* og *Ts₃* i modell 2-3.

3.2.3 Modellsteg 3- DMK

I modellsteg 3 ble modellene utviklet ved bruk av topografisk-, FLS- og DMK- variable. Variablene utledet fra DMK ble tatt i bruk som indikatorvariable. Modell 3-1 ble utviklet med DMK-klassifiseringen fra *ASKOG*, *ATIL*, *TSKOG*, *JORD* og *MYR*. Av disse ble kun klassifiseringene for produktivitet, *ASKOG*, selektert som forklaringsvariable. Resultatene for modell 3-1 viste en R^2 -justert på 0,70 og inkluderte forklaringsvariablene *Hoh*, *Hpros*, *Pf₁₀*, *Tf₉*, *Ts₆*, *Alav*, *Amid* og *Ahøy*. Modell 3-2 til 3-5 ble utviklet med ulike transformasjoner av forklaringsvariablene (Tabell 10). Transformasjon av forklaringsvariablene reduserte R^2 -justert sammenlignet med den uttransformerte modellen 3-1.

Tabell 10: Estimerte regresjonsmodeller for H_{40} -bonitet i modellsteg 3 med bruk av uttransformerte (modell 3-1) og transformerte forklaringsvariable, presentert med parameterestimer, R^2 -justert, RMSE, antall benyttede observasjoner (n) og modellens p-verdi.

Forklarings- variabel	Modell 3-1	Modell 3-2	Modell 3-3	Modell 3-4	Modell 3-5
Transformasjon x	I	Ln	Rot	Kva	Alle
β_0	10,47 *	25,47*	10,09*	9,53*	11,81*
<i>Hoh</i>	$5,75 \times 10^{-3}$ *	-	-	-	$-5,88 \times 10^{-3}$ *
<i>Ln(Hoh)</i>	-	-2,83*	-	-	-
<i>Rot(Hoh)</i>	-	-	$-6,02 \times 10^{-3}$ *	-	-
<i>Hoh</i> ²	-	-	-	$-4,62 \times 10^{-6}$ *	-
<i>Hpros</i>	0,06	-	-	-	-
<i>Ln(Hpros)</i>	-	-	-	-	0,36
<i>Rot(Hpros)</i>	-	-	0,33	-	-
<i>Pf₁₀</i>	0,14	-	-	-	-
<i>Pf₃₀</i> ²	-	-	-	$9,43 \times 10^{-3}$	$8,67 \times 10^{-3}$
<i>Tf₉</i>	-30,82*	-	-	-	-
<i>Ln(Tf₉)</i>	-	-1,73*	-	-	-
<i>Rot(Tf₉)</i>	-	-	-16,53*	-	-12,01*
<i>Tf₉</i> ²	-	-	-	-101,80*	-
<i>Ts₅</i>	-	-	-	-	10,85*
<i>Ts₅</i> ²	-	-	-	16,09*	-
<i>Ts₆</i>	14,91*	-	-	-	-
<i>Ln(Ts₆)</i>	-	2,12*	-	-	-
<i>Rot(Ts₆)</i>	-	-	13,65*	-	-
<i>Alav</i>	1,25	1,38	1,25	1,08	1,18
<i>Amid</i>	3,44*	3,80*	3,43*	3,33*	3,21 *
<i>Ahøy</i>	5,95*	6,44*	5,89*	5,99*	5,64*
N	444	444	444	444	444
R^2 -justert	0,70	0,68	0,69	0,68	0,69
RMSE	2,16	2,23	2,17	2,21	2,17
p-modell	<0,0001	<0,0001	<0,0001	<0,0001	<0,0001
*p<0,0001					

Transformasjon	Ln= Logaritmen, Kva=Kvadrat, Rot=Kvadratrot,
β_0	Krysningspunkt
Hoh	Høyde over havet (m)
Hpros	Hellingsprosent
Pf₃₀	30 prosent høydepersentil førsteretur (m)
Tf₉	Tetthetsvariabel førsteretur, andel laserpulser over fraksjon 9 i forhold til totalt antall førsteretur laserpulser
Ts₅	Tetthetsvariabel sisteretur, andel laserpulser over fraksjon 5 i forhold til totalt antall sisteretur laserpulser
Ts₆	Tetthetsvariabel sisteretur, andel laserpulser over fraksjon 6 i forhold til totalt antall sisteretur laserpulser
Alav	Indikatorvariabel for DMK lav produktivitet
Amid	Indikatorvariabel for DMK middels produktivitet
Ahøy	Indikatorvariabel for DMK høy produktivitet

Prosentvis differanse mellom observert- og predikert H_{40} ved bruk av modell 3-1 varierte mellom -27,4 til 26,2 prosent for henholdsvis H_{40} =23- og 6 meter. (Tabell 11). Lavest gjennomsnittlig differanse mellom observert- og predikert H_{40} var for H_{40} =11 meter med 2,7 prosent.

Tabell 11: Observert H_{40} -klasser (H_{40} -obs) mot gjennomsnittlig predikert H_{40} (H_{40} -pred), samt prosentvis differanse mellom H_{40} -pred og H_{40} -obs, minimum H_{40} -pred (min) og maksimum H_{40} -pred (maks) ved bruk av modell 3-1.

H_{40}-obs (m)	H_{40}-pred Snitt (m)	Prosentvis differanse	H_{40}-pred Min (m)	H_{40}-pred Maks (m)
6	7,6	26,2	5,4	12,0
8	8,7	8,7	5,2	13,7
11	11,3	2,7	7,3	16,9
14	13,6	-2,9	9,1	18,9
17	15,5	-8,8	9,1	19,4
20	16,6	-17,0	13,1	19,4
23	16,7	-27,4	15,0	19,9

3.3 Kryssvalidering

Kryssvalidering av de høyest ranket modellen fra hvert modellsteg viste kryssvaliderte RMSE-verdier på 2,88-, 2,58- og 2,18 meter for henholdsvis modell 1-6, 2-7 og 3-1 (Tabell 12).

Tabell 12: RMSE, R^2 -justert, PRESS og kryssvalidert RMSE for de høyest ranket modellene fra hvert modellsteg.

Modell nr.	RMSE (m)	R^2 -justert	PRESS	RMSE-kryssvalidert (m)
Modell 1-6	2,88	0,46	3690	2,88
Modell 2-7	2,57	0,57	2945	2,58
Modell 3-1	2,16	0,70	2105	2,18

4 Diskusjon

4.1 Generelt

Hovedformålet med denne undersøkelsen var å tilpasse prediksjonsmodeller for H_{40} -bonitet basert på et stort antall observasjoner ved hjelp av FLS-data og lett tilgjengelige data som topografiske variable avledet fra DTM og arealklassifiseringer fra DMK. Hvis en tilfredsstillende kvalitet på predikeringen av H_{40} var mulig ville det bety en stor kostnadsbesparelse ved skogregistreringer siden effektiviteten ved bruk av FLS kan være langt høyere enn ved tradisjonell feltregistrering. Det er viktig å presisere at med effektivitet menes her både tiden ved datainnsamling, men også like viktig kvaliteten på dataene. Det hjelper lite å bruke kort tid på datainnsamling hvis dataene er ubrukelige til å skape sammenheng mellom feltmålt og lasermålt variabel.

Resultatene viste at det å kun benytte FLS-variable relatert til høyde og tetthet selekterte en modell med svært lav forklaringsevne av H_{40} (modell 2-1). FLS var lite egnet til predikering av H_{40} uten støtte i andre data. Forklaringsevnen til modellene økte betraktelig når topografi- og DMK variable ble inkludert i modellutviklingen. Resultatene viste at H_{40} avtok med økende høyde over havet og *Hoh* viste seg å være den viktigste forklaringsvariabelen av alle.

Selve modelleringen ble oppbygget av tre steg for å vise hvor god forklaringsevne de ulike variabelgruppene hadde. I hvert modellsteg ble det selektert en høyest ranket modell ut ifra bestemte kriterier. De ”beste” regresjonsmodellene fra hvert modellsteg predikerte H_{40} med en kryssvalidert RMSE på 2,9-, 2,6- og 2,2 meter for henholdsvis modell 1-6, 2-7 og 3-1. Modell 3-1 ga høyest R^2 -justert med 0,70. Som forventet ble dette den høyest ranket modellen siden variable fra de tre ulike datasettene ble benyttet som potensielle forklaringsvariable i modellutviklingen. R^2 -justert økte fra 0,56 til 0,70 når produktivitetsklassifiseringen fra DMK ble inkludert i modellutvikling. Det er verdt å merke seg at H_{40} fra Landsskogtakseringen og produktivitetsklassifiseringen fra DMK viste relativt lavt samsvar for enkelte Landsskogflater, selv om gjennomsnittlig H_{40} var positivt korrelert med økende produktivitetsklassifisering (Tabell 6). F. eks viste ”impediment” klassifiseringen fra DMK en gjennomsnittlig H_{40} på 7,4 meter og med en maks registrert H_{40} på 17 meter. Optimalt burde gjennomsnittlig H_{40} vært lavere enn 5,0 meter for ”impediment” klassifiseringen (*Aimp*). Siden produktivitetsklassifiseringen fra DMK var registrert med færre klassifiseringer på en større skala var det forventet at samsvaret ikke skulle være perfekt med H_{40} . Eid and Moum (1999) fant ut at ØK (grunnlaget for DMK) ga lavest samsvar av de ulike bonitetskartene

sammenliknet med bestandskartenes H_{40} . De påpekte også at ulike skalaer kunne være problematisk.

Det var noe overraskende at ingen av indikatorvariablene fra DMK-klassifiseringen som beskrev "arealtilstanden" (ATIL) av Landsskogflata ble selektert som signifikante forklaringsvariable i modellsteg 3. Det var forventet at klassifiseringen "barskog" skulle bli selektert og få et eget stigningstall sammenliknet med "løvskog" blant annet fordi de ulike trærne har ulik utforming, som igjen vil påvirke FLS-variablene. En mulig forklaring på hvorfor de ikke ble selektert kan være at en stor andel av Landsskogflatene ikke var ATIL-klassifisert (265 av 444).

Det største problemet med modellene var at residualene for observert- mot predikert H_{40} viste en systematisk trend i å overpredikere lave- og underpredikere høye H_{40} -klasser. Modell 3-1 predikerte gjennomsnittlig H_{40} relativt bra for alle Landsskogflater tilhørende H_{40} -klasse 11- og 14 meter. Prosentvis gjennomsnittlig differanse mellom H_{40} -observert og H_{40} -predikert var 2,7- og -3,2 prosent for henholdsvis $H_{40}=11$ - og 14 meter ved bruk av modell 3-1. Imidlertid, for enkelte Landsskogflater var den prosentvise differansen mellom observert- og predikert H_{40} stor. For f. eks $H_{40}=11$ meter varierte H_{40} -predikert mellom -34 og 53 prosent fra observert H_{40} . Selv om boniteten er en variabel som varierer stort, selv innenfor samme bestand, så viste gjennomsnittlig H_{40} -predikert et for dårlig samsvar for lave- og høye H_{40} -verdier. Modellenes residualer innfridde ikke kravet om lik varians fullt ut. Ulik varians i residualene kalles på fagspråket heteroskedastisitet og fører til brudd på en av forutsetningene som settes når modellene estimeres ved bruk av multipl regressjon med minste kvadraters metode (SAS Institute Inc 2009). Et slikt avvik fra forutsetningene kan påvirke påliteligheten til modellene og dermed kan de ikke anbefales til operasjonell bruk.

Forklaringen på at modellene ikke fanget opp variasjonen i høye- og lave H_{40} -klasser var trolig et sammensatt problem. For det første viste seg at *Hoh* var den viktigste forklaringsvariabelen, men siden variasjonen i H_{40} var stor innenfor hver enkelt *Hoh*-klasse (Tabell 2), var det ikke mulig for en lineær modell å kunne tilpasse seg denne variasjonen på en god måte. Den viktigste forbedringen av modelltilpasningen kunne trolig være å benytte en annen metode til estimering av boniteten. Det antas at en eller annen form for vektet regressjon kunne bidratt til og "dreid" regressjonslinja i riktig retning. Ved bruk av lineær regressjon antas det at hver observasjon bidrar med like mye informasjon, men en slik antagelse stemmer ikke alltid overens med det studerte fenomenet. Derimot har vektet regressjon mulighetene til å vektlegge de mest nøyaktige observasjonene høyere når estimering

utføres (SAS Institute Inc 2009). Dette kunne trolig bidratt til å øke modellenes kvalitet. Grunnet tidsbegrensning ble ikke vektet regresjon testet ut i min undersøkelse. Muligens kunne også en form for ikke-lineær regresjonsmodell blitt testet siden det viste seg at sammenhengen mellom H_{40} og *Hoh* muligens var mer logaritmisk enn lineær. En slik sammenheng mellom bonitet og høyde over havet ble også påvist av Curt et al. (2001).

Transformasjon ble benyttet av forklaringsvariablene for å se om dette forbedret modellens normalfordeling av residualverdiene. Det viste seg at de ulike transformasjonene ikke forbedret normalfordelingen til residualene vesentlig. En større forskjell kunne ses på residualene for hver enkelt forklaringsvariabel som inngikk i modellene da transformasjon ble utført. De ulike transformasjonene påvirket forklaringsvariablene slik at normalfordelingen av residualene til en variabel ble forbedret samtidig som en annen ble forverret. Dette gjorde det vanskelig å vurdere om transformasjonene forbedret normalfordeling totalt. Transformasjon kunne uansett ikke løst problemet med ulik varians i residualene.

Ideelt sett burde det vært benyttet et uavhengig datasett til testing av modellenes validitet, men dette var ikke tilgjengelig. Dermed ble kryssvalidering benyttet. Siden antall observasjoner var relativt høyt var dette en god metode for å vurdere validiteten til modellene.

4.2 Få H_{40} -observasjoner på gode boniteter

Landsskogdataene inneholdt få observasjoner av H_{40} på gode boniteter. Naturligvis gjenspeiler dette skogens produktivitet i Hedmark på en representativ måte, men ved utvikling av regresjonsmodeller vil det å ha få observasjoner i datamaterialets ytterkant kunne påvirke den estimerte regresjonslinja i stor grad, enten i positivt eller negativ retning. I

Landsskogdataene var to av de tre H_{40} -observasjonene for 23 meter i hogstklasse (hkl) 2, mens den siste var i hkl 3 (Tabell 13). Datasettet burde ideelt sett inneholdt flere observasjoner av $H_{40}=23$ meter, og spesielt i hkl 4 og 5 for denne H_{40} -klassen. Noe av grunnen til at det var så få observasjoner av de høye H_{40} -klassene i hkl 4 og 5 kan være at disse områdene sluttavvirkes hyppigst. Dette fordi de har høyest produktivitet som gir kortere bestandsomløp og høyere volum pr. dekar, noe som bør gi høyere økonomisk gevinst ved sluttavvirkning. Hagglund & Lundmark (1977) påpekte også i sin studie om estimering av bonitet at det var et vanlig fenomen med skjev fordeling av bonitet og alder. Dvs. at de dårlige bonitetene hadde en overvekt av arealet i eldre bestand pga. lengre omløpstid eller at de aldri eller sjeldent hogges, mens de beste bonitetene hadde en større andel ungskog. I tillegg er det slik at råde kan utgjøre en trussel for grana på de beste bonitetene på Sør- og Østlandet (Huse et al. 1994). Dette kan føre til avvirkning utføres før optimal hogstmoden alder på de beste

bonitetene. Undersøkelsen til Sharma et al. (2011) påpekte også at Landsskogdataene inneholdt for få observasjoner på gode boniteter, noe som medførte at de benyttet et annet datasett i tillegg, for å kunne modellere overhøydens utvikling med en tilfredsstillende kvalitet.

Tabell 13: Antall Landsskogflater fordelt på H_{40} -bonitet og hogstklasser.

H_{40} (m)	Hogstklasse					
	1	2	3	4	5	Sum
6	0	7	3	13	25	48
8	1	26	4	28	57	116
11	4	33	27	25	31	120
14	3	29	26	14	10	82
17	0	15	25	12	6	58
20	0	2	5	10	0	17
23	0	2	1	0	0	3
Sum	8	114	91	102	129	444

4.3 FLS-variablene viste lav forklaringsevne

Det viste seg at FLS-variablene, uten støtte i de andre datasettene, predikerte H_{40} med lav nøyaktighet (modell 2-1 med R^2 -justert på 0,30). Modellutvikling viste at blant FLS-variablene var det de som beskrev tettheten på Landsskogflata som hovedsakelig ble selekterte forklaringsvariable. At de viste en lav forklaringsevne kommer trolig av at det i prinsippet kan være slik at biomassen på en prøveflate kan være lik mellom to ulike boniteter, alt avhengig av tetthet, treslag, alder etc. FLS-variablene bidro allikevel til at modellene viste en litt bedre tilpasning.

Videre er det slik at FLS-variablene som beskriver trærnes høyde stort sett vil være uten betydning ved predikering av H_{40} hvis de ikke relateres til en alder eller til et visst utviklingstrinn. For å ta et eksempel kan et bestand med en overhøyde på 10 meter tilsvare en H_{40} på 8 meter hvis brysthøydealderen er 50 år, mens hvis brysthøydealderen viser seg å være 20 år kan derimot H_{40} være 17-meter.

Av de innledende beregningene ble det påvist at FLS-variablene var signifikant korrelerte. Siden de 49 benyttede FLS-variablene ble utregnet fra den samme vertikale høydefordelingen var ikke dette uventet. Blant tetthetsvariablene var det Tf_1 og Ts_3 som ble selektert hyppigst. Parameterestimatene viste negativt fortegn for Tf_1 , mens fortegnet til Ts_3 derimot, var positivt.

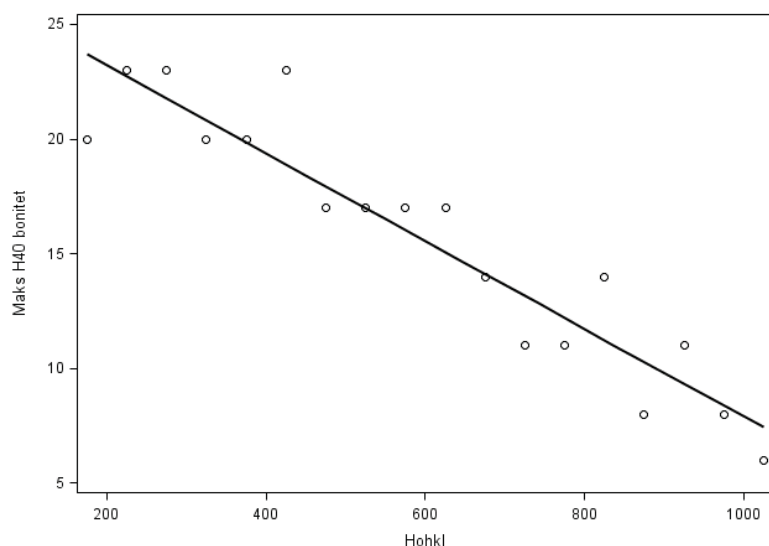
Økende andel av sistereturer som ble observert over fraksjon 3 ga dermed høyere verdi av H_{40} . Sistereturene beskriver ofte de nedre sjiktene av skogen. Ut ifra variabelen T_{S3} kan det blant annet tolkes at høyere undervegetasjon ga økende H_{40} . Dette kan til en viss grad stemme med virkeligheten ved at de gode bonitetene har mer frodig undervegetasjon. Imidlertid finnes det også en del unntak hvor gode boniteter har lite undervegetasjon, f. eks vegetasjonstypen lågurt har ofte lite undervegetasjon, men gir allikevel ofte en god bonitet. Slike motpoler kan være med å dra ned forklaringsevnen til variabelen. Videre er det slik at T_{S3} ikke bare beskriver undervegetasjonen, men dette avhenger av skogens utforming. Økende verdi av T_{S3} kan også forstås som at trærne på prøveflata hadde en tettere biomasse, slik at sistereturene havnet lengre opp i krona. At variablene T_{fj} viste negativt fortegn var nok sannsynlig grunnet multikollinearitet. Ut ifra biologiske betraktninger var det ikke logisk at økende andel førstereturer over fraksjon 1 skulle gi lavere H_{40} . Det er viktig å være klar over at det er mange faktorer som kan ha påvirket tettheten på Landsskogflata. Naturlig avgang, tynning og avstandsregulering er eksempler på hva som kan ha gitt åpninger i kronetaket og dermed påvirket tetthetsvariablene.

Av FLS-variablene som beskrev den vertikale høydefordelingen på Landsskogflata var det Pf_{10} og Pf_{30} som ble selektert i enkelte modeller. Variablene viste positive parameterestimater som ville si at jo høyere over bakken førstereturpulsene ble observert, tilhørende sin respektive persentil, jo høyere verdi av H_{40} . Imidlertid var ikke økning i H_{40} stor for hver metersøkning i Pf_{10} og Pf_{30} . F. eks, gitt alle andre variable konstant i modell 3-1, ville en økning i 1 meter for Pf_{10} gi kun en økning på 0,14 meter for H_{40} . Tilsvarende ville 10 meters økning i Pf_{10} kun gi en økning i H_{40} på 1,4 meter. Med tanke på at H_{40} inndeles i 3-metersklasser påvirket nok ikke Pf_{10} predikeringen i stor grad. Imidlertid, hvis skogen hadde vært av samme alder, kunne verdien ovenfor gitt en mer logisk sammenheng.

4.4 Predikering av maks H_{40}

Siden modellene viste lavest samsvar mellom observert og predikert H_{40} for høye og lave H_{40} -verdier ble det laget en modell som estimerte maks H_{40} -for hver 50-meters økning i H_{oh} (Figur 8). Denne ble så benyttet til predikering av maks- H_{40} for hver enkelt Landsskogflate. Begrunnelsen for å lage en slik variabel var at de innledende beregningene viste at både gjennomsnittlig- og maks H_{40} var avtagende med økende høyde over havet (Tabell 2). Ved å tilføre en variabel som avgrenset maks- H_{40} for hver Landsskogflate ville det kanskje øke forklaringsevnen til modellene. Variasjonen i H_{40} var naturligvis størst i lavereliggende områder, hvor alle H_{40} -klasser var representert (6-23 meter), mens for høyereliggende

områder varierte H_{40} fra 6- til 14 meter. Dette kunne også leses ut ifra residualplottet til forklaringsvariabelen Hoh ved at residualvariansen avtok med økende Hoh . Dette tilsa at predikeringene av H_{40} i høyereliggende områder burde være ”enklere” siden det her var færre mulig utfall. Imidlertid viste det seg at den predikerte maks- H_{40} variabelen var signifikant korrelert ($p < 0,05$) med variabelen Hoh , og dermed ble den ikke selektert som forklaringsvariabel i den stegvise utvelgelsen.



Figur 8: Predikert maks- H_{40} (m) var avtakende med økende 50-meters høydeklasse (Hohkl), men denne variabelen viste seg å være sterkt korrelert med Hoh og ble dermed ikke selektert som forklaringsvariabel.

4.5 Fremtidige forbedringer

Trolig ville den fremste forbedringen ved denne undersøkelsen være, som tidligere nevnt, å benytte en form for vektet regresjon til modellutvikling. I tillegg burde muligens de topografiske variablene blitt benyttet litt annerledes. Videre kunne også en treslagsklassifisering vært av interesse. Dette omtales i påfølgende kapitler.

4.5.1 Topografiske variable

De innledende beregningene av de topografiske variablene viste at Hoh og Lnr var signifikant positivt korrelert (Tabell 1). Dvs. at jo lengre nord i Hedmark Landsskogflaten var lokalisert jo større var sannsynlighet for en økende høyde over havet. Dette gjorde at breddegradsvariabelen Lnr ikke ble selektert som forklaringsvariabel i noen av modellene. Siden Hoh viste større sammenheng med H_{40} enn Lnr (R^2 -justert på 0,42 mot 0,29) ble den selektert som signifikant variabel fremfor Lnr i den stegvise utvelgelsesprosedyren. Hoh var

den variabelen som ble selektert først i den stegvise utvalgsprosedyren i samtlige regresjonsmodeller hvor de topografiske variablene inngikk. *Hoh* var med det en særdeles viktig variabel for predikeringen av H_{40} i denne undersøkelsen. Dette resultatet var som forventet siden tidligere undersøkelser også har antydnet det samme, f. eks (Monserud & Rehfeldt 1990; Nilsen & Larsson 1992). I Monserud & Rehfeldt (1990) sin undersøkelse om hvilke genetiske- og topografiske faktorer som påvirket boniteten hos douglasgran (*Pseudotsuga menziesii*) viste høyde over havet en R^2 -justert på 0,31. Siden det er et velkjent fenomen at vekstforholdene vanligvis blir dårligere med økende høyde over havet, var ikke dette et overraskende resultat.

Hret ble ikke selektert som signifikant forklaringsvariabel i den stegvise prosedyren. De innledende beregningene av H_{40} fordelt på *Hret*-klassene nord, øst, sør og vest viste at gjennomsnitt-, maksimum- og minimumsverdier av H_{40} var omtrent det samme for de fire *Hret*-klassene (Tabell 4). Dette gjorde at variabelen ikke hadde noen signifikant forklaringssevne av H_{40} . Tidligere undersøkelser har imidlertid påvist at hellingsretningen er av betydning for vekst hos trær (Stage 1976). Stage (1976) skriver i sitt notat at hellingsretning bør benyttes som en cosinus-funksjon med lavest verdi i sørvest og høyest i nordøst når den benyttes på de samme breddegrader som USA. Videre skriver Stage (1976) at det var Gaiser (1951) som først benyttet en slik funksjon av hellingsretningen i sin undersøkelse om betydningen av topografi og jordstruktur på produksjonsevnen i skog. I min undersøkelse ble også en cosinus-funksjon av *Hret* utprøvd i ettertid, men den ble ikke selektert som en signifikant forklaringsvariabel. *Hret* ble gjort om til cosinus-funksjon med maksimum skifte i sør, som da skulle gjenspeile hvor sola gir mest innstråling.

Hpros ble selektert som signifikant forklaringsvariabel i enkelte regresjonsmodeller og viste da positivt parameterestimat, noe som betyr at for hver prosentøkning i *Hpros* økte H_{40} med parameterestimatet, gitt alle andre variable konstant. De innledende beregningene viste at gjennomsnittlig H_{40} var høyest for *Hpros*-klasse 5, dvs. *Hpros* i intervallet 20-25 prosent (Tabell 3). Imidlertid var maks H_{40} på 23 meter registrert opp til kun 15 prosent *Hpros*. Ut ifra dette kan det antas at H_{40} øker til et visst punkt for *Hpros* for så avta, men sammenhengen er nok mer kompleks enn som så. Sammendraget av den stegvise utvelgelsen viste at *Hpros* ga minimal økning i R^2 -justert når den ble tatt inn i de ulike modellene. Dette kan støttes oppunder ved at p-verdien for denne variabelen ikke var blant de mest signifikante. Stage (1976) skriver at hellingsprosent alltid bør integreres som en funksjon sammen med hellingsretning for at den skal få best mulig innvirkning på studier av trærnes vekst.

Funksjonen som Stage (1976) beskriver ville trolig vært tidkrevende å utvikle, og det er ikke sikkert den ville gitt noen forklaringsevne av H_{40} i min undersøkelse. Det er også påvist at hellingslengde, hellingsgradient og hellingsposisjon alle er variable som har vist seg å være nyttig til å beskrive trærnes vekst (McNab 1989), og disse er alle mulige å avlede fra DTM.

Om landformen er konveks (grop) eller konkav (høydetopp) har også vist seg å være av stor betydning for produksjonsevnen til trær. Dwyer & Merriam (1981) påviste ulik mengde skogsstrø, jordtemperatur og jordfuktighet mellom områder med ulike landformer som haug, grop eller flat. De mente at høyere vekt og større dybde på skogsstrøet i konvekse landformer gjorde at jordens fuktighetstap var lavere her sammenlignet med de andre landformene, noe som også kunne tilsi at veksten var bedre. De topografiske forholdenes betydning for vanntilgangen er også undersøkt av flere. Effekten av kontinuerlig sigevann og betydning for trærnes vekst er et nøye studert fenomen. Sigevannet fører med seg næringsstoffer og oksygen som er viktig for å skape gode vekstforhold. Hagglund & Lundmark (1977) fant ut at hellingsprosent og hellingslengde ovenfor det studerte område var viktig for å kunne vurdere tilgangen på sigevann. Zebarth & De Jong (1989) fant ut at vanntilgangen over tid var forskjellig mellom ulike landformer. Pennock et al. (1987) klassifiserte landskapet i sju forskjellige landskapsformer og fant ut jordforholdene var signifikant forskjellig mellom landskapsformene, noe de mente hovedsakelig skyldtes ulik tilgang på vann og ulik jorddybde. En slik klassifisering av landskapet som Pennock et al. (1987) benyttet ville vært av stor interesse for fremtidige undersøkelser om predikering av H_{40} med bruk av FLS. Tidligere studier med bruk av topografiske variable for å beskrive trærnes vekst har også vist at en terrengform-indeks kan beskrive trærnes vekst på en god måte (McNab 1989).

Det er også viktig å være klar over at de topografiske variablene kan ha ulik innvirkning på boniteten avhengig av geografisk beliggenhet. Chen et al. (2002) undersøkte hvordan topografiske variable påvirket boniteten for osp (*Populus tremula*) i det vestlige Kanada. De fant ut at vanntilgangen hadde mest å si for boniteten i sør, mens temperaturen var den mest begrensende faktoren i de nordlige områdene og for høyereliggende områder. Dette vil f. eks kunne føre til at hellingsretningen har større betydning i områder hvor det er temperaturen som begrenser boniteten. Dette fører til at det blir vanskeligere å modellere variabelens innvirkning over et større geografisk område.

For fremtidige undersøkelser angående dette temaet anbefales det at de topografiske variablene vektlegges høyere. I min undersøkelse ble de topografiske variablene avledet fra DTM med data fra FKB og ved bruk av et grid på 25x25 meter. FLS kan også benyttes til

utvikling av DTM, og det har vist seg at nøyaktigheten er veldig god, selv i skogområder med tett skog (Reutebuch et al. 2003). Muligheten for å benytte FLS til å kartlegge de topografiske variablene kan gi verdier med høy oppløsning, f. eks for hver kvadratmeter. En undersøkelse angående planteklassifisering påviste forbedring av variabelen hellingsretning ved å bruke høyere oppløsning på DTM enn 20x20 meter (Lassueur et al. 2006). Det hadde vært interessant og undersøkt hvordan høyere oppløsning av DTM ville påvirket *H_{ret}* i min undersøkelse.

4.5.2 Treslagsklassifisering

Det antas at treslagsklassifisering ville vært av interesse for utviklingen av regresjonsmodellene. Treslagene har ulik kroneutforming noe som vil påvirke FLS-variablene. Gran har en mer spiss kroneform sammenlignet med furu og bjørk. Høydeutviklingen er også forskjellig mellom treslagene. Furu som karakteriseres som et pionertreslag har en rask høydeutvikling i ung alder, for så avta. Gran derimot, som suksesjonsart, har den største høydetilveksten på et senere tidspunkt sammenlignet med furu. Dette taler for at treslagsklassifisering kunne vært nyttig ved predikeringen av *H₄₀*.

Ved bruk av FLS er det først og fremst enkelttremetoden har vist seg å kunne klassifisere treslag med meget god presisjon. Holmgren & Persson (2004) klassifiserte gran og furu med 95 prosents nøyaktighet ved bruk av FLS og høy laserpunktetthet ($>5\text{m}^{-2}$). Ørka et al. (2009) benyttet laserinstrument med en punktetthet på $6,6\text{m}^{-2}$ til å skille mellom bartrær og løvskog og kunne vise til en nøyaktighet på 88 prosent. Persson et al. (2004) viste at FLS med høy laserpunktetthet, kombinert med høyoppløselig infrarøde digitale bilder, kunne være nyttig ved treslagsklassifisering.

FLS og arealmetoden med laserpulstetthet på rundt 1m^{-2} , har naturlig nok vært mindre egnet til treslagsklassifisering, pga mindre detaljert datainnsamling. Imidlertid var Suratno et al. (2009) sin undersøkelse om treslagsklassifisering ved bruk av laserpulstetthet mindre enn 1m^{-2} lovende. De oppnådde en nøyaktighet på 75 prosent ved klassifisering av ulike treslag i USA. Høyest nøyaktighet oppnådde de i bestand hvor det var et tydelig dominerende treslag.

Treslagsklassifisering kunne f. eks bidra til å innføre en variabel i modellene som viste at økende furuandel på prøveflata reduserte *H₄₀*-verdien. I tillegg vil en treslagsklassifisering kunne gjøre at datamaterialet kan stratifiseres på treslag. Dermed kan separate modeller for *H₄₀* utvikles for gran, furu og lauv, noe som også vil være naturlig siden fastsetting av *H₄₀* i felt avhenger av at det skilles mellom ulike treslag. Stratifisering på treslag og bonitet har vist gode resultat ved andre undersøkelser om predikering av skoglige parametere fra FLS

(Næsset & Gobakken 2008). Treslagsklassifisering kan også utføres ved bruk av flyfoto, f. eks (Brandtberg 2002).

4.6 Potensielle feilkilder

I denne undersøkelsen ble fire ulike datasett benyttet til utvikling av regresjonsmodellene. Jo flere datasett og variable som benyttes, jo større er muligheten for at potensielle feilkilder øker. Det var ikke mulig å anslå hvor store feil de enkelte datasettet inneholdt, men det var viktig å være klar over hva som kunne være potensielle feilkilder når resultatene ble vurdert. Det er også viktig å være klar over at mange små feil samlet kan utgjøre en betydelig feilkilde.

4.6.1 Landsskogdata

Hovedformålet med å benytte Landsskogtakserings H_{40} -bonitet som responsvariabel var at datamaterialet var et representativt utvalg fra et større geografisk område med store topografiske variasjoner. Høyden over havet varierte fra 175- til 1098 meter, noe som indikerer at en stor variasjon i klima- og vekstforhold var representert. Innsamling av eget datamaterial til utvikling av modeller som skal ha gyldighet over et større område ville vært enormt tidkrevende, og ville uansett inneholdt langt færre observasjoner enn det Landsskogdataene innehar.

Bonitet en parameter som naturlig inneholder små eller større feil. Vanligvis angis boniteten som et gjennomsnitt på bestandsnivå, selv om den kan variere stort innenfor samme bestand. Både systematiske og tilfeldige feil i registreringen av H_{40} ved Landsskog kan forekomme. Kurs og kontrollmåling er viktig for kalibrering av feltmannskapet for å gjøre feilene minst mulig. For å registrere H_{40} ved Landsskogtakseringen ble Tveite (1977) og Tveite & Braastad (1981) sine retningslinjer benyttet. Her var det tre parametere som skulle registreres; treslag, overhøyde og brysthøydealder. Selve treslaget, hovedsakelig gran, furu og bjørk, burde identifiseres med en nøyaktighet på 100 prosent. Det som imidlertid kunne være problematisk var å avgjøre hvilket treslag som var det dominerende på prøveflata (Viken 2010). Skogen er langt fra homogen og kan bestå av flere treslag innen et bestand, dermed kan det være vanskelig å avgjøre hva som er det dominerende treslag. Hvert bestand skal ha kun ha en bonitet, dermed kan blandingsbestand av f. eks gran og bjørk gis en bonitet G17, hvor da overhøydens utvikling gjenspeiler treslaget gran. Konverteringskalkulatorer for H_{40} mellom treslag viser at G17 på Østlandet tilsvarer 14,4 meter for Dunbjørk (*Betula pubescens*) og 18 meter for Hengebjørk (*Betula pendula*). Dette indikerer også at det er viktig å skille på treslag ved bonitering.

Viken (2010) kontrollerte Landsskogstakseringens prøveflatetakst i perioden 2007 og 2008 på Østlandet. Han fant ut at for ”aktuell bonitet” (H_{40}) var samsvaret mellom målt og kontrollert verdier tilfredsstillende, men påpekte at bonitering av løvtre viste lavere samsvar enn bartrær, noe som trolig skyldtes at brysthøydealderen var vanskeligere å tyde på løvtrærne pga. utydelig skille mellom årringene.

Det er viktig å være klar over at bonitering er basert på en del subjektive valg som boniteringstreslag og boniteringstre, samt at bestemmelse av husholdningsalder må baseres på enn viss grad av skjønn. Næset (1994) sammenlignet ulike taksatorers bonitering av et skogområde og fant ut at nettoavviket, differansen mellom arealet i en klasse i den ene registreringen og arealet i samme klasse i den sammenliknende registrering, varierte fra -29,5 til 31,5 prosent mellom de ulike taksatorene. Moum (1997) fant også ut at bestandsuavhengig bonitering ga store variasjoner i resultatet selv om bonitering ble gjennomført etter like instruksjoner, men av forskjellige personer. Flere undersøkelser har også undersøkt nøyaktigheten for subjektivt basert bonitering, der figuren på forhånd er gitt (bestand), fra bestandstakster i skogbruksplaner mot mer objektive systematiske prøveflatetakster. Resultatene har vist at boniteten også her varierte stort for de samme bestandene (Eid 1992; Eid 1993; Eid 1996). Imidlertid for Eid (1992) ble den gjennomsnittlige boniteten lik mellom de 24 kontrollerte bestandene, men for enkelte bestand var variansen fra registrert bonitet på 20 prosent. For et bestand med $H_{40}=17$ meter vil et avvik på 20 prosent bety at H_{40} kan variere mellom 13,6- til 20,4 meter, noe som er betydelig.

Selv om H_{40} registrert ved Landsskog trolig inneholdt små feil kunne det ikke vært benyttet noe mer passende datasett. Landsskogflatene er taksert av godt trente taksatorer, samt at flatene er retaksert av ulike personer, som da har vurdert om registrert H_{40} er korrekt. For at en ny bonitering skulle utføres måtte taksator være ekstrem sikker på at gjeldene H_{40} var feil, og feilen burde være større enn en bonitetsklasse.

Landsskogflatene innehar en størrelse på 250 m². Undersøkelser av Magnussen (1999) viste at bonitetsmålinger fra små prøveflater på 1 daa viste signifikant lavere bonitetsverdier sammenlignet med større prøveflater på 10 daa (1 hektar). Overhøyden er definert som høyden av de 10 grøveste trærne innenfor et hektar. Siden Landsskogflatene dermed er relativt små sammenlignet mot definisjonen av overhøyde, kunne dette være noe som førte til et mindre representativt utvalg. Det kan også nevnes at det hadde vært ønskelig at Landsskogdataene inneholdt eksakt overhøyde og brysthøydealder av boniteringstrærne i

stedet for 3-meters H_{40} -klasser, siden disse to variablene kan variere en del innenfor samme H_{40} -klasse.

4.6.2 DTM

Nøyaktigheten på variable utledet fra DTM er vanligvis svært god. Statens Kartverk (2011) fastslår nøyaktigheten til ± 4 -6 meter i høyde. Denne feilmarginen hadde nok uvesentlig påvirkning i min undersøkelse. Det som hadde vært interessant var, som tidligere påpekt, å undersøke hvordan en høyere oppløsning på DTM ville påvirket de topografiske variablene *Hret* og *Hpros*.

4.6.3 FLS

Egenskapene og nøyaktigheten til FLS-variablene er i stor grad avhengig av egenskapene til laserpunktskyen som dannes. Denne påvirkes blant annet av laserinstrument, laserpulstetthet, flyhøyde, skanningsvinkel og pulsfrekvens. Nedenfor drøftes noen av de potensielle feilkildene i FLS-dataene som kan ha påvirket FLS-variablene. Det er vanskelig å kvantifisere hvor stor betydning slike feil har påvirket resultatene mine.

Næsset (2009) undersøkte hvilken effekt ulik flyhøyde, laserinstrument og laserpulsens repetisjonsfrekvens hadde på de ulike FLS-variablene. Her ble det funnet ut at FLS-variablene kunne være signifikant forskjellig ved bruk av ulike laserinstrument. Videre påviste Næsset (2009) at høyere pulsfrekvens ga høyere verdier i FLS-variablene. Størst var forskjellen for laserpulsens sisteretur. Næsset (2009) konkluderte med at innsamling av FLS-data med bruk av forskjellige laserinstrument, flyhøyder og pulsfrekvenser kan føre til feil i FLS-variablene, men han mente at nøyaktigheten var god nok til at FLS-dataene kunne brukes til modellutvikling av skoglige parametre og likevel gi en tilfredsstillende nøyaktighet. Likevel kan det å benytte to forskjellige laserinstrument, som i min undersøkelse, altså være en potensiell feilkilde.

Yu et al. (2004) undersøkte også hvilken innvirkning ulik flyhøyde har ved innsamling av FLS-data til predikering av trehøyder. Tre ulike flyhøyder ble benyttet; 400-, 800- og 1500 meter over bakken. De fant ut at nøyaktigheten til de estimerte trehøydene og antall identifiserte trær ble redusert med økende flyhøyde. Bjørk var mindre påvirket av flyhøyden enn bartrærne. I min undersøkelse var gjennomsnittlig flyhøyde 800 meter over bakken, men usikker på hvor stor variasjonen var. Yu et al. (2004) fant også ut at endring i laserpunkttettheten hadde større innvirkning på nøyaktigheten for de estimerte trehøydene enn ulik størrelse på laserinstrumentets fotavtrykk. I følge Yu et al. (2004) ville

laserpunktettheten påvirke nøyaktigheten i positiv retning, dvs. høyere laserpunktetthet ga bedre kvalitet, men innsamlingskostnadene ville da også øke. Innsamlingsintensitet blir da et nytte-kostnad spørsmål om hvor høy planleggingsintensitet som bør benyttes.

For å skape en best mulig sammenheng mellom Landsskogdataene og FLS-datene, var det viktig at disse to datasettene ble sammenstilt med en så nøyaktig koordinatbestemmelse som mulig. Gobakken & Næsset (2009) undersøkte konsekvensen av prøveflatestørrelse og feil i koordinatbestemmelse ved bruk av FLS til utledning av skoglige parametre. Høyest nøyaktighet hadde naturligvis store prøveflater og system som ga presis koordinatbestemmelse, men en slik metode var også kostbar. Videre fant de ut at blant FLS-variablene tilknyttet tetthet var det de laveste fraksjonene som hadde størst feil i forhold til observert verdi når feil i koordinatbestemmelsen økte. Dette var relevant for min undersøkelse hvor nettopp disse tetthetsvariablene ble hyppigst selektert. Gobakken & Næsset (2009) påpekte også at prøveflater på dårlig bonitet, hvor det normalt var et lite treantall, trengte større prøveflater og nøyaktig koordinatbestemmelse for å oppnå presise estimat. Dermed foreslo Gobakken & Næsset (2009) at fremtidige FLS undersøkelser om skoglige parameter muligens burde velge ulik prøveflatestørrelse for ulike strata, hvis praktisk mulig. I min undersøkelse ville i utgangspunktet feil i både lave- og høye H_{40} -klasser påvirke resultatet like mye. Dette taler for ulik prøveflatestørrelse ved fremtidige undersøkelser om dette temaet.

4.6.4 DMK

Firmaer som takserer skog har rapportert at kvaliteten på klassifiseringen av ”myr” og ”impediment” i DMK ikke er god nok til å kunne skille ut slike areal ved skogregistrering (Bernhardsen et al. 2009). Videre skriver Bernhardsen et al. (2009) at bonitetsfigurene fra DMK ikke kan brukes i skogtaksering pga. forskjell mellom bonitetssystemene som benyttes. I DMK klassifiseres skogsmarka inn i lav, middels og høy produktivitet, men ved skogtaksering benyttes H_{40} -systemet. De innledende beregningene i min undersøkelse viste at samsvaret mellom produktivitetsklassifiseringen fra DMK og H_{40} ikke var perfekt, men på gjennomsnittsnivå stemte det relativt bra.

4.6.5 Konsekvenser feilbonitering

Ved verdsetting av skog og ved modellering av utviklingen i skog med bruk av prognoseverktøy benyttes blant annet bonitet som et kriterium. Ofte tar man for gitt at boniteten som står i skogbruksplanen er korrekt. Skogbruksplaner vil kunne bli ”verdiløse” og føre til feilbeslutninger i skogforvaltningen hvis fremskrivningene baseres på feil datagrunnlag. Skognæringen går trolig mot en utvikling av at skogeierne får mindre kjennskap

til sin egen skog, noe som kan føre til at fremtidig skogforvaltning i større grad må baseres på skogbruksplaner og prognoseverktøy, og i mindre grad på skogeiers egen kunnskap. Hvis en slik utvikling slår til blir det ekstra viktig at kvaliteten på dataene er gode. Ved verdsetting av skog kan feil bonitet gi store økonomiske konsekvenser.

Hva kan så aksepteres som gode nok data i en skogbruksplan? Feilene kan klassifiseres som systematiske eller tilfeldige. Videre kan man omtale feilen som et gjennomsnitt for hele eiendommen eller på bestandsnivå (Eid et al. 2003). Systematiske feil i bonitet på eiendomsnivå kan f. eks føre til at avvirkningskvantumet for eiendommen over- eller undervurderes. På bestandsnivå kan f. eks systematisk feil i bonitet føre til feil avvirkningstidspunkt og feil avgjørelse om foryngelsesmetode. En overvurdering av boniteten kan føre til at det plantes i stedet for naturlig foryngelse. Eid et al. (2003) skriver at ved skogtaksering er gjennomsnittlig feilmarging mellom 10-15 prosent vanlig for bonitet, mens for enkelte bestand kan avvikene i bonitet variere fra 20- og helt opp til 50 prosent. Sammenligner man disse feilmarginene opp mot modell 3-1 i min undersøkelse, var H_{40} -klasse 8 – til 17 meter innenfor 15 prosent gjennomsnittlig differansen fra observert H_{40} .

Selv om det er nødvendig med et uttrykk for produksjonsevnen i skog, må det presiseres at H_{40} kun er en indeks som beskriver produksjonspotensialet under en rekke skjøtselemessige forutsetninger. Det forutsettes også ved bonitering etter H_{40} -systemet at bestandet er jevnaldret og mest mulig ensartet i forhold til treslag (Tveite & Braastad 1981). Enkelte har også sådd tvil om overhøyden på de dominante trærne ved en gitt brysthøydealder er et optimalt mål av produksjonsevnen i skog (Geoff Wang 1998).

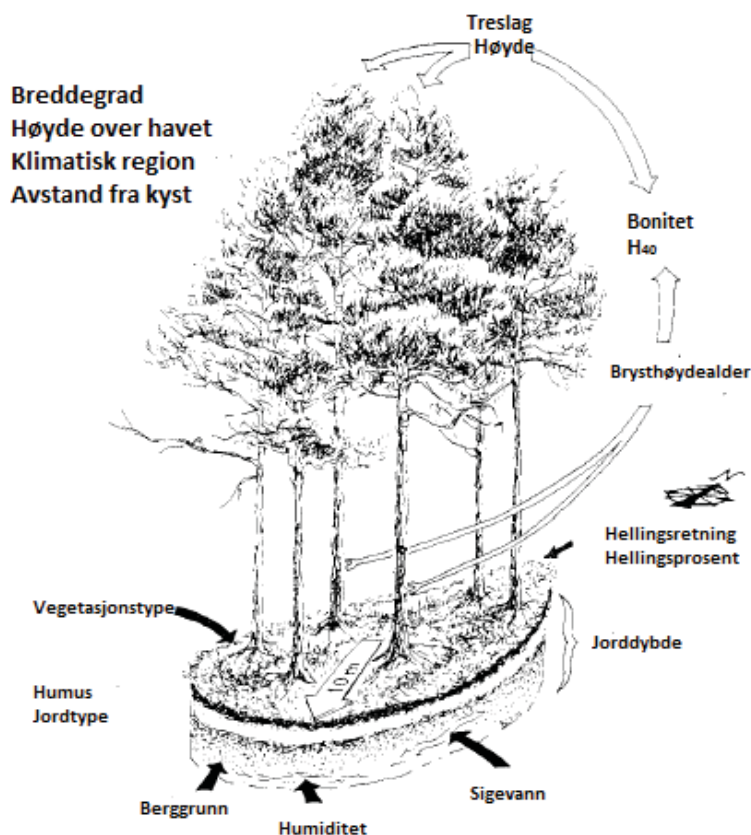
4.7 Oppsummering og konklusjon

Bonitet, produksjonsevnen i skog, er en kompleks variabel fordi den er påvirket av mange enkeltfaktorer (Figur 9). Av den grunn er det både vanskelig og ressurskrevende å registrere bonitet med tilfredsstillende kvalitet. Imidlertid er det slik at bonitet er en av de viktigste variablene som registreres og benyttes i skogbruksplanlegging, og dermed kan det være nyttig med god kvalitet på denne variabelen.

Denne undersøkelsen har vist at FLS med bruk av gjennomsnittlig laserpulstetthet på $2,5 \text{ m}^{-2}$ var lite egnet til å utvikle prediksjonsmodeller for H_{40} -bonitet uten støtte i andre data. Ved å benytte FLS-variable, topografiske variable fra DTM og produktivitetsklassifisering fra DMK viste resultatene en modell som predikerte H_{40} med en kryssvalidert RMSE på 2,2 meter. Modellen forklarte 70 prosent av variasjonen i H_{40} (R^2 -justert=0,70). Modellutviklingen viste

Det kan konkluderes med at FLS med støtte i lett tilgjengelig kartdata som DTM og DMK ikke oppnådde tilfredsstillende kvalitet i prediksjonsmodellene for H_{40} -bonitet. De viste en systematisk trend i å over- og underpredikere henholdsvis lave- og høye H_{40} -verdier. Dette førte til brudd på forutsetningen om lik varians i modellenes residualer som kreves ved bruk av multipl regressjon med minste kvadraters metode. Et slikt brudd på forutsetningene kan gjøre modellene mindre pålitelig og de kan dermed ikke anbefales til operasjonell bruk.

Imidlertid ble forklaringsevnen av H_{40} for de ulike datasettenes variabler belyst på en god måte. Bruk av andre regresjonsmetoder, som f. eks vektet regresjon, samt høyere vektlegging av de topografiske variablene og treslagsklassifisering bør vurderes ved fremtidige undersøkelser angående temaet.



51

5 Litteratur

- Aldred, H. A. & Bonnor, G. M. (1985). Application of airborne laser to forest surveys. *Informarion report PI-X-51*.
- Baltsavias, E. P. (1999). Airborne laser scanning: existing systems and firms and other resources. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 54 (2): 164-198.
- Bernhardsen, T., Kristiansen, T. & Haugan, F. (2009). Utredning Digitalt markslagskart (DMK). I: Statens Landbruksforvaltning (red.). 50 s.
- Bjørddal, I., Bjørkelo, K., Nilsen, B., Nystuen, I., Strand, G. & Thorvaldsen, K. (2004). *Kodeverk og symbolbruk i DMK og avleidde produkt*: NIJOS dokument.
- Bjørddal, I. (2007). Markslagsklassifikasjon i økonomisk kartverk. *Håndbok fra Skog og landskap*, 1: 2007.
- Bollandsås, O. M., Hanssen, K. H., Marthiniussen, S. & Næsset, E. (2008). Measures of spatial forest structure derived from airborne laser data are associated with natural regeneration patterns in an uneven-aged spruce forest. *Forest Ecology and Management*, 255 (3-4): 953-961.
- Brandtberg, T. (2002). Individual tree-based species classification in high spatial resolution aerial images of forests using fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 132 (3): 371-387.
- Børset, O. (1998). *Skogskjøtsel 1-Skogøkologi*. 2 utg. Oslo: Landbruksforlaget. 494 s.
- Chen, H. Y. H., Krestov, P. V. & Klinka, K. (2002). Trembling aspen site index in relation to environmental measures of site quality at two spatial scales. *Canadian Journal of Forest Research*, 32 (1): 112-119.
- Curt, T., Bouchaud, M. & Agrech, G. (2001). Predicting site index of Douglas-fir plantations from ecological variables in the Massif Central area of France. *Forest Ecology and Management*, 149 (1-3): 61-74.
- Dwyer, L. M. & Merriam, G. (1981). Influence of topographic heterogeneity on deciduous litter decomposition. *Oikos*: 228-237.
- Eid, T. (1992). Bestandsvis kontroll av skogbruksplandata i hogstklasse 3-5. *Meddelser fra Skogforsk* 45.7: 78.
- Eid, T. (1993). Bestandsvis kontroll av skogbruksplandata i hogstklasse 2. *Meddelser fra Skogforsk* 46.4: 39.
- Eid, T. & Moen, P. A. (1993). Bonitering i unge skogbestand. *Rapport fra Skogforsk* 15/93: Norsk Inst. for Skogforskning.
- Eid, T. (1996). Kontroll av skogbruksplandata fra "Understøttet fototakst". *Aktuelt fra Skogforsk* 8/96: 21.
- Eid, T. (1997). Bruk av Økonomisk kartverk ved bestandsuavhengig bonitering i skogbruksplanlegginga. *Meddelelser fra Skogforsk* 47.16: Norsk Institutt for Skogforskning (NISK). 54 s.
- Eid, T. & Moum, S. O. (1999). Bestandsuavhengig bonitering og nøyaktighet. *Rapport for Skogforskningen* 7/99: Norsk Institutt for Skogforskning.
- Eid, T. & Økseter, P. (1999). Bestandsuavhengig bonitering og konsekvenser. *Rapport fra Skogforskningen* 8/99: Norsk Institutt for Skogforskning (NISK). 23 s.
- Eid, T. (2000). Use of Uncertain Inventory Data in Forestry Scenario Models and Consequentail Incorrect Harvest Decisions. *Silva Fennica* 34(2): 89-100.
- Eid, T. & Hobbelstad, K. (2000). AVVIRK-2000: A large-scale forestry scenario model for long-term investment, income and harvest analyses. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 15 (4): 472-482.
- Eid, T., Fitje, A. & Hoen, H. F. (2003). *Økonomi og planlegging*. Oslo. 198 s.

- Eid, T., Gobakken, T. & Næsset, E. (2004). Comparing stand inventories for large areas based on photo-interpretation and laser scanning by means of cost-plus-loss analyses. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 19 (6): 512-523.
- Eid, T. & Hobbelstad, K. (2005). Langsiktige investerings-, avvirknings-og inntektsanalyser for skog med Avvirk-2000. *Aktuelt for skogforskningen* 2/05: Norsk Institutt for Skogforskning. 29 s.
- Eriksen, R., Tomter, S. M. & Ludahl, A. (2006). Statistikk over skogforhold og -ressurser i Hedmark.Landsskogtakseringen 2000-2004. ÅS: NIJOS/ Norsk institutt for skog og landskap. 57 s.
- Eriksen, R. (2007). *Landskogtakseringens data*: Norsk Institutt for Skog og Landskap. Tilgjengelig fra: http://www.skogoglandskap.no/fagartikler/2007/landsskogtakseringens_data (lest 07.02.2012).
- Fitje, A. (1989). Tremåling. *Landbruksforlaget* 190s.
- Fylkesmannen Hedmark. (2011). *Skogbruk*. Tilgjengelig fra: http://hedmark.miljostatus.no/msf_themepage.aspx?m=2697 (lest 11.3.2012).
- Gaiser, R. (1951). *Relation between topography, soil characteristics, and the site index of white oak in southeastern Ohio*: Central States Forest Experiment Station, Forest Service, US Department of Agriculture.
- Geoff Wang, G. (1998). Is height of dominant trees at a reference diameter an adequate measure of site quality? *Forest Ecology and Management*, 112 (1-2): 49-54.
- Gobakken, T. G. T. & Næsset, E. N. E. (2009). Assessing effects of positioning errors and sample plot size on biophysical stand properties derived from airborne laser scanner data. *Canadian Journal of Forest Research*, 39 (5): 1036-1052.
- Hagglund, B. & Lundmark, J. (1977). Site index estimation by means of site properties. Scots pine and Norway spruce in Sweden. *Studia Forestalia Suecica*, 138: 38.
- Haugberg, M. (1953). Inndeling i vegetasjonstyper ved landskogtakseringen. *Skogbruk*, 61: 132-145.
- Hodgson, M. E. & Bresnahan, P. (2004). Accuracy of airborne lidar-derived elevation: empirical assessment and error budget. *Photogrammetric Engineering Remote Sensing*, 70 (3): 331-339.
- Hoen, H. & Gobakken, T. (1997). Brukermanual for bestandssimulatoren GAYA v1. 20. Dept of Forest Sciences, Agric. Univ. of Norway: Ål, Internal Report, 59 pp.(In Norwegian.).
- Holmgren, J. & Persson, Å. (2004). Identifying species of individual trees using airborne laser scanner. *Remote Sensing of Environment*, 90 (4): 415-423.
- Holopainen, M., Vastaranta, M., Haapanen, R., Yu, X., Hyypä, J., Kaartinen, H., Viitala, R. & Hyypä, H. (2010). Site-type estimation using airborne laser scanning and stand register data. *The Photogrammetric Journal of Finland*, 22: 17.
- Huse, K. J., Solheim, H. & Venn, K. (1994). Råte i gran registrert i stubber etter hogst vinteren 1992. *Rapport fra Skogforsk*, 23/94: 1-26.
- Hyypä, J. & Inkinen, M. (1999). Detecting and estimating attributes for single trees using laser scanner. *The Photogrammetric Journal of Finland*, 16 (2): 27-42.
- Kielland-Lund, J. (1962). *Plantesamfunn i skogen*. Skogbruksboka, b. 2. Oslo. 454 s.
- Kraus, K. & Pfeifer, N. (1998). Determination of terrain models in wooded areas with airborne laser scanner data. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 53 (4): 193-203.
- Lappi, J. (1992). *JLP: A linear programming package for management planning*: Finnish Forest Research Institute, Suonenjoki Research Station.

- Lassueur, T., Joost, S. & Randin, C. F. (2006). Very high resolution digital elevation models: Do they improve models of plant species distribution? *Ecological Modelling*, 198 (1): 139-153.
- LIDAR. (2007). *LIDAR Technology-Schematic Diagram for LIDAR data acquisition*. Tilgjengelig fra: <http://lidar.ihrc.fiu.edu/index.html> (lest 12.03.2012).
- Lim, K., Treitz, P., Wulder, M., St-Onge, B. & Flood, M. (2003). LiDAR remote sensing of forest structure. *Progress in Physical Geography*, 27 (1): 88-106.
- Lykke, J. (1998). *For skogens sak: bærekraftig utvikling gjennom 100 år*: Landbruksforlaget. 135 s.
- Magnussen, S. (1999). Effect of plot size on estimates of top height in Douglas-fir. *Western Journal of Applied Forestry*, 14 (1): 17-27.
- McNab, W. H. (1989). Terrain shape index: quantifying effect of minor landforms on tree height. *Forest Science*, 35 (1): 91-104.
- Monserud, R. A. & Rehfeldt, G. E. (1990). Genetic and environmental components of variation of site index in inland Douglas-fir. *Forest Science*, 36 (1): 1-9.
- Moum, S. O. (1997). *Evaluering av metode for registrering av bestandsuavhengig bonitet og vegetasjonstype i Søndre Land og Sør-Odal*. NIJOS-rapport, b. 8/97. Ås: Norsk institutt for jord- og skogkartlegging. 23 s.
- Nelson, R., Krabill, W. & Maclean, G. (1984). Determining Forest Canopy Characteristics Using Airborne Laser Data. *Remote Sensing of Environment*, 15 (3): 201-212.
- NIJOS. (1998). Skogbruksplanlegging som skogpolitisk virkemiddel framover. *NIJOS rapport*, 13/98: 58.
- Nilsen, P. & Larsson, J. Y. (1992). Bonitering av skog ved hjelp av vegetasjonstype og egenskaper ved voksestedet. *Rapport fra Skogforsk*, 22: 43.
- Norsk Institutt for Skog og Landskap. (2008). Landsskogstakseringens feltinstruks 2008. Ås. 153 s.
- Næsset, E. (1994). Sammenlikning av ulike boniteringer av et skogområde. *Rapport fra Skogforsk 11/94*: Norsk institutt for skogforskning.
- Næsset, E. (1997a). Determination of mean tree height of forest stands using airborne laser scanner data. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 52 (2): 49-56.
- Næsset, E. (1997b). Estimating timber volume of forest stands using airborne laser scanner data. *Remote Sensing of Environment*, 61 (2): 246-253.
- Næsset, E. (2001a). Effects of differential single-and dual-frequency GPS and GLONASS observations on point accuracy under forest canopies. *PE & RS- Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 67 (9): 1021-1026.
- Næsset, E. (2001b). Ressurskartlegging med flybåren laser-scanner: -Snart virkelighet. *Norsk Skogbruk*, 5.
- Næsset, E. & Bjerknes, K. O. (2001). Estimating tree heights and number of stems in young forest stands using airborne laser scanner data. *Remote Sensing of Environment*, 78 (3): 328-340.
- Næsset, E. (2002). Predicting forest stand characteristics with airborne scanning laser using a practical two-stage procedure and field data. *Remote Sensing of Environment*, 80 (1): 88-99.
- Næsset, E., Gobakken, T., Holmgren, J., Hyypä, H., Hyypä, J., Maltamo, M., Nilsson, M., Olsson, H., Persson, Å. & Söderman, U. (2004). Laser scanning of forest resources: the Nordic experience. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 19 (6): 482-499.
- Næsset, E. & Solberg, S. (2005). Kartlegging av skogøkosystemer med flybåren laser-Nye muligheter. *Norsk Skogbruk*, 7.

- Næsset, E. & Gobakken, T. (2008). Estimation of above-and below-ground biomass across regions of the boreal forest zone using airborne laser. *Remote Sensing of Environment*, 112 (6): 3079-3090.
- Næsset, E. (2009). Effects of different sensors, flying altitudes, and pulse repetition frequencies on forest canopy metrics and biophysical stand properties derived from small-footprint airborne laser data. *Remote Sensing of Environment*, 113 (1): 148-159.
- Næsset, E. (2011). Estimating above-ground biomass in young forests with airborne laser scanning. *International Journal of Remote Sensing*, 32 (2): 473-501.
- Packalen, P., Mehtatalo, L. & Maltamo, M. (2011). ALS-based estimation of plot volume and site index in a eucalyptus plantation with a nonlinear mixed-effect model that accounts for the clone effect. *Annals of Forest Science*, 68 (6): 1085-1092.
- Pennock, D. J., Zebarth, B. & De Jong, E. (1987). Landform classification and soil distribution in hummocky terrain, Saskatchewan, Canada. *Geoderma*, 40 (3-4): 297-315.
- Persson, A., Holmgren, J. & Söderman, U. (2002). Detecting and measuring individual trees using an airborne laser scanner. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 68 (9): 925-932.
- Persson, Å., Holmgren, J., Söderman, U. & Olsson, H. (2004). Tree species classification of individual trees in Sweden by combining high resolution laser data with high resolution near-infrared digital images. *Proceedings of the ISPRS working group VIII/2, Laser-Scanners for Forest and Landscape Assessments, Freiburg, Germany*: 10-03.
- Rayner, D. & O'NEIL, R. (1979). Laser fluorosensors for remote environmental monitoring. *Optics News*, 5 (3): 13-17.
- Reutebuch, S. E., McGaughey, R. J., Andersen, H. E. & Carson, W. W. (2003). Accuracy of a high-resolution lidar terrain model under a conifer forest canopy. *Canadian Journal of Remote Sensing*, 29: 527-535.
- SAS Institute Inc. (2009). *Base SAS® 9.2 Procedures Guide*. Cary, NC: SAS Institute Inc.
- Sharma, R., Brunner, A., Eid, T. & Øyen, B.-H. (2011). Modelling dominant height growth from national forest inventory individual tree data with short time series and large age errors. *Forest Ecology and Management*, 262: 2162-2175.
- Solodukhin, V., Zukov, A. & Mazugin, I. (1977). Possibilities of laser aerial photography for forest profiling. *Lesnoe Khozyaisto (Forest Management)*, 10: 53-58.
- Stage, A. R. (1976). Notes: An expression for the effect of aspect, slope, and habitat type on tree growth. *Forest Science*, 22 (4): 457-460.
- Statens Kartverk. (2011). *Terrengmodell*. Tilgjengelig fra: http://www.statkart.no/filestore/Landdivisjonen_ny/Kart_og_produkter/hTerrengmodell/Produktark-Terrengmodell_10m-og-20m_20110204.pdf (lest 14.04.2012).
- Statens Landbruksforvaltning. (2010). *Rundskriv om tilskudd til skogbruksplanlegging med miljøregistrering*. Oslo: Statens Landbruksforvaltning.
- Suratno, A., Seielstad, C. & Queen, L. L. (2009). Mapping Tree Species Using LIDAR in Mixed-Coniferous Forests. *Proceedings of Silvilaser 2009*: 10.
- Trømborg, D. (2006). *Geologi og landformer i Norge*, b. 1. Oslo: Landbruksforlaget. 130 s.
- Tveite, B. (1977). Bonitetskurver for gran (Site-index curves for Norway spruce (*Picea abies* (L.) Karst.)). *Meddelser fra Norsk Institutt for Skogforskning*, 33: 84.
- Tveite, B. & Braastad, H. (1981). Bonitering for gran, furu og bjørk. *Norsk Skogbruk*, 27: 17-22.
- Vehmas, M., Eerikäinen, K., Peuhkurinen, J., Packalén, P. & Maltamo, M. (2011). Airborne Laser Scanning for the Site Type Identification of Mature Boreal Forest Stands. *Remote Sensing*, 3 (1): 100-116.

- Viken, K. O. (2010). Kontroll av landsskogtakseringens prøveflatetakst 2007 og 2008. *Oppdragsrapport fra Skog og landskap*, 1 (10).
- Wikipedia. (2005). *Hedmark*. Tilgjengelig fra: <http://no.wikipedia.org/wiki/Hedmark> (lest 8.4.2012).
- Yu, X., Hyypä, J., Hyypä, H. & Maltamo, M. (2004). Effects of flight altitude on tree height estimation using airborne laser scanning. *Proceedings of the Laser Scanners for Forest and Landscape Assessment—Instruments, Processing Methods and Applications*: 02-06.
- Zebarth, B. & De Jong, E. (1989). Water flow in a hummocky landscape in Central Saskatchewan, Canada, I. Distribution of water and soils. *Journal of Hydrology*, 107 (1-4): 309-327.
- Ørka, H. O., Næsset, E. & Bollandsås, O. M. (2009). Classifying species of individual trees by intensity and structure features derived from airborne laser scanner data. *Remote Sensing of Environment*, 113 (6): 1163-1174.